

Capteurs de Rayonnement Électromagnétique
Antennes

Thierry Ditchi

20/01/2024

Table des matières

I.	Equations de Maxwell	7
1.	Equations de Maxwell et signification physique	7
2.	Equations constitutives	7
3.	Dissipation d'énergie dans les milieux	8
4.	Relations de continuité	10
5.	Potentiels vecteurs et scalaires	11
	A. Potentiel vecteur	11
	B. Potentiel scalaire	11
	C. Jauges	11
	D. Equations de propagation des potentiels - Potentiels retardés	12
6.	Polarisation d'une onde électromagnétique	12
	A. Polarisation rectiligne	12
	B. Polarisation circulaire et elliptique	12
	C. Exemples d'ondes polarisées	12
II.	Ondes électromagnétiques	14
1.	Equation de propagation	14
2.	Solutions générales - Cas de l'onde plane et de l'onde sphérique	14
	A. Solutions générales	14
	B. Ondes planes	14
	C. Ondes sphériques	15
3.	Régime monochromatique (dit encore alternatif ou sinusoidal)	15
III.	Ondes TEM - Ondes Planes	16
1.	Propriétés des ondes TEM	16
2.	Régime monochromatique	17
IV.	Energie électromagnétique	18
1.	Théorème de Poynting	18
	A. Dans un milieu quelconque	18
	B. Dans un milieu LHI	18
2.	Bilan énergétique dans un milieu LHI	18
3.	Energie électromagnétique dans le vide	20

A. Le vecteur de Poynting en tant que vecteur densité surfacique de puissance elm	20
B. Ondes TEM	20
4. Vecteur de Poynting complexe	21
V. <i>Caractéristiques d'une antenne</i>	22
1. Rappel sur les coordonnées sphériques et les puissances par unité d'angles solides	22
A. Coordonnées sphériques	22
B. Angles solides et puissances par unité d'angle solide	22
2. Quelques exemples d'antenne	23
3. Caractéristiques des antennes	24
A. Polarisation de l'onde émise	24
B. Diagramme de rayonnement	24
C. Directivité	26
D. Gain	26
E. PIRE	28
F. Surface effective ou surface de captation	28
G. Impédance équivalente et Résistance de rayonnement	28
VI. <i>Applications</i>	30
1. Calcul de la tension en réception (exercice)	30
2. Bilan de liaison - Formule de Friis	31
3. Calcul de la portée d'une liaison (exercice)	32
4. Dipôle de Hertz (exercice)	32
VII. <i>Réseaux d'antennes</i>	34
1. Alignement de 2 antennes	34
2. Alignement de N antennes identiques	35
A. Facteur de réseau (sources isotropes)	35
B. Principe du balayage électronique	37
C. Principe de multiplication des diagrammes	38
VIII. <i>Techniques de mesure du gain d'une antenne</i>	40
1. Méthode directe	40
2. Méthode de comparaison	41
3. Méthode des 3 antennes	43

IX. Bibliographie _____ 45

I. Equations de Maxwell

1. Equations de Maxwell et signification physique

$\text{div}(\vec{D}) = \rho$	Maxwell Gauss	→	$\oiint_{\text{Surf fermée}} \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{\text{int}}$	Théorème de Gauss
$\text{div}(\vec{B}) = 0$	Maxwell Thomson	→	$\oiint_{\text{Surf fermée}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	Flux conservatif
$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	Maxwell Faraday	→	$e = -\frac{d\Phi}{dt}$	Induction électromagnétique
$\text{rot}(\vec{H}) = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	Maxwell Ampère	→	$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{int}}$	Th d'Ampère en régime continu

\vec{D} est un champ vectoriel nommé "induction électrique", "densité de flux électrique" ou "déplacement électrique" (en C/m²)

\vec{E} est un champ vectoriel nommé "champ électrique", (en V/m)

\vec{B} est un champ vectoriel nommé "champ d'induction magnétique", ou "champ densité de flux magnétique" (en tesla (T) ou en A.H/m²)

\vec{H} est un champ vectoriel nommé "excitation magnétique", ou "champ magnétique" (en A/m)

ρ est la densité volumique de charge électrique, (en C/m³)

\vec{j} est la densité de courant électrique, (en A/m²)

Q_{int} est la charge totale contenue dans la surface fermée, (en C)

Φ est le flux du champ magnétique à travers la surface fermée, (en A.H)

I_{int} est le courant total traversant une surface quelconque de contour C. (en A)

2. Equations constitutives

Dans le vide les champs précédents sont reliés par les relations suivantes :

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ et $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ où ε_0 est la permittivité diélectrique du vide et μ_0 est la perméabilité magnétique

du vide. On a : $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9} \text{ F/m}$ et $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$

Dans un milieu quelconque :

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ où \vec{P} est la polarisation électrique induite par l'application du champ et la polarisation électrique permanente modifiée par l'application du champ \vec{E} .

$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ où \vec{M} est l'aimantation (la polarisation magnétique) du milieu induite par l'application du champ \vec{B} , ou permanente et modifiée par l'application du champ \vec{B} .

Dans un milieu diélectrique Linéaire Homogène et Isotrope (LHI) :

Dans ces milieux, la polarisation électrique induite est proportionnelle au champ électrique et colinéaire à \vec{E} , $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$ et donc $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ où $\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi)$.

On a de la même façon pour la polarisation magnétique, $\vec{M} = \frac{\chi_m}{\mu_0} \vec{B}$ d'où $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$ où $\mu = \frac{\mu_0}{(1 - \chi_m)} = \mu_r \mu_0$.

Les polarisations permanentes sont nulles.

On a donc plus simplement dans ces milieux : $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ et $\vec{B} = \mu \vec{H}$ avec $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ et $\mu = \mu_r \mu_0$

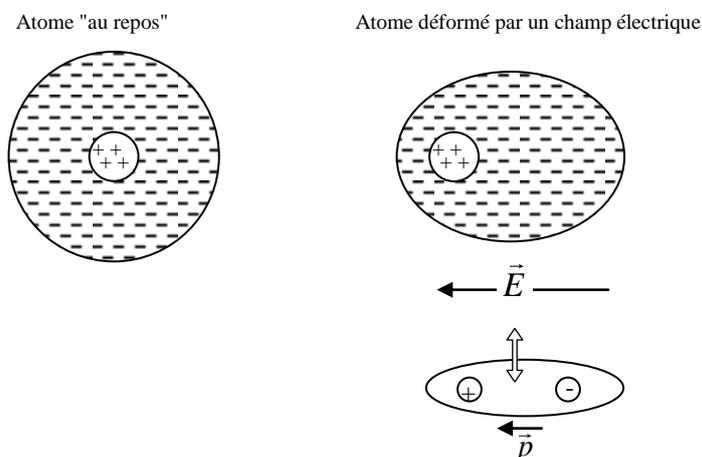
Dans notre cas, on ne traitera que des matériaux non magnétiques. $\mu_r = 1$ c'est dire $\mu = \mu_0$

3. Dissipation d'énergie dans les milieux

Deux principaux phénomènes sont responsables de la dissipation de l'énergie électromagnétique dans les milieux : les pertes par effet Joule s'il y a des conducteurs et les pertes diélectriques regroupant toutes sortes de phénomènes de dissipation ayant pour siège les matériaux non conducteurs.

On ne reviendra pas sur les pertes dans les conducteurs.

En ce qui concerne les pertes diélectriques, on peut les expliquer par l'interaction de l'onde électromagnétique avec la matière, c'est-à-dire du champ électrique avec les noyaux (chargés positivement) et les nuages électronique (chargés négativement), les dipôles électriques ou magnétique. Les forces électriques et magnétiques induisent des déformations des atomes et des molécules, et une réorientation des dipôles électriques ou magnétiques permanents s'ils existent.



Ces forces travaillent, et donc consomment de l'énergie. Lorsque les champs varient lentement (régime temporel "quasi-statique"), les déformations restent synchrones avec les champs elm appliqués et les énergies nécessaires à ces déformations sont récupérées lorsque le matériau revient à l'équilibre, c'est-à-dire quand les champs appliqués reviennent à zéro. Lorsque les variations sont plus rapides, ces déformations prennent du retard par rapport aux champs elm appliqués, et une partie de l'énergie fournie à la matière pour la déformer, est perdue. On peut comparer ce phénomène à celui de la charge d'un condensateur (ou d'une bobine). Un condensateur que l'on charge par un courant produit en son sein un champ électrique en phase avec le courant de charge. Si ce condensateur n'est pas parfait (courant de fuite dans la résistance parallèle à C), cette résistance induit un retard. C'est dans cette résistance, responsable du déphasage du champ interne, que l'énergie est consommée.

Dans les matériaux non magnétiques, en régime purement sinusoïdal et en notation complexe, on peut tenir compte de ces phénomènes en introduisant une permittivité complexe (ou perméabilité complexe mais jamais dans notre cas)

On note alors $\varepsilon = \varepsilon_0 (\varepsilon' - j \varepsilon'')$.

remarque : $\vec{D} = \varepsilon_0 (\varepsilon' - j \varepsilon'') \vec{E}$ et $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ donc \vec{P} est déphasé par rapport à \vec{D}

On définit encore la tangente de perte $\text{tg } \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$ qui est une constante couramment utilisée pour caractériser les pertes d'un matériau isolant.

Le tableau suivant donne les caractéristiques électriques et thermiques de quelques matériaux classiquement utilisés en électronique ou électromagnétisme hyperfréquence.

CARACTERISTIQUES DES PRODUITS DIELECTRIQUES "ORGANIQUES"

Constante diélectrique	Facteur de dissipation (Tan δ)	Coefficient de dilatation thermique (C.T.E)			Conductivité thermique	Résistivité		Rigidité diélectrique	Constitution du composite laminé	Référence(s) du ou des produit(s)	Fournisseur	série NY 9217- DK=2.17 - tang δ=0.0008 9220- DK=2.20 - tang δ=0.0009 9233- DK=2.33 - tang δ=0.0011 autres caractéristiques identiques NY9208
		DK@10 GHz	typ @ 10 GHz	X		Y	Z					
1.15-1.35	0.0002-0.0004	25	25	x	x	10 ¹⁰	10 ⁴	3 / mil	polymère microporeux	FoamClad 100	Arlon	
2.08+/-0.02	0.0006	25	35	260	0.272	10 ⁹	10 ¹	50	tissu de verre / PTFE	NY9208	Neltec	série TLY TLY5- DK=2.2 - tang δ=0.0009 TLY3- DK=2.35 - tang δ=0.0013 autres caractéristiques identiques TLY5 A
2.1	0.00045	227	227	227	0.25	10 ⁹	10 ¹	170 / mm	PTFE	CuFlon	Polyflon	
"	0.0009	20	35	290	0.4	10 ⁹	10 ¹	> 60	"	TLY5A	Taconic	série NX 9245- DK=2.45 - tang δ=0.0016 9250- DK=2.50 - tang δ=0.0017 9255- DK=2.55 - tang δ=0.0018 9260- DK=2.60 - tang δ=0.0019 9294- DK=2.94 - tang δ=0.0022 9300- DK=3.00 - tang δ=0.0023 9320- DK=3.20 - tang δ=0.0024 autres caractéristiques identiques NY9246
2.17 - 2.20	0.0009	25	34	252	0.261	1.4x10 ⁹	2.9x10 ⁶	> 45	"	DiClad 880	Arlon	
"	0.0009	29	28	246	0.261	2.3x10 ⁹	3.4x10 ⁶	> 45	tissu de ve.c * /PTFE	CuClad21TLX	Arlon	
"	0.0013	46	47	236	0.263	1.5x10 ¹⁰	10 ⁷	> 45	fibre de ve.n.t * /PTFE	Isoclad 917	Arlon	
2.24+/-0.02	0.0009	31	48	237	0.2	2x10 ⁹	3x10 ⁷	x	"	RTAroid5880	Rogers	
2.32+/-0.005	0.0002	108	108	108	x	x	10 ⁶	0.5 mil	polyoléfin	Polyguide	Polyflon	
2.33+/-0.02	0.0013	17	29	217	0.257	1.5x10 ⁹	3.4x10 ⁷	> 45	tissu de verre / PTFE	DiClad 870	Arlon	
"	0.0013	23	24	194	0.258	8x10 ⁹	3.4x10 ⁶	> 45	tissu de ve.c * /PTFE	CuClad 233	Arlon	
"	0.0016	31	35	203	0.263	3.5x10 ⁹	10 ⁸	> 45	fibre de ve.n.t * /PTFE	Isoclad 870	Arlon	DiClad 527: tang δ = 0.0022 autres caractéristiques identiques DiClad 527
"	0.0012	22	28	173	0.22	2x10 ⁹	2x10 ⁷	x	"	RTAroid 5870	Rogers	
2.4 +/- 0.04	0.0016	12	18	170	0.251	10 ⁹	10 ⁷	x	tissu de verre / PTFE	NY9240	Neltec	série TLT et TLX TLT9-TLX9 DK=2.5 - tang δ de la série TLT mesurée TLT7-TLX7 DK=2.6 TLT6-TLX6 DK=2.65 à 1 MHz autres caractéristiques identiques TLT0 et TLX0
2.4-2.6+/- .04	0.0022	15	15	200	0.24	2x10 ⁹	4.1x10 ⁷	> 50	"	Ultralam 2000	Rogers	
2.4-2.6+/- .05	0.001	14	21	182	0.254	1.2x10 ⁹	4.5x10 ⁷	> 45	"	DiClad 522	Arlon	
"	0.0022	18	19	177	0.254	1.8x10 ⁹	1.5x10 ⁸	> 45	tissu de ve.c * /PTFE	CuClad 250	Arlon	
2.45 +/- 0.05	0.0006	9	12	140	0.34	10 ⁹	10 ¹	> 60	tissu de verre / PTFE	TLT0	Taconic	
2.45 +/- 0.04	0.0019	9	12	140	0.34	10 ⁹	10 ¹	> 60	"	TLX0	Taconic	
2.5 +/- 0.05	0.0018	12	15	95	0.235	1.2x10 ⁹	4.5x10 ⁷	> 45	"	AD250	Arlon	série AD AD270- DK=2.7 - tang δ=0.0023 AD300- DK=3.0 - tang δ=0.003 AD320- DK=3.2 - tang δ=0.003 autres caractéristiques identiques AD958
2.55	0.0011	53	53	53	x	10 ¹⁰	x	0.5 mil	thermoplastique(PPO)	NorClad	Polyflon	
2.53	0.00066	x	x	x	x	> 10 ¹⁰	> 10 ¹⁰	0.5 mil	polystyrène	Rezohite1422	x	
2.62	0.0014	x	x	x	x	5x10 ⁹	5x10 ⁶	0.5 mil	polystyrène/verre	Rezohite2200	x	
2.6	0.0025	59	59	59	0.2	> 10 ¹⁰	x	x	plastique (NORYL)	ComClad	Sheldahl	
2.75 +/- 0.05	0.003	9	12	70	0.23	10 ⁹	10 ¹	> 60	tissu de verre / PTFE	TLC27	Taconic	série TL2 TLC20: DK=3.0 TLC27: DK=3.2 autres caractéristiques identiques TLC27
2.94 +/- 0.04	0.0012	16	16	24	0.6	10 ⁹	4x10 ⁶	x	ve.n.t *, céram./PTFE	RTAroid6002	Rogers	
2.94	0.0025	10	12	40	0.5	1.4x10 ⁹	1.3x10 ⁶	> 45	céramique / PTFE	CLTE	Arlon	série NH 9300- DK=3.00 - tang δ=0.0023 9320- DK=3.20 - tang δ=0.0024 9338- DK=3.38+/-0.1 - tang δ=0.0025 9348- DK=3.48+/-0.1 - tang δ=0.0030 9350- DK=3.50+/-0.1 - tang δ=0.0030 autres caractéristiques identiques NH9294
2.94 +/- 0.07	0.0022	9	12	71	0.230	10 ⁹	10 ⁷	45	ve.t *, céramique/PTFE	NH 9294	Neltec	
2.95 +/- 0.05	0.0028	9	12	70	0.23	10 ⁹	10 ⁷	60	tissu de verre / PTFE	TLE-95	Taconic	
3.0 +/- 0.04	0.0013	17	17	24	0.5	10 ⁹	10 ⁷	x	céramique / PTFE	RO 3003	Rogers	
3.0 +/- 0.1	0.0014	11	21	125	0.2	1.26x10 ⁹	1.46x10 ⁷	> 60	ve.t *, céram./polymère	RF-30	Taconic	
3.02 +/- 0.04	0.0016	13	13	56	0.5	10 ⁹	10 ¹	x	verre tissé/céram./PTFE	RO 3203	Rogers	
3.05	0.003	56	56	56	x	6.5x10 ¹¹	x	0.8 mil	thermoplastique (PEI)	ULTEM	Polyflon	testé à 1.9 GHz
3.2 +/- 0.05	0.0029	28	30	80	0.289	7x10 ⁶	7x10 ⁵	x	"	GML2032	GIL	* ve.c = verre croisé ve.n.t = verre non tissé ve.t = verre tissé
3.2 +/- 0.05	0.004	32	32	70	0.228	8x10 ⁹	5x10 ⁷	x	polyester	GML1000	GIL	testé à 3 GHz

autres matériaux et laminés : hautes performances : Hitachi (Er=10), Matsushita (Er de 3.6 à 4.2), Krumpel (Er=3.3,3.4), Gore (Er=3.4), Dupont (Er=3.5), Clackoh Flo (Er de 2.15 à 10), Various (Er de 4.5 à 4.9)

CARACTERISTIQUES DES PRODUITS DIELECTRIQUES "ORGANIQUES"

Constante diélectrique	Facteur de dissipation (Tan δ)	Coefficient de dilatation thermique (C.T.E)			Conductivité thermique	Résistivité		Rigidité diélectrique	Constitution du composite laminé	Référence(s) du ou des produit(s)	Fournisseur	série X DK=3.3 à 3.8 - tang δ = 0.009 DK=3.8 à 4.2 - tang δ = 0.015 GML1000 à 1 MHz autres caractéristiques à vérifier auprès de GE
		DK@10 GHz	typ @ 10 GHz	X		Y	Z					
3.2	0.010	9	13	x	x	10 ⁹	10 ⁷	> 50-1.2 mil	epoxy	N4000-13SI	Nelco	
3.27 +/- 0.032	0.002	16	16	20	0.7	3x10 ⁹	> 9x10 ⁹	x	céramique/résine hy.	TMM 3	Rogers	N4000-13: DK=3.60 - tang δ = 0.014
3.32 +/- 0.05	0.005	12	22	80	0.208	10 ⁹	9x10 ⁸	2.3 mil	"	GML1100-3080	GIL	N5000: DK=3.60 - tang δ = 0.014
3.38 +/- 0.05	0.0027	11	14	46	0.64	1.7x10 ¹⁰	4.2x10 ⁷	x	céramique/résine hy.	RO4003C	Rogers	N7000: DK=3.5 et 3.8 - tang δ = 0.015
3.38	0.0025	15	15	52	0.45	2x10 ⁹	4.4x10 ⁸	x	céramique/résine ther.	25N	Arlon	les 3 substrats ci-dessus testés à 1 MHz N8000 (cyanate ester) DK=3.5 - tang δ = 0.011 autres caractéristiques à vérifier auprès de NELCO
3.38 +/- 0.05	0.005	24	26	80	0.253	2x10 ⁹	10 ⁹	x	"	GML 1034	GIL	
3.48 +/- 0.05	0.0037	14	16	50	0.62	1.2x10 ¹⁰	5.7x10 ⁹	x	céramique/résine hy.	RO4350B	Rogers	
3.5	0.0025	15	15	110	0.226	5x10 ⁹	3.5x10 ⁷	41	verre t. /céram. /PTFE	RF35P	Taconic	
3.5	0.0018	19	24	64	0.2	1.3x10 ⁹	1.5x10 ⁷	41	"	RF35	Taconic	Getak X: DK=3.3 à 3.8 - tang δ = 0.009
3.5 +/- 0.12	0.003	12	15	95	0.235	1.2x10 ⁹	4.5x10 ⁷	> 45	verre t. /céram. /PTFE	AD350	Arlon	Getak: DK=3.8 à 4.2 - tang δ = 0.015
3.5 +/- 0.15	0.0026	35	35	107	0.31	3.4x10 ⁹	4.6x10 ¹¹	> 45	verre n.t. / " / "	AR350	Arlon	
3.58 +/- 0.08	0.0035	16	18	59	0.45	4.2x10 ⁹	8.9x10 ⁷	x	céramique/résine ther.	25FR	Arlon	
3.3 - 3.8	0.006	x	x	x	x	> 10 ⁹	> 10 ⁴	1.2 / mil	verre tissé /résine(PPO)	Getak II	GE	
3.4 - 3.9	0.007	x	x	x	x	1.6x10 ⁹	8x10 ⁴	48 - 34 mil	verre tissé /résine(PE)	Gigaver 210	Isola	
3.55-3.74	0.004	x	x	x	x	x	x	x	epoxy / ?	MCL-LX-67	Hitachi	
4.5 +/- 0.045	0.002	14	14	20	0.7	6x10 ⁹	10 ⁹	x	céramique/résine hy.	TMM4	Rogers	
4.5	0.0035	30	30	102	0.32	3.3x10 ⁹	4.8x10 ¹¹	> 45	verre n.t. /céram. /PTFE	AR450	Arlon	
6 +/- 0.15	0.0035	12	14	62	0.431	1.5x10 ¹⁰	3.9x10 ⁹	> 45	"	AR600	Arlon	Durand-E-Cu: DK=3.8 - tang δ = 0.022
6 +/- 0.08	0.0023	16	16	20	0.72	10 ⁹	10 ⁹	x	céramique/résine hy.	TMM6	Rogers	FR408: DK=3.8 - 3.9 - tang δ = 0.01
6.15 +/- 0.25	0.0028	11	13	75	0.539	2.2x10 ⁹	1.1x10 ⁸	44	verre t. /céram. /PTFE	Orcer RF-60	Taconic	Duraver: DK=3.9 à 4.2 - tang δ = 0.012
6.15 +/- 0.15	0.002	17	17	24	0.61	10 ⁹	10 ⁹	x	céramique/PTFE	RO3006	Rogers	G200: DK=4.1 - tang δ = 0.013
6.15 +/- 0.15	0.0019	47	34	117	0.49	2x10 ⁹	7x10 ⁷	x	"	RTAroid6006	Rogers	autres caractéristiques à vérifier auprès de Isola
9.2 +/- 0.230	0.0023	16	16	20	0.76	2x10 ⁹	4x10 ⁸	x	céramique / résine hy.	TMM10	Rogers	
9.8 +/- 0.245	0.002	16	16	20	0.76	2x10 ⁹	4x10 ⁸	x	"	TMM10i	Rogers	
10	0.003	14	16	37	0.645	1.4x10 ⁹	1.8x10 ⁷	> 45	verre t. /céram. /PTFE	AR1000	Arlon	PPO, PE, PTFE = polymères de hautes performances
10	0.0035	13	15	46	0.29	2.1x10 ⁹	1.1x10 ⁷	44	"	Orcer CER-10	Taconic	résine hy. = résine hydrocarbonée
10.2 +/- 0.25	0.0023	24	24	24	0.78	5x10 ⁹	5x10 ⁹	x	céramique / PTFE	RTAroid6010LM	Rogers	résine ther. = résine thermocroissable
10.2 +/- 0.3	0.0023	17	17	24	0.66	10 ⁹	10 ⁹	x	"	RO3010	Rogers	verre t. = verre tissé
10.2 +/- 0.5	0.0027	13	13	34	0.81	10 ⁹	10 ⁶	x	verre t. /céram. /PTFE	RO3210	Rogers	verre n.t. = verre non tissé

autres matériaux et laminés : hautes performances : Hitachi (Er=10), Matsushita (Er de 3.6 à 4.2), Krumpel (Er=3.3,3.4), Gore (Er=3.4), Dupont (Er=3.5), Clackoh Flo (Er de 2.15 à 10), Various (Er de 4.5 à 4.9)

4. Relations de continuité

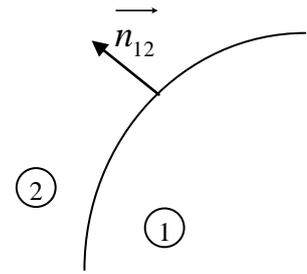
A l'interface entre 2 milieux différents, certaines composantes du champ électromagnétique peuvent varier. Les relations suivantes permettent de calculer ces discontinuités.

$\vec{D}_{n2} - \vec{D}_{n1} = \sigma \vec{n}_{12}$ discontinuité de la composante normale de \vec{D} .

$\vec{E}_{t2} = \vec{E}_{t1}$ continuité de la composante tangentielle de \vec{E}

$\vec{H}_{t2} - \vec{H}_{t1} = \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{12}$ discontinuité de la composante tangentielle de \vec{H}

$\vec{B}_{n2} = \vec{B}_{n1}$ continuité de la composante normale de \vec{B}



5. Potentiels vecteurs et scalaires

A. Potentiel vecteur

Comme $\text{div}(\vec{B}) = 0$ alors $\exists \vec{A} / \vec{B} = \text{rot}(\vec{A})$ \vec{A} est appelé potentiel vecteur.

B. Potentiel scalaire

On rappelle que $\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ alors $\iint_S \text{rot}(\vec{E}) \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \text{rot}(\vec{A}) \cdot d\vec{S} \quad \forall S$

d'après le théorème du rotationnel ou théorème de Kelvin-Stokes $\iint_S \text{rot}(\vec{X}) \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{X} \cdot d\vec{l}$ où S est une surface ouverte quelconque et C est le contour de la surface

on a donc $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}$ c'est-à-dire $\oint_C \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{l} = 0 \quad \forall C$

On peut alors dire que $\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$ est un gradient, c'est-à-dire que $\exists V / \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\text{grad}(V)$

On peut enfin écrire : $\vec{E} = -\text{grad}(V) - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ V est appelé potentiel scalaire.

C. Jauges

\vec{A} n'est pas unique car on peut lui ajouter n'importe quel gradient d'une fonction scalaire f sans que son rotationnel ne change. En effet $\text{rot}[\vec{A} + \text{grad}(f)] = \text{rot}[\vec{A}]$ car $\text{rot}[\text{grad}(f)] = 0$.

De même, le potentiel V n'est pas unique car on peut ajouter n'importe quelle constante V_0 à V sans que cela ne change son gradient. En effet $\text{grad}(V + V_0) = \text{grad}(V)$.

Parmi l'infinité de potentiels scalaires et vecteurs, on peut chercher à trouver ceux dont l'expression simplifiera le calcul des champs. Coulomb et Lorentz ont découvert des relations supplémentaires qui restent compatibles avec les équations de l'électromagnétisme, qui restreignent le nombre de possibilité pour ces potentiels et qui simplifient les équations différentielles dont les solutions sont les champs électromagnétiques. Ces relations sont appelées Jauges.

a. Jauge de Coulomb

Lorsque que l'on étudie des systèmes composés de charge immobiles, c'est-à-dire dans le cadre de l'électrostatique, on peut prendre la relation de Jauge suivante : $\text{div}(\vec{A}) = 0$.

b. Jauge de Lorenz

Dans le cas de systèmes comportant des courants constant (magnétisme) ou des courants variables (électromagnétisme), on peut prendre comme relation de Jauge : $\text{div}(\vec{A}) + \epsilon \mu \frac{\partial V}{\partial t} = 0$

D. Equations de propagation des potentiels - Potentiels retardés

L'utilisation de la jauge de Lorenz permet de déterminer les équations différentielles suivantes :

$$\Delta V - \epsilon \mu \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad \text{et} \quad \Delta \vec{A} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{j}$$

Ces équations sont des équations de propagation dont les solutions sont des ondes. Pour que ces solutions correspondent aux solutions obtenues dans le cadre de l'électrostatique ou de la magnétostatique, c'est-à-dire en passant à un régime continu (charges immobiles ou courant constant), on écrits ces solutions sous la même forme que dans le cas des régimes permanents en y rajoutant la notion de retard et de temps de propagation. Les solutions retenues s'écrivent alors :

$$V(M,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \iiint_{S \in \text{sources}} \frac{\rho(S, t - \frac{SM}{v})}{SM} d\tau \quad \text{et} \quad \vec{A}(M,t) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{S \in \text{sources}} \frac{\vec{j}(S, t - \frac{SM}{v})}{SM} d\tau$$

où M est le point d'observation, S sont les points où il existent des charges ou des courants, et v est la vitesse de propagation de V et \vec{A} dans le milieu considéré.

6. Polarisation d'une onde électromagnétique

Notions non développées dans ce document, à travailler seul.

A. Polarisation rectiligne

B. Polarisation circulaire et elliptique

C. Exemples d'ondes polarisées

Voir la page 8 du document "Caractéristiques des antennes.pdf"

a. Ondes polarisée circulaire droite

b. Ondes polarisée rectiligne

c. Polariseur

II. Ondes électromagnétiques

1. Equation de propagation

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div}(\vec{D}) = \rho \\ \text{div}(\vec{B}) = 0 \\ \text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot}(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Dans le cas des diélectriques Linéaires} \\ \text{Homogènes et Isotropes (LHI), on a} \\ \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \text{ et } \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \text{loin des sources :} \\ \rho = 0 ; \vec{j} = 0 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{div}(\vec{E}) = 0 \\ \text{div}(\vec{B}) = 0 \\ \text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot}(\vec{H}) = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right.$$

On calcule $\text{rot}(\text{rot}(\vec{E})) = -\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot}\vec{B}) = -\mu \frac{\partial}{\partial t}(\text{rot}\vec{H}) = -\varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

or $\text{rot}(\text{rot}(\vec{E})) = \text{grad}(\text{div}(\vec{E})) - \Delta \vec{E}$ et $\text{div}(\vec{E}) = 0$

d'où $\Delta \vec{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$ et de la même manière $\Delta \vec{H} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$

Ces 2 équations différentielles sont des équations de propagation.

2. Solutions générales - Cas de l'onde plane et de l'onde sphérique

A. Solutions générales

La solution générale de ces équations de propagation est une combinaison linéaire d'ondes se propageant

dans des directions \vec{u} quelconque à la vitesse $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$: $\vec{E} = \sum_{\vec{u}} \vec{E}_{\vec{u}}(t \pm \frac{u}{v})$

B. Ondes planes

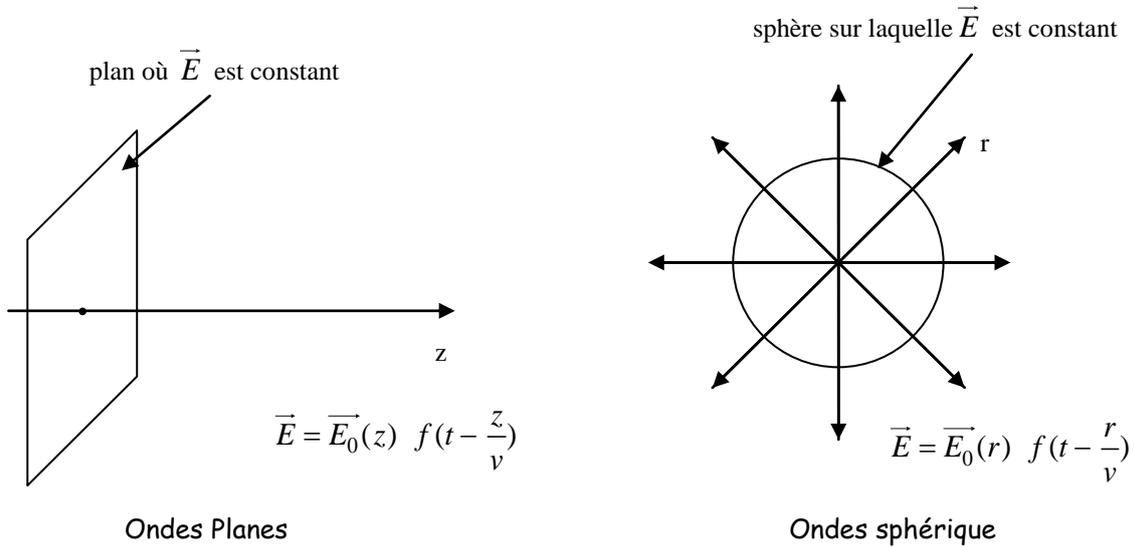
Si l'onde se propage uniquement dans une direction donnée \vec{u} et si le champ est uniforme sur tout plan perpendiculaire à \vec{u} alors on peut écrire cette solution sous la forme d'une onde plane. Par exemple si

$$\vec{u} = \vec{u}_z : \quad \vec{E} = \vec{E}_0(z) f(t \pm \frac{z}{v})$$

où le module et la direction de \vec{E}_0 peut dépendre de z et f dépend de la dépendance temporelle du générateur.

C. Ondes sphériques

si la source est ponctuelle ou si on se trouve à une grande distance d'une source de taille finie, les ondes sont alors sphériques et se propagent selon la direction \vec{u}_r le vecteur de base radial en coordonnées sphérique.



3. Régime monochromatique (dit encore alternatif ou sinusoidal)

{	$div(\vec{D}) = \rho$	<u>diélectrique LHI</u>	{	$div(\vec{E}) = 0$
	$div(\vec{B}) = 0$	$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ et $\vec{B} = \mu \vec{H}$		$div(\vec{B}) = 0$
	$\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -j \omega \vec{B}$	<u>loin des sources</u>		$\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -j \omega \vec{B}$
	$\overrightarrow{rot}(\vec{H}) = \vec{j} + j \omega \vec{D}$	$\rho = 0$ $\vec{j} = 0$		$\overrightarrow{rot}(\vec{H}) = j \omega \vec{D}$

On calcule $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}(\vec{E})) = \omega^2 \epsilon \mu \vec{E}$ or $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}(\vec{E})) = grad(div(\vec{E})) - \Delta \vec{E}$

comme $div(\vec{E}) = 0$ cela donne $\Delta \vec{E} + \omega^2 \epsilon \mu \vec{E} = 0$

De la même manière $\Delta \vec{H} + \omega^2 \epsilon \mu \vec{H} = 0$

Ces 2 équations différentielles sont des équations de propagation.

III. Ondes TEM - Ondes Planes

1. Propriétés des ondes TEM

On a vu dans le chapitre précédent que le champ électrique et que l'excitation magnétique étaient solutions des équations suivantes :

$$\Delta \vec{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{et} \quad \Delta \vec{H} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

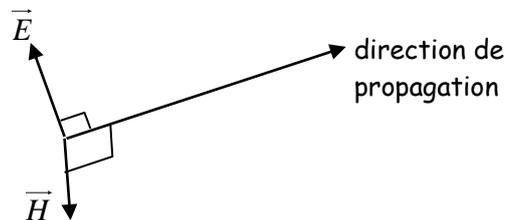
Si on choisit d'étudier une onde qui se propage dans une "direction" unique (par exemple une onde plane se propageant selon \vec{u}_z en coordonnées cartésiennes (ou une onde sphérique se propageant selon \vec{u}_r en coordonnées sphériques) :

$$\vec{E} = \vec{E}_0(z) f\left(t \pm \frac{z}{v}\right) \quad \text{ou} \quad \vec{E} = \vec{E}_0(r) f\left(t - \frac{r}{v}\right) \quad \text{avec} \quad v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \text{ la vitesse de propagation}$$

Si on choisit d'étudier des ondes telles que les composantes non transversales des champs sont nulles :

$$E_z = H_z = 0 \quad \text{ou} \quad E_r = H_r = 0$$

On dit alors que ces ondes sont TEM (Transverse ElectroMagnétique).



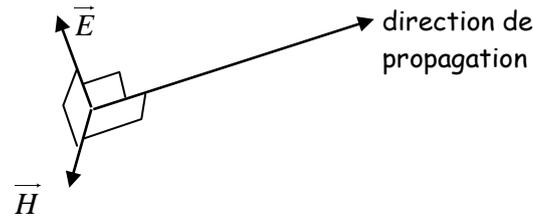
Ondes TEM (définition)

On montre qu'alors les champs transverses sont reliés par les relations suivantes :

$$\vec{u} \wedge \vec{E} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \vec{H} \quad \text{III.1}$$

où \vec{u} est la direction de propagation et v la vitesse de propagation.

Les champs \vec{E} et \vec{H} sont donc perpendiculaires entre eux et le trièdre formé par $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{u})$ est direct.



et les amplitudes des champ \vec{E} et \vec{H} sont reliés par la relation suivante : $\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$

On appelle $\zeta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ l'impédance d'onde du milieu (notée aussi η par certains auteurs) et vaut 120π (Ω)

ou 377 (Ω) dans le vide.

2. Régime monochromatique

Quand la source est sinusoïdale le champ s'écrit :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \text{ en notation réelles ou } \vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \text{ en notation complexe}$$

où \vec{r} est la position dans l'espace et \vec{k} est le vecteur d'onde.

On a : $\vec{k} = \frac{\omega}{v} \vec{u}$ et $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ est la vitesse de phase de l'onde.

Le vecteur d'onde \vec{k} indique la direction de propagation de l'onde et son module correspond à la constante de propagation.

L'équation III.1 devient dans ces conditions : $\vec{k} \wedge \vec{E} = \omega\mu \vec{H}$

On appelle amplitude complexe du champ \vec{E} complexe la grandeur $\vec{E}_0 e^{-j \vec{k} \cdot \vec{r}}$

IV. Energie électromagnétique

1. Théorème de Poynting

A. Dans un milieu quelconque

On pose $\vec{P} = \vec{E} \wedge \vec{H}$ (\vec{E} et \vec{H} = champs réels)

On a $\operatorname{div}(\vec{P}) = \operatorname{div}(\vec{E} \wedge \vec{H}) = \vec{H} \cdot \overline{\operatorname{rot}(\vec{E})} - \vec{E} \cdot \overline{\operatorname{rot}(\vec{H})}$ or $\overline{\operatorname{rot}(\vec{E})} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ et $\overline{\operatorname{rot}(\vec{H})} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

$$\text{donc } \operatorname{div}(\vec{P}) = -\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{E} \cdot \left[\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right]$$

$$\text{d'où } \iiint_V \operatorname{div}(\vec{P}) d\tau = -\iiint_V \left[\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{E} \cdot \left[\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right] \right] d\tau$$

$$\text{cad } \oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = -\iiint_V \left[\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right] d\tau - \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{E} d\tau \quad \underline{\text{égalité de Poynting}}$$

B. Dans un milieu LHI

on a dans un tel milieu $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ et $\vec{B} = \mu \vec{H}$

$$\text{d'où } \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{2} \varepsilon \frac{\partial \vec{E}^2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} \varepsilon \vec{E}^2 \right] \quad \text{et} \quad \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \mu \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{1}{2} \mu \frac{\partial \vec{H}^2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} \mu \vec{H}^2 \right]$$

L'égalité de Poynting devient donc :

$$\oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \left[\iiint_V \left(\frac{1}{2} \mu \vec{H}^2 + \frac{1}{2} \varepsilon \vec{E}^2 \right) d\tau \right] - \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{E} d\tau$$

2. Bilan énergétique dans un milieu LHI

On reconnaît dans l'égalité précédente le terme : $\left(\frac{1}{2} \mu \vec{H}^2 + \frac{1}{2} \varepsilon \vec{E}^2 \right)$ qui est la densité d'énergie

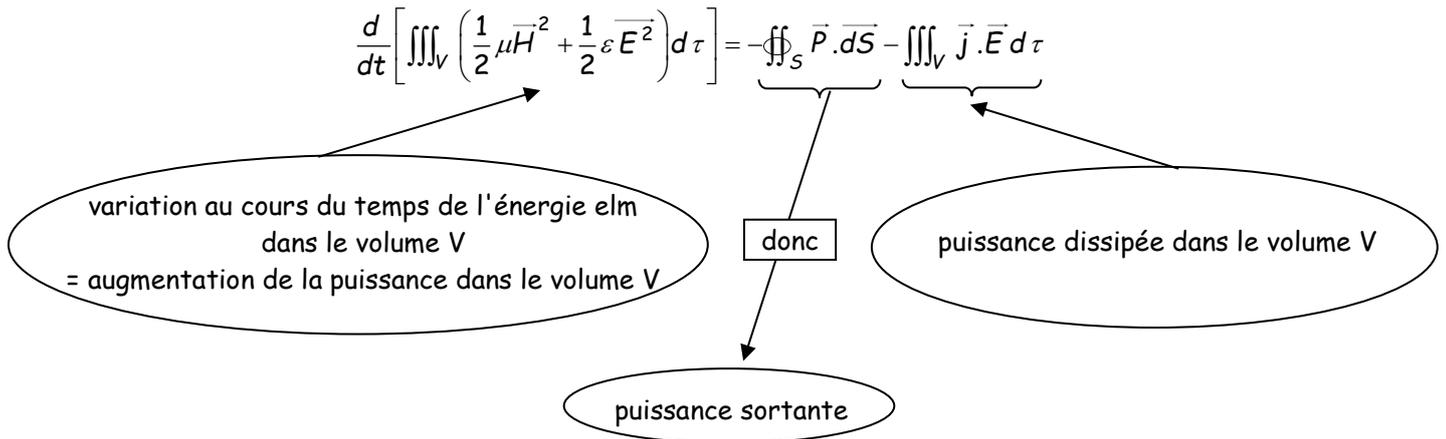
électromagnétique notée w_{em} (en J/m³).

De plus, on montre que $\vec{J} \cdot \vec{E}$ est la densité de puissance dissipée (en W/m³) (voir remarques plus bas)

L'égalité de Poynting que l'on peut écrire comme suit :

$$\frac{d}{dt} \left[\iiint_V \left(\frac{1}{2} \mu \vec{H}^2 + \frac{1}{2} \varepsilon \vec{E}^2 \right) d\tau \right] = -\oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} - \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{E} d\tau$$

est donc interprétable comme suit :



On voit donc que $\oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$ représente la puissance électromagnétique sortante de V (à travers S).

\vec{P} est donc la densité surfacique de puissance (puisque son flux à travers S est la puissance sortante).

En généralisant ce raisonnement, on admettra que le vecteur de Poynting \vec{P} représente la densité surfacique de puissance transportée par la propagation de l'onde électromagnétique, et que son flux à travers une surface quelconque représente la puissance traversant cette surface :

$$\boxed{\oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = \text{flux de puissance traversant S}} \quad \text{hypothèse de Poynting}$$

Remarque :

On peut vérifier que la densité volumique de puissance dissipée par le champ dans un milieu chargé vaut $\vec{j} \cdot \vec{E}$.

Calculons le travail des forces électriques et magnétique fournis aux charges mobiles par l'onde électromagnétique.

On note ρ est la densité de charges libres de se déplacer sous l'action des champs électriques et magnétique, \vec{j} le courant lié à ces charges en déplacement et $d\tau$ est un élément de volume contenant la densité de charge ρ .

La force elm agissant sur la charge élémentaire $dq = \rho d\tau$ en mouvement \vec{v} vaut :

$$d\vec{F} = \rho d\tau \vec{E} + \rho d\tau \vec{v} \wedge \vec{B}$$

Le travail fourni par cette force sur un déplacement $d\vec{l}$ vaut :

$$dW = d\vec{F} \cdot d\vec{l} = d\vec{F} \cdot \vec{v} dt = (\rho d\tau \vec{E} + \rho d\tau \vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} dt$$

comme $(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0$ (on retrouve le fait que travail de la force magnétique est nulle), l'expression précédente devient :

$$dW = \rho \vec{E} \cdot \vec{v} dt d\tau$$

La densité volumique de puissance fournie aux charges par le champ elm (qui est donc la densité de puissance dissipée du

point de vue du champ électromagnétique) vaut donc :

$$dP = \frac{dW}{dt} = \rho \vec{E} \cdot \vec{v} d\tau$$

et en notant $\vec{j} = \rho \vec{v}$ la densité de courant, on a la puissance dissipée dans le volume $d\tau$: $dP = \vec{j} \cdot \vec{E} d\tau$ qui montre que $\vec{j} \cdot \vec{E}$ est la densité de puissance dissipée.

Il y a beaucoup d'autres causes de pertes dans les matériaux (dues aux dipôles électrique, aux charges liées au réseau, etc...)

3. Energie électromagnétique dans le vide

A. Le vecteur de Poynting en tant que vecteur densité surfacique de puissance elm

Dans le vide, loin des charges et des courants : $\rho = 0$ et $\vec{j} = 0$. Les champs sont reliés entre eux par les relations constitutives simples suivantes : $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ et $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$.

Le théorème de Poynting devient : $\frac{d}{dt} \left[\iiint_V \left(\frac{1}{2} \mu \overline{H^2} + \frac{1}{2} \epsilon \overline{E^2} \right) d\tau \right] = - \oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} - \iiint_V \vec{j} \cdot \vec{E} d\tau$

où
$$w_{em} = \frac{1}{2} \mu_0 \overline{H^2} + \frac{1}{2} \epsilon_0 \overline{E^2}$$

c'est à dire :
$$\frac{dW_{em}}{dt} = - \oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

qui signifie que si l'énergie électromagnétique W_{em} varie au cours du temps, ce ne peut être que parce que l'énergie entre (ou sort) du volume V . La puissance sortante s'exprime comme le flux du vecteur de Poynting à travers S .

Le vecteur de Poynting est donc la densité surfacique de puissance transportée par l'onde.

B. Ondes TEM

Dans le cas d'une onde TEM, \vec{E} , \vec{H} et \vec{k} forment un trièdre direct, et les modules de ces champs sont reliée par : $\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \zeta_0$ impédance d'onde dans le vide dont la valeur vaut 120π .

Le vecteur de Poynting : $\vec{P} = \vec{E} \wedge \vec{H}$ devient $\vec{P} = E H \frac{\vec{k}}{k} = \frac{E^2}{\zeta_0} \frac{\vec{k}}{k}$ est donc un vecteur qui pointe dans la direction de propagation dans la direction du vecteur d'onde \vec{k} .

Si l'onde est de plus monochromatique (régime sinusoïdal), on peut noter $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ et le

vecteur de Poynting devient : $\vec{P} = \frac{E_0^2 \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}{\zeta_0} \frac{\vec{k}}{k}$.

On note $\overline{\vec{P}} = \left\| \overline{\vec{P}} \right\|$ l'intensité de l'onde (où \overline{X} est la moyenne temporelle de X)

L'intensité dans le cas d'une onde plane monochromatique vaut : $\mathfrak{S} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{\zeta_0}$. Elle exprime la densité surfacique moyenne portée par l'onde plane pendant sa propagation (en W/m²).
Son flux à travers une surface S exprime la puissance moyenne incidente sur celle-ci.

4. Vecteur de Poynting complexe

En régime sinusoïdal, pour calculer le vecteur de Poynting, il est nécessaire de revenir d'abord en notation réelle. Ne pas le faire conduit à une erreur grave.

Pour éviter cela, on peut définir un nouveau vecteur noté $\overline{\Pi}$ et appelé vecteur de Poynting complexe :

$\overline{\Pi} = \frac{1}{2} \overline{E} \wedge \overline{H}^*$ où \overline{E} et \overline{H} sont cette fois en notation complexe (X^* est le conjugué de X).

On montre alors facilement que : $\mathfrak{S} = \|\overline{P}\| = \Re(\|\overline{\Pi}\|)$

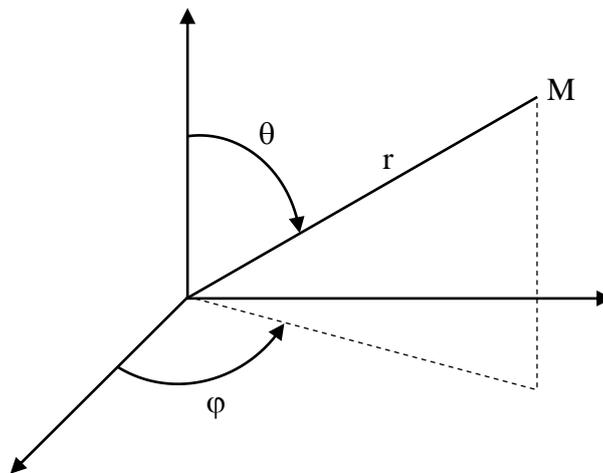
Pour calculer la puissance rayonnée à travers une surface S on peut alors utiliser le vecteur de Poynting complexe ce qui évite de devoir repasser en notation réelle :

$$\Re \left[\iint_S \overline{\Pi} \cdot d\overline{S} \right] = \text{flux de puissance traversant } S$$

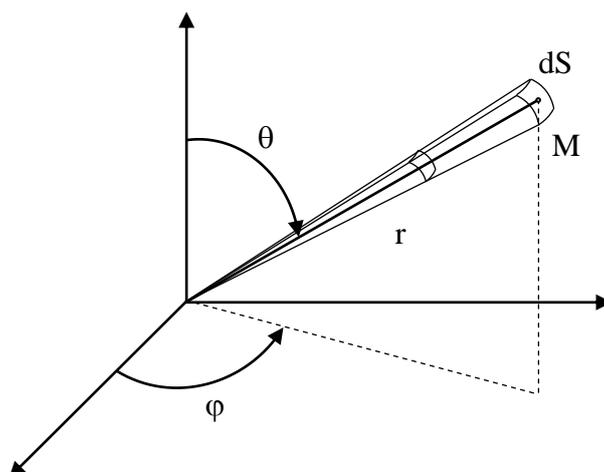
V. Caractéristiques d'une antenne

1. Rappel sur les coordonnées sphériques et les puissances par unité d'angles solides

A. Coordonnées sphériques

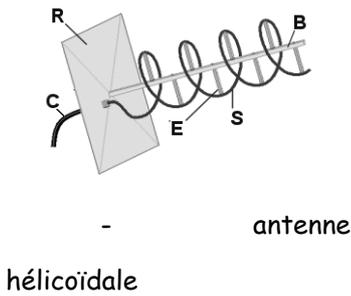
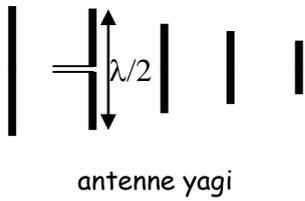
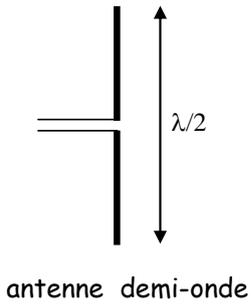
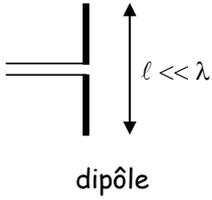


B. Angles solides et puissances par unité d'angle solide



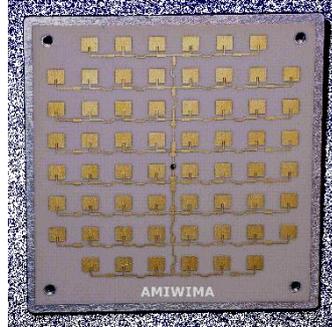
2. Quelques exemples d'antenne

antennes filaires

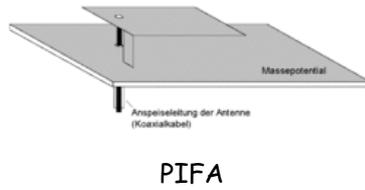


....

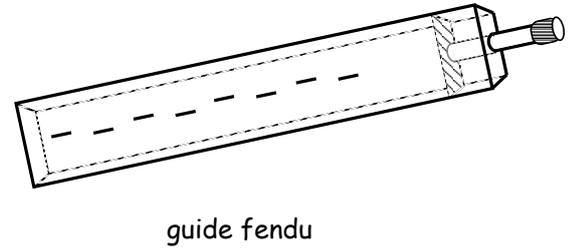
antennes imprimée



patch rectangulaires
(ici en réseau à 2 dimensions)
(ou circulaires, triangulaires ..)



antennes en guide d'onde



cornet pyramidal

antennes à réflecteur

antenne
secondaire

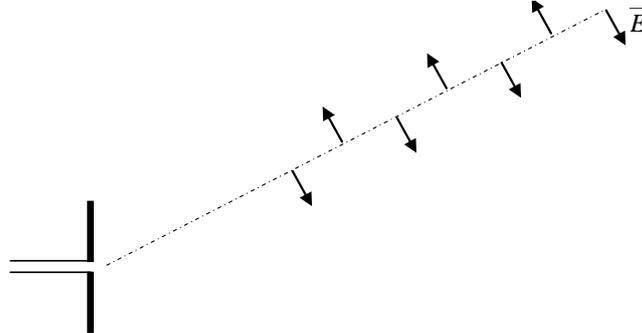


antenne parabolique

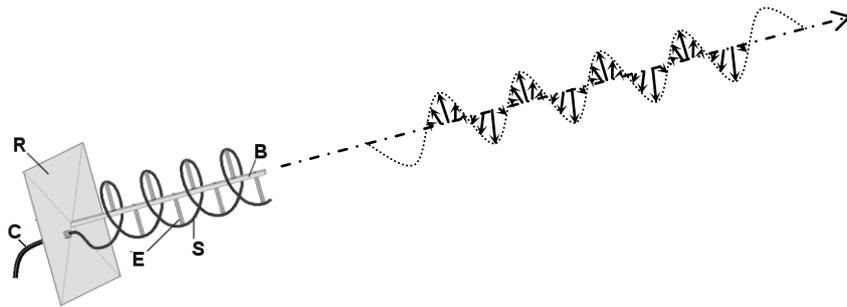
3. Caractéristiques des antennes

A. Polarisation de l'onde émise

- dipôle antenne, antenne $\lambda/2$, antennes filaire rectiligne $\nabla \rightarrow$ polarisation rectiligne



- antenne hélicoïdale \rightarrow polarisation circulaire



B. Diagramme de rayonnement

a. Diagramme

$$\text{diagramme en champ : } f(\theta, \varphi) = \frac{|E(r, \theta, \varphi)|}{|E_{\max}|}$$

$$\text{diagramme en puissance : } r(\theta, \varphi) = \frac{|\mathfrak{I}(r, \theta, \varphi)|}{|\mathfrak{I}_{\max}|} \quad \text{ou} \quad r(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi)}{U_{\max}}$$

où $\mathfrak{I}(r, \theta, \varphi)$ est l'intensité de l'onde c'est-à-dire la valeur moyenne du module du vecteur de Poynting \bar{P} à la distance r dans la direction θ et φ (en W / m^2).

et où $U(\theta, \varphi)$ est la puissance moyenne rayonnée par unité d'angle solide dans la direction θ et φ (en W / m^2).

$$\text{diagrammes en dB : } \quad 20 \log[f(\theta, \varphi)] = 10 \log[r(\theta, \varphi)]$$

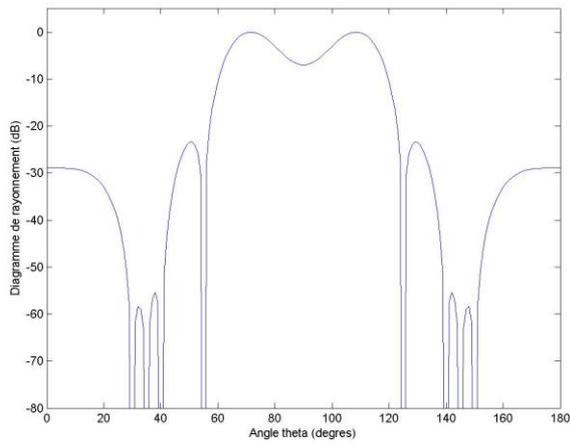
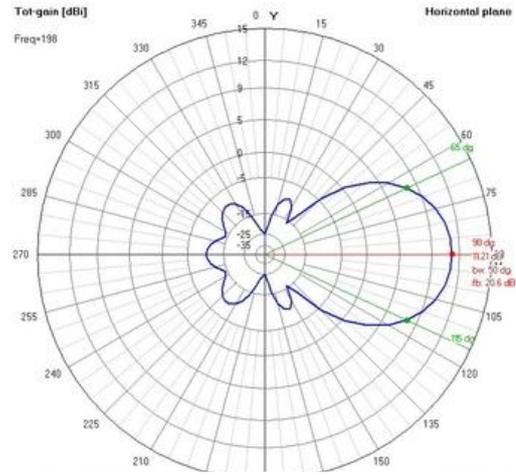
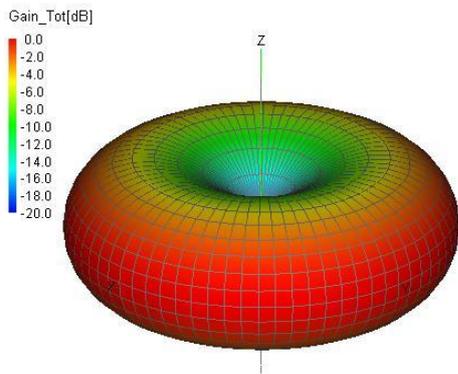


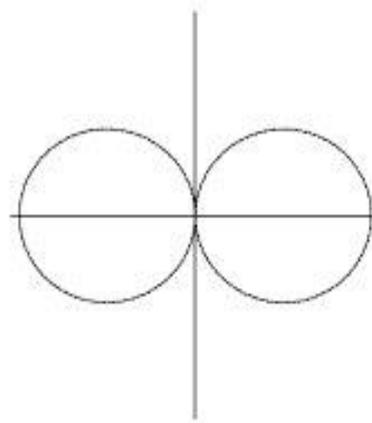
diagramme de rayonnement - représentation linéaire



représentation polaire 2D (yagi) - coupe dans le plan E

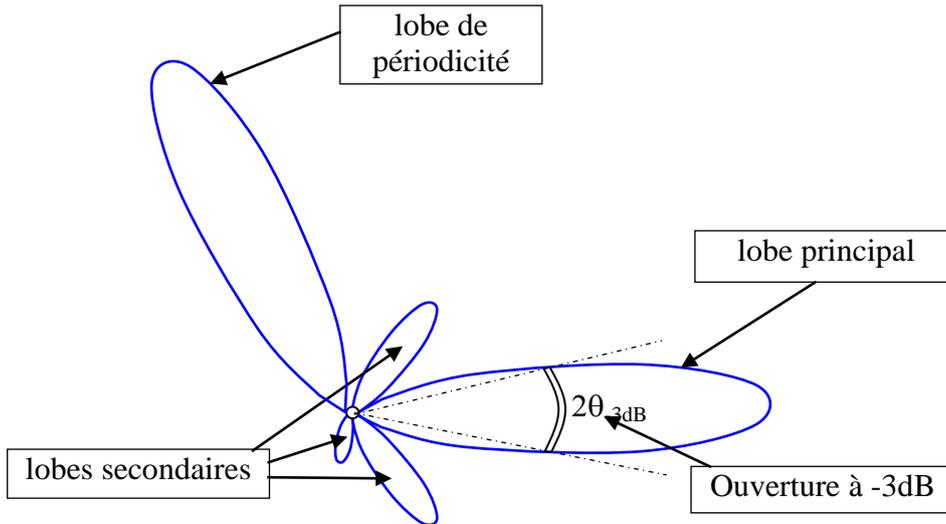


représentation polaire 3D du diagramme d'un dipole



Coupe dans le plan E du diagramme d'un dipôle

b. Définitions sur le diagramme

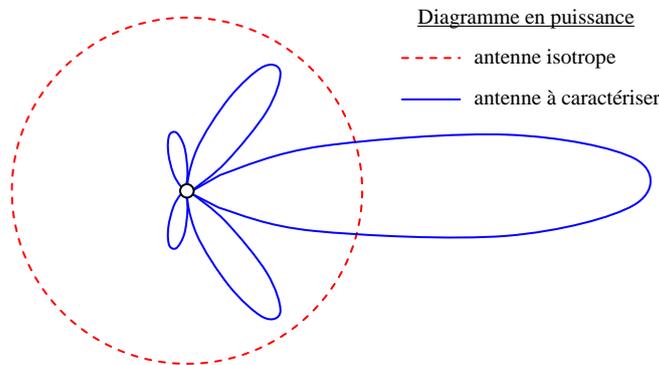


C. Directivité

$$D(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi)}{\bar{U}}$$

où $\bar{U} = \frac{1}{4\pi} \iint_{\text{tout l'espace}} U(\theta, \varphi) d\Omega$ est la puissance moyenne par unité d'angle solide, c'est à dire la puissance totale rayonnée divisée par 4π .

Pour chaque direction, la directivité représente la puissance rayonnée de l'antenne comparée à celle d'une antenne isotrope rayonnant au total la même puissance.



Comparaison de l'antenne à caractériser et de l'antenne isotrope rayonnant la même puissance totale

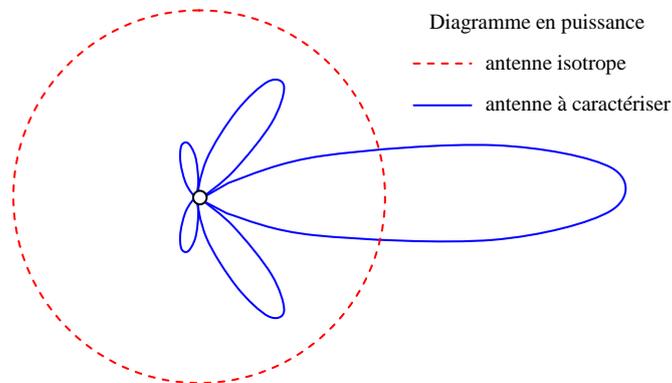
On définit la directivité en dB par la relation : $D_{dB} = 10\log(D)$

Quand on donne la directivité d'une antenne sans préciser de direction, il s'agit de la valeur maximale de la fonction $D(\theta, \varphi)$

D. Gain

$$G(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi)}{P_{\text{alim}} / 4\pi}$$

$P_{\text{alim}} / 4\pi$ représente la puissance rayonnée par unité d'angle solide par une antenne isotrope sans perte. Pour chaque direction, le Gain représente la puissance rayonnée de l'antenne comparée à celle d'une antenne isotrope sans perte alimentée avec la même puissance.

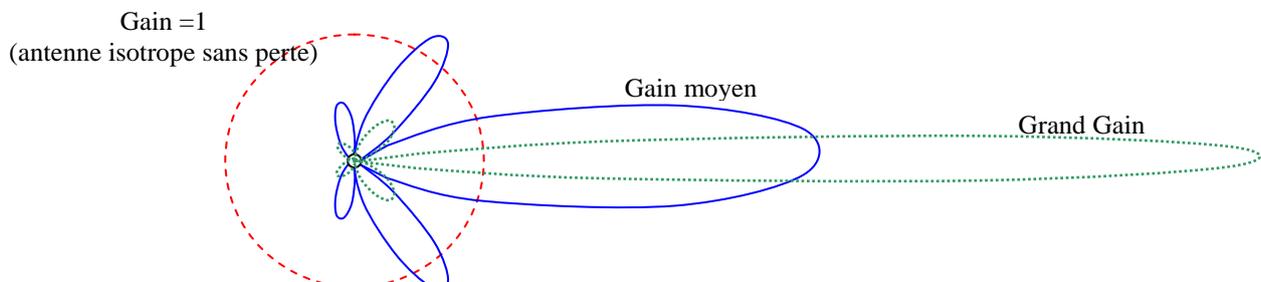


Comparaison de l'antenne à caractériser et de l'antenne isotrope sans perte alimentée avec la même puissance

On définit le gain en dB par la relation : $G_{dB} = 10\log(G)$

Remarques :

- Le Gain est inférieur à la directivité car les pertes diminuent la puissance totale rayonnée. Le gain tient compte des pertes alors que la directivité non.
- Lorsque l'antenne est sans perte, le gain et la directivité ont la même valeur : $D(\theta, \varphi) = G(\theta, \varphi)$
- Quand on donne le gain d'une antenne sans préciser de direction, il s'agit de la valeur maximale de la fonction $G(\theta, \varphi)$
- D'une manière générale, la directivité ou le gain d'une antenne sera d'autant plus grand que l'antenne est grande.
- Plus la directivité ou le gain d'une antenne est grand plus le lobe principal est étroit et donc l'ouverture à -3dB est faible.



Exemples :

Une antenne de gain 40dB, c'est-à-dire 10^4 en linéaire rayonne 10^4 fois plus de puissance dans la direction du maximum que ne le ferai une antenne isotrope sans perte alimentée avec le même générateur.

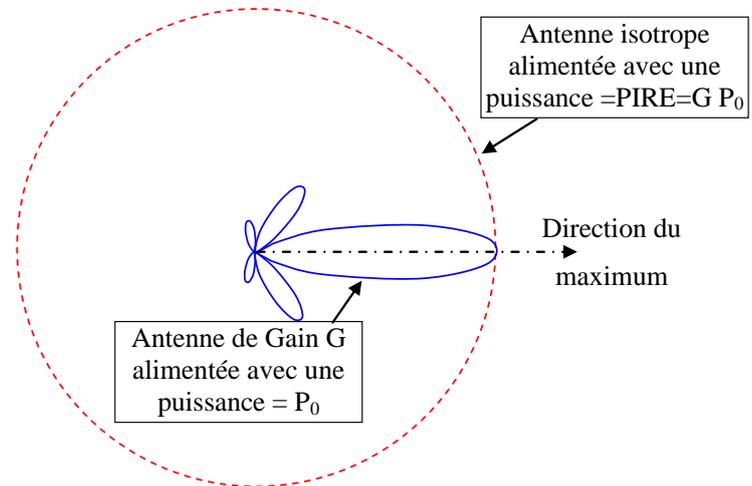
Remarque : Une antenne étant passive, la puissance totale ne peut être supérieure à la puissance d'alimentation. Si le gain vaut 10^4 dans la direction du maximum, la puissance rayonnée dans d'autres directions ne peuvent donc qu'être très inférieure à celle d'une antenne isotrope.

E. PIRE

La PIRE (Puissance Isotrope Rayonnée Equivalente) d'une antenne est la puissance qu'il faudrait fournir à une antenne isotrope sans perte pour que celle-ci rayonne la même puissance dans la direction du maximum de l'antenne.

$$\text{PIRE} = G \cdot P_0$$

Où G est le gain de l'antenne et P_0 est la puissance d'alimentation.



F. Surface effective ou surface de captation

En réception si une antenne est éclairée par une onde incidente plane d'intensité \mathfrak{S} , alors la puissance détectée en sortie d'antenne notée $P_{re\grave{c}ue}$ vaut : $P_{re\grave{c}ue} = \mathfrak{S} \cdot S_c$ où S_c est la surface effective de l'antenne encore appelée surface de captation.

S_c est en fait la surface équivalente de l'antenne, c'est-à-dire la surface qu'il faudrait placer devant l'onde incidente pour écranter une puissance égale à $P_{re\grave{c}ue}$.

La surface effective est inférieure ou égale à la surface réelle d'une antenne lorsque celle-ci est une ouverture (trou dans plan, réflecteur type parabole)

Le théorème de réciprocité montre que le gain et la surface effective sont reliées par la relation suivante :

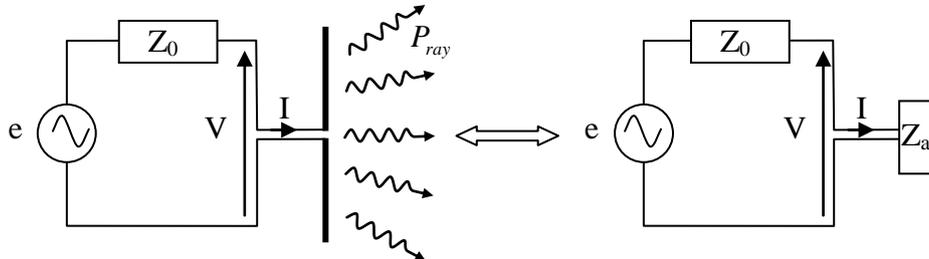
$$\frac{S_c}{G} = \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

G. Impédance équivalente et Résistance de rayonnement

La résistance de rayonnement R_r est la résistance qu'il faut mettre à la place de l'antenne pour dissiper la même puissance que la puissance totale rayonnée par l'antenne. L'impédance équivalente Z_a d'une antenne vaut $Z_a = R_a + jX_a$. R_a se décompose en 2 partie : la résistance de rayonnement et la résistance équivalente de perte $R_a = R_r + R_{pertes}$.

Par exemple en émission, si on remplace l'antenne par son impédance équivalente, la puissance consommée par la résistance de rayonnement ou par l'antenne est identique du point de vue du générateur.

Définition :



V est la tension d'alimentation de l'antenne

I est le courant d'alimentation de l'antenne

Z_a est l'impédance équivalente de l'antenne

$$Z_a = R_a + jX_a \quad \text{où} \quad R_a = R_r + R_{\text{pertes}}$$

$$P_a = \frac{1}{2} \Re(V I^*) = \frac{1}{2} \Re(Z_a I I^*) = \frac{1}{2} I_0^2 \Re(Z_a)$$

$$P_a = \frac{1}{2} I_0^2 R_a = \frac{1}{2} I_0^2 (R_r + R_{\text{pertes}}) = P_{\text{ray}} + P_{\text{dissipée}}$$

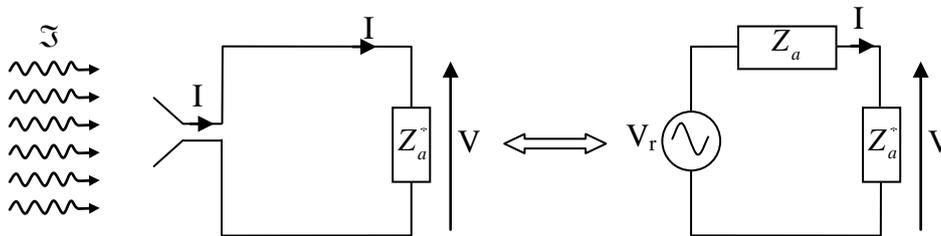
$$P_{\text{ray}} = \frac{1}{2} I_0^2 R_r$$

Par exemple, l'impédance équivalente d'une antenne dipolaire dépend de la longueur du dipôle.

- 8Ω pour le dipôle de longueur $\lambda/10$ (calculé en considérant le courant uniforme sur le dipôle)
- 2Ω pour le dipôle de longueur $\lambda/10$ (calculé en considérant que le courant est réparti plus physiquement, c'est à dire maximum au centre et nul aux 2 extrémités)
- 73Ω pour un dipôle demi-onde à la fréquence de résonance.

VI. Applications

1. Calcul de la tension en réception (exercice)



On désire calculer la tension détectée en sortie d'antenne connaissant l'intensité de l'onde plane incidente sur celle-ci ou l'amplitude du champ électrique incident.

On exprime la tension et le courant en sortie d'antenne comme : $V_r = V_0 e^{j\omega t}$ et $I = I_0 e^{j\omega t}$ où V_0 et $I_0 \in \mathbb{C}$

L'antenne, supposée sans perte, possède un gain G et une impédance de sortie équivalente $Z_a = R_r + jX_a$

Le récepteur est supposé adapté à l'antenne et possède donc une impédance d'entrée de Z_a^* (condition pour que toute la puissance disponible en sortie d'un générateur (ici d'impédance Z_a) soit transférée à la charge (ici Z_a^*)).

La densité de puissance de l'onde plane incidente sur l'antenne est notée \mathfrak{S} et est reliée à l'amplitude du

champ électrique E_0 par :

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{\zeta_0}$$

La puissance détectée par l'antenne vaut donc par définition de la surface de captation :

$$P_r = \mathfrak{S} \cdot S_c$$

Le théorème de réciprocité conduit à la relation entre le gain et la surface de captation de l'antenne :

$$\frac{S_c}{G} = \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

La puissance détectée par l'antenne vaut donc :

$$P_r = \mathfrak{S} G \frac{\lambda^2}{4\pi} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{\zeta_0} G \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad (1)$$

La puissance moyenne transmise au récepteur vaut :

$$P_r = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(VI^*)$$

Et la tension et le courant sont reliés par : $V = Z_a^* I$

On a donc : $P_r = \frac{1}{2} \Re(Z_a^* I I^*) = \frac{1}{2} I_0^2 \Re(Z_a^*) = \frac{1}{2} I_0^2 R_r$

or : $I_0 = \frac{V_0}{Z_a + Z_a^*} = \frac{V_0}{2R_r}$

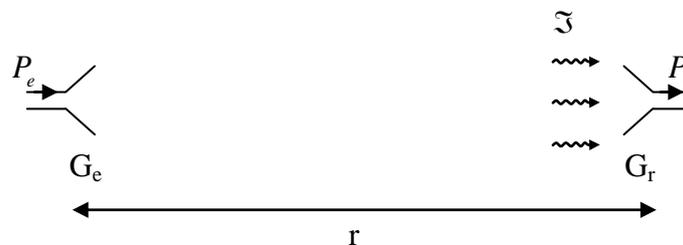
donc : $P_r = \frac{V_0^2}{8R_r}$ (2)

En combinant les relations (1) et 2) on montre donc que l'amplitude la tension V_0 est reliée à l'amplitude

du champ incident E_0 par : $V_0 = \frac{\lambda \sqrt{R_r G}}{\sqrt{\pi \epsilon_0}} E_0$

2. Bilan de liaison - Formule de Friis

Une antenne d'émission est face à une antenne de réception. On suppose que les 2 antennes sont orientées dans la direction de leur maximum d'émission et de réception et sont disposées à une distance r l'une de l'autre. On veut calculer la puissance détectée P_r dans l'antenne de réception connaissant la puissance P_e alimentant l'antenne d'émission. On connaît les caractéristiques des antennes utilisées, à savoir les gains de l'antenne d'émission G_e et de réception G_r .



Le gain de l'antenne d'émission G_e s'écrit en fonction de la puissance surfacique par unité d'angle solide

U par : $G_e = \frac{U}{P_e / 4\pi}$

L'intensité de l'onde au niveau de la réception vaut : $S = \frac{U}{r^2}$

L'intensité de l'onde S au niveau de l'antenne de réception est donc reliée au gain de l'antenne d'émission

par : $S = \frac{G_e P_e}{4\pi r^2}$

D'après la formule (1) du paragraphe précédent on a :

$$P_r = \mathfrak{G}_r \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

ce qui donne :

$$P_r = G_e G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 P_e$$

Cette formule, connue sous le nom de formule de Friis, permet de faire un bilan de puissance.

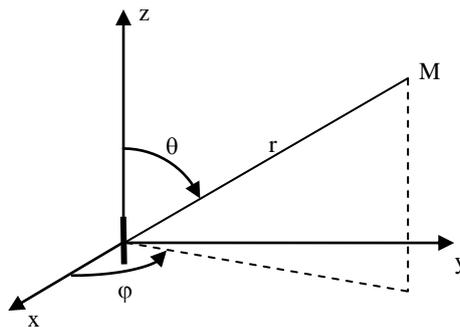
3. Calcul de la portée d'une liaison (exercice)

On utilise 1 dipôle (voir l'expression du champ rayonné par un dipôle élémentaire dans l'exercice "Dipôle de Hertz" au paragraphe 4) pour transmettre la température mesurée par un capteur. Le récepteur, muni d'un dipôle identique, est situé à la distance d du capteur. La fréquence d'émission- réception choisie est $f = 400\text{MHz}$, et les dipôles ont une longueur de 5 cm . La puissance émise par le capteur vaut 0dBm , c'est-à-dire 1mW . La puissance minimum en dessous de laquelle le récepteur ne peut plus reconnaître l'information vaut 10 nW .

Calculer la distance maximale d de transmission de l'information.

4. Dipôle de Hertz (exercice)

Un dipôle, de longueur L ($L \ll \lambda$), est situé dans l'espace libre à l'origine du repère spatial et dirigé selon l'axe Oz . Le dipôle est parcouru par un courant uniforme sur la longueur du dipôle, d'amplitude complexe $I_0 e^{j\omega t}$.



On rappelle le champ électromagnétique rayonné par le dipôle, en coordonnées sphériques :

$$\begin{cases} E_r = -j \zeta_0 k I L \cos(\theta) \left[\frac{2j}{kr} + \frac{2}{k^2 r^2} \right] \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \\ E_\theta = -j \zeta_0 k I L \sin(\theta) \left[-1 + \frac{j}{kr} + \frac{1}{k^2 r^2} \right] \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \\ E_\phi = 0 \end{cases} \begin{cases} H_r = 0 \\ H_\theta = 0 \\ H_\phi = j k I L \sin(\theta) \left[1 - \frac{j}{kr} \right] \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \end{cases}$$

où ζ_0 est l'impédance d'onde du vide : $\zeta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi$; k est la norme du vecteur d'onde : $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Champ proche

1°) En champ proche ($r \ll \lambda$), donner une approximation du champ. Comparer au champ électrique généré par un dipôle électrostatique et au champ magnétique généré par un fil parcouru par un courant constant.

(on rappelle qu'un dipôle électrostatique génère un champ électrique $[\vec{E} = \frac{2P \cos(\theta)}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{u}_r + \frac{P \sin(\theta)}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{u}_\theta]$ et qu'un

fil parcouru par courant constant et uniforme génère un champ $[\vec{H} = \frac{I L \sin(\theta)}{4\pi r^2} \vec{u}_\phi]$)

Quelle est la nature du champ électromagnétique ?

Champ lointain

2°) En champ lointain ($r \gg \lambda$), donner une approximation du champ. Quelle structure a le champ.

3°) Calculer la puissance rayonnée P_r à travers une surface sphérique centrée sur l'antenne de rayon r

quelconque. On donne $\int_0^\pi \sin^3(\theta) d\theta = 4/3$

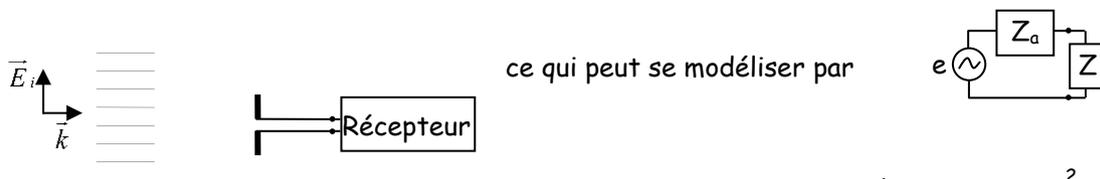
4°) Tracer le diagramme de rayonnement du dipôle. Donner l'ouverture à 3dB du dipôle.

5°) Calculer la résistance de rayonnement R_d . A.N. $L/\lambda = 0.01$ puis 0.1.

6°) Calculer la directivité du dipôle.

7°) Sachant que le dipôle étudié est parfaitement adapté et sans perte, calculer le gain du dipôle.

8°) On utilise le dipôle en réception pour mesurer une onde incidente plane d'amplitude \vec{E} polarisée selon \vec{u}_z . On notera $Z_a = R_r + jX_a$ l'impédance de rayonnement du dipôle. Le dipôle est relié au récepteur d'impédance équivalente Z . Le dipôle se comporte vis-à-vis du récepteur comme un générateur de fem e et d'impédance interne Z_a . Le récepteur est adapté au dipôle, c'est-à-dire que $Z = Z_a^*$.



Calculer la puissance fournie au récepteur en fonction de e . (On trouve $\bar{P} = \frac{1}{2} \text{Re}(V I^*) = \frac{e_0^2}{8R_r}$)

Calculer e en fonction du champ incident $|\vec{E}|$.

Calculer la surface de captation du dipôle S_c .

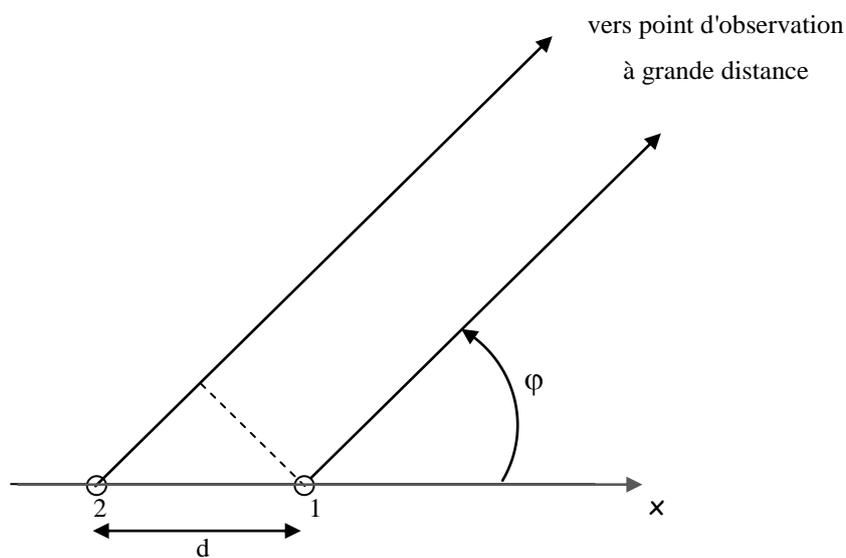
Comparer S_c au Gain du dipôle.

VII. Réseaux d'antennes

1. Alignement de 2 antennes

On considère deux antennes ponctuelles isotropes, distantes de d et alimentées en phase, qui rayonnent une même onde électromagnétique de longueur d'onde. On appelle E_0 , l'amplitude complexe du champ électrique rayonné à la distance $R \gg \lambda$, par la source 2.

L'origine des phases est prise à l'origine des coordonnées (x, y, z) .



Alignement de deux antennes isotropes

Le déphasage ψ du champ émis par l'antenne 1 par rapport à l'antenne 2, pour un point d'observation situé dans la direction repérée par l'angle φ par rapport à la direction de l'alignement est dû à la différence de marche et est donné par :

$$\psi = \frac{2 \pi d}{\lambda} \cos \varphi$$

L'origine des phases étant prise sur l'antenne 1, on peut considérer que l'onde issue de l'antenne 2 a un retard de phase de $-\psi$

Le champ total créé à la distance r par les deux antennes est donc égal à :

$$E = E_0 (1 + e^{-j\psi}) = E_0 e^{-j\psi/2} (e^{j\psi/2} + e^{-j\psi/2})$$

soit à :

$$E = 2 E_0 e^{-j\psi/2} \cos \frac{\psi}{2} = 2 E_0 e^{-j\psi/2} \cos \left(\frac{\pi d}{\lambda} \cos \varphi \right)$$

Il est de révolution autour de l'axe de l'alignement (axe Ox).

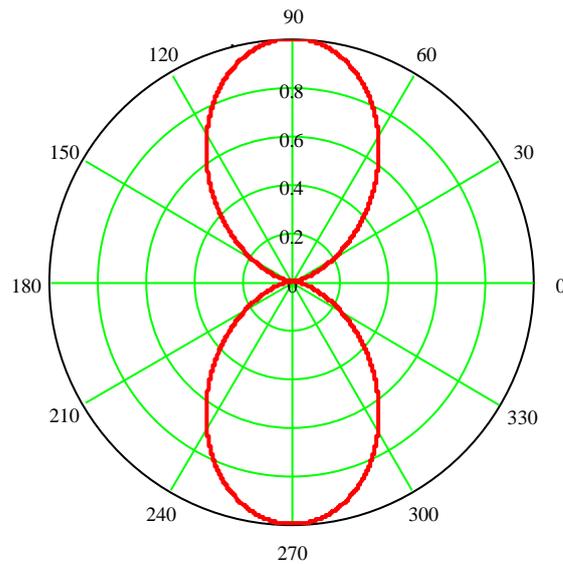


Diagramme de rayonnement dans le plan (xOy) de 2 sources isotropes en phase, distantes de $\lambda/2$

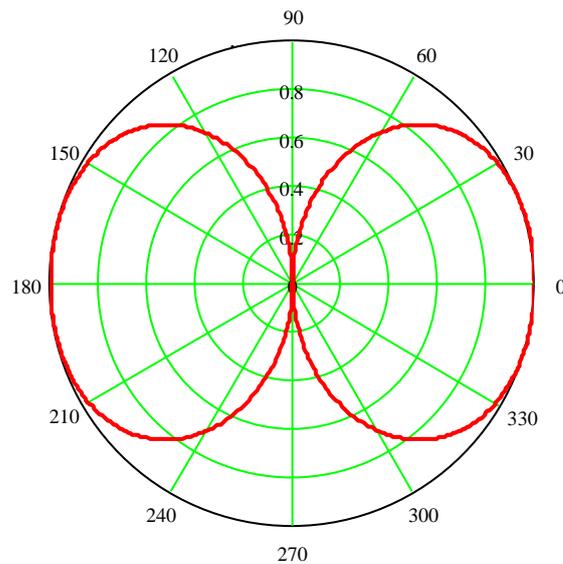


Diagramme de rayonnement dans le plan (xOy) de 2 sources isotropes déphasées de π , distantes de $\lambda/2$

2. Alignement de N antennes identiques

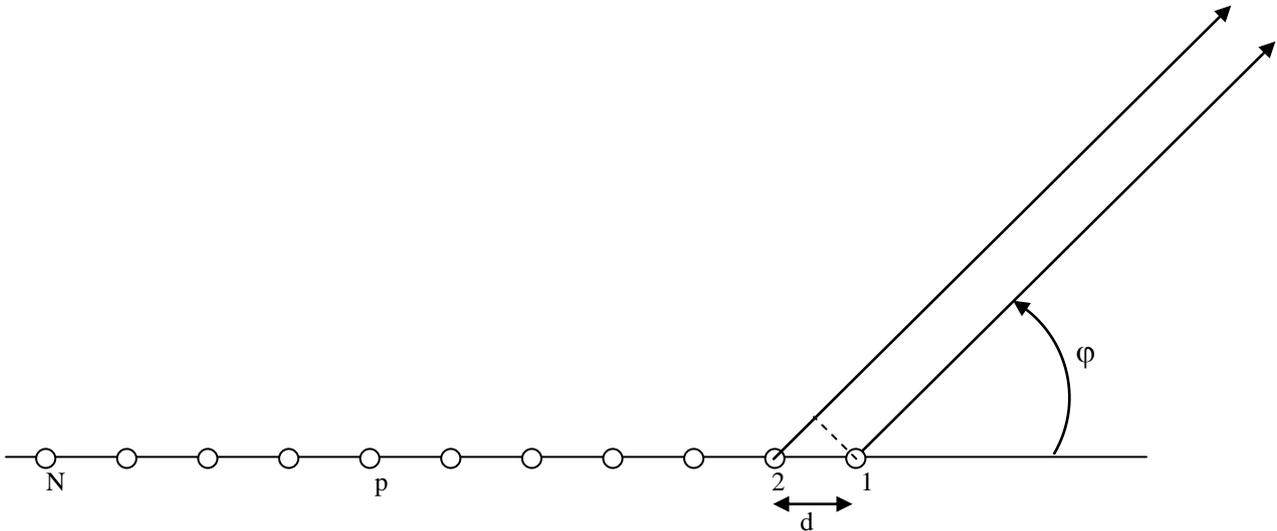
On désire calculer le rayonnement d'un alignement d'antenne identique réparties régulièrement, toutes alimentées avec la même puissance

A. Facteur de réseau (sources isotropes)

Dans un premier temps, considérons des antennes isotropes.

Chaque antenne n° p est alimentée par une tension d'amplitude identique de phase $-(p-1)\delta$. L'origine des phases est prise sur l'antenne n°1. Au point d'observation dans la direction φ , le retard de phase de l'onde émise par l'antenne p+1 par rapport à l'onde émise par l'antenne p est égal à :

$$-\psi = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \phi + \delta$$



Alignement de N antennes identiques distantes de d

On appelle E_0 , le champ rayonné dans la direction φ , à la distance $R \gg \lambda$ par l'antenne 1. Ce champ est indépendant de φ et ne dépend que de la distance r puisque le rayonnement est isotrope.

Le champ total rayonné par les N antennes dans la direction φ a donc pour expression :

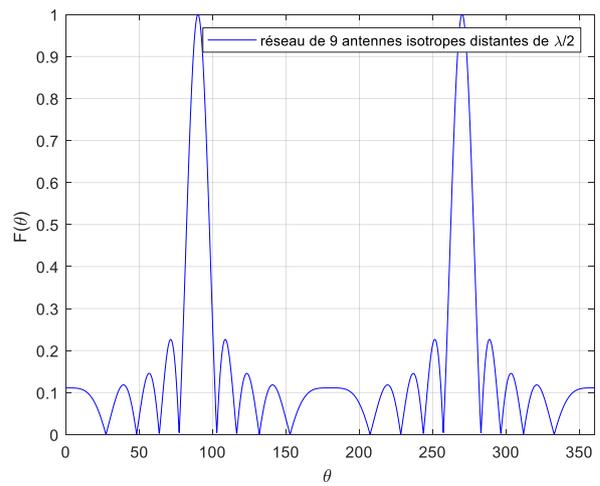
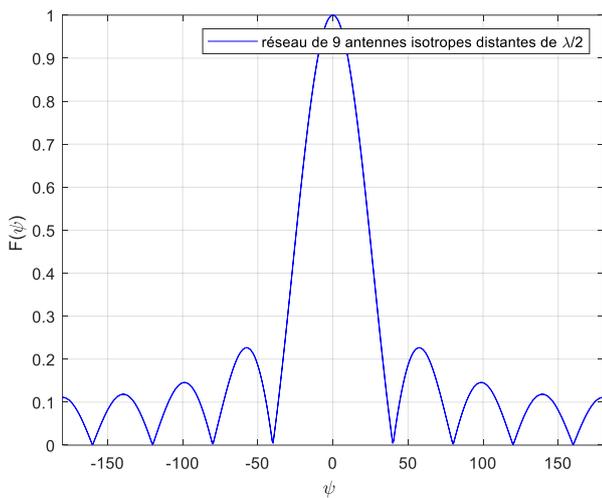
$$E = E_0 \left[1 + e^{-j\psi} + e^{-j2\psi} + \dots + e^{-j(N-1)\psi} \right] \text{ où } \psi = \frac{2\pi}{\lambda} d \cos(\varphi) + \delta$$

$$E = E_0 \frac{1 - e^{-jN\psi}}{1 - e^{-j\psi}} E_0 \frac{e^{-jN\psi/2} e^{jN\psi/2} - e^{-jN\psi/2}}{e^{-j\psi/2} e^{j\psi/2} - e^{-j\psi/2}} = E_0 e^{-j(N-1)\psi/2} \frac{\sin\left(N\frac{\psi}{2}\right)}{\sin\frac{\psi}{2}}$$

Le diagramme de rayonnement en champ $F(\theta, \varphi)$ est égal à :

$$F(\psi) = \frac{1}{N} \left| \frac{\sin\left(N\frac{\psi}{2}\right)}{\sin\frac{\psi}{2}} \right| \text{ où } \psi = \frac{2\pi}{\lambda} d \cos(\varphi) + \delta$$

La fonction $F(\psi)$ qui représente le diagramme de rayonnement en champ de n antennes isotropes identiques est appelée facteur de réseaux.

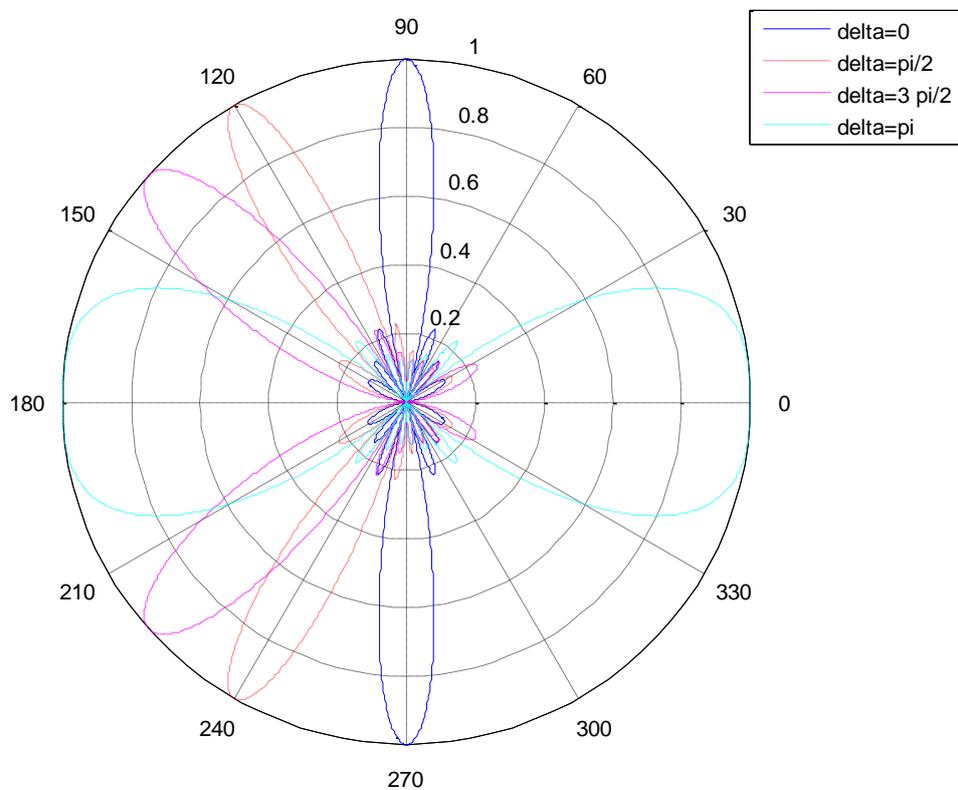


Facteur de réseaux de 9 antennes isotropes en phase ($\delta=0$) distantes de $\lambda/2$

B. Principe du balayage électronique

D'après la formule du facteur de réseau, le maximum de rayonnement est toujours obtenu dans la direction ϕ_m telle que $\psi = 0$ c'est-à-dire dans la direction pour laquelle les ondes émises par les différents

points source s'ajoutent en phase. Ceci correspond à la condition : $\cos \phi_m = -\delta \frac{\lambda}{2\pi d}$



Facteur de réseaux de 8 antennes isotropes distante de $\lambda/2$, pour delta variant de 0 à π

On peut faire varier électroniquement le déphasage δ entre les alimentations de deux antennes adjacentes pour faire varier la direction du maximum de rayonnement. On peut ainsi balayer différentes régions de l'espace. C'est le principe du balayage électronique.

Dans l'exemple précédent, 8 sources identiques isotropes sont alimentées avec différentes lois de déphasage. On observe que selon le déphasage entre antennes successives, le maximum du lobe principal tourne de la direction $\varphi = \pi/2$ à la direction $\varphi = \pi$.

C. Principe de multiplication des diagrammes

Le diagramme de rayonnement en champ $f_a(\theta, \phi)$ d'un réseau de N antennes non isotropes, caractérisées par le même diagramme de rayonnement $f(\theta, \phi)$ est égal au produit suivant :

$$f_a(\theta, \phi) = f(\theta, \phi) \times F(\theta, \phi)$$

où $F(\theta, \phi)$ est le facteur de réseaux des N antennes isotropes

VIII. Techniques de mesure du gain d'une antenne

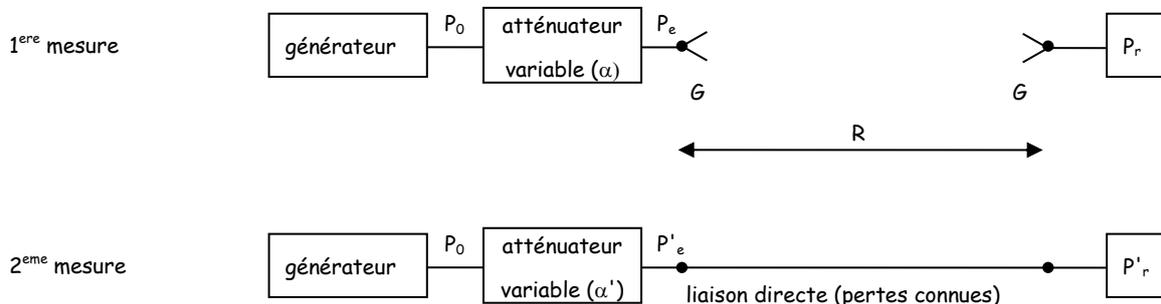
Il existe plusieurs méthodes pour mesurer le gain d'une antenne. Il faut avant toute mesure prendre les précautions suivantes :

- les antennes doivent être adaptée aux lignes de transmission.
- Les antennes d'émission et de réception doivent être alignées, cad que leur positionnement doit assurer une réception maximale.
- Les ondes incidentes sur l'antenne de réception (de dimension D) doivent être
 - uniformes en phase (différence de marche inférieure à $\lambda/16$), ce qui impose que $r > \frac{2D^2}{\lambda}$ (condition de Fraunhofer)
 - uniforme en amplitude (en admettant une variation d'amplitude incidente sur l'antenne de 0.25dB maximum), il faut que la dimension de l'antenne à tester respecte $D < \frac{r\lambda}{4D_s}$ où D_s est la dimension de l'antenne source.
- Il faut faire les mesures dans un lieu assurant que les ondes incidentes sur l'antenne de réception viennent directement de l'antenne d'émission sans avoir subie de réflexion sur des obstacles environnants (se mettre dans une chambre anéchoïque)

1. Méthode directe

Cette méthode est utilisable lorsque l'on dispose de 2 antennes identiques.

La mesure se fait en 2 temps.



Mesure du gain par la méthode directe.

Dans un premier temps, la puissance P_0 en sortie de générateur, après être atténué d'une certaine valeur (coefficient multiplicatif $\alpha \in [0;1]$), est transmise au récepteur par l'intermédiaire des 2 antennes identiques de gain G inconnu distantes de R . La puissance reçue est donnée par la formule de Friis :

$$P_r = G^2 \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 P_e$$

La puissance émise P_e est reliée à la puissance disponible en sortie de générateur par : $P_e = \alpha P_0$.

On a donc :

$$P_r = G^2 \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \alpha P_0$$

Dans un second temps, la liaison hertzienne est remplacée par une ligne de caractéristique connue dont l'atténuation vaut A . L'atténuateur, supposé calibré, est réglé pour que la puissance P'_r reçue par le récepteur soit la même que dans la 1^{ère} étape. Cela permet de s'affranchir d'une possible non linéarité du récepteur. Il est en effet souvent plus simple et moins onéreux de calibrer un atténuateur qu'un récepteur.

Comme la puissance P'_r reçue par le récepteur est reliée à P_0 par la relation suivante :

$$P'_r = A P'_e = A \alpha' P_0$$

on peut alors écrire si $P_r = P'_r$:

$$G^2 \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \alpha P_0 = A \alpha' P_0$$

c'est à dire :

$$G = \frac{4\pi R}{\lambda} \sqrt{A \frac{\alpha'}{\alpha}}$$

On note $G_{dB} = 10 \log(G)$, $\alpha_{dB} = 10 \log(\alpha)$ où $\alpha_{dB} \in]-\infty; 0]$ et $A_{dB} = 10 \log(A)$ où $A_{dB} \in]-\infty; 0]$.

On a alors :

$$G_{dB} = 10 \log \left(\frac{4\pi R}{\lambda} \right) + 10 \log \left(\sqrt{A \frac{\alpha'}{\alpha}} \right)$$

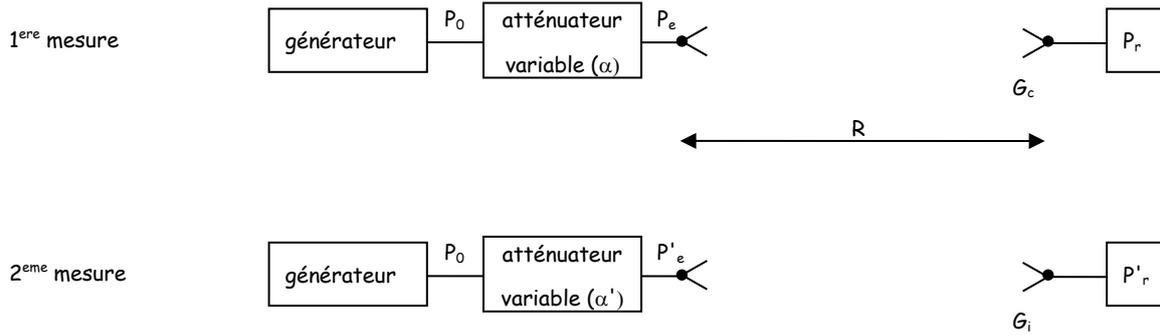
c'est à dire :

$$G_{dB} = 10 \log \left(\frac{4\pi R}{\lambda} \right) + 0.5(A_{dB} + \alpha'_{dB} - \alpha_{dB})$$

exemple : si $R=3$ m, $\lambda=3$ cm, $A=-10$ dB, $\alpha=-3$ dB et $\alpha'=-15$ dB la formule précédente donne $G_{dB}=21$ dB

2. Méthode de comparaison

Cette méthode est utilisée quand on dispose d'une antenne dont on connaît le gain (antenne étalon). On peut alors déterminer le gain d'une antenne inconnue par comparaison avec l'antenne étalon. la mesure se fait là aussi en 2 temps.



Mesure du gain par la méthode de comparaison.

Dans un premier temps, la puissance P_0 en sortie de générateur, après être atténué d'une certaine valeur (coefficient α) est émise par l'antenne d'émission de gain G et reçue par l'antenne étalon de gain G_c . La puissance reçue est donnée par la formule de Friis :

$$P_r = G G_c \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 P_e = G G_c \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \alpha P_0$$

Dans un second temps l'antenne étalon est remplacée par l'antenne inconnue de gain G_i . L'atténuateur est réglé de façon à obtenir la même puissance en réception ($P'_r = P_r$) pour s'affranchir d'une possible non linéarité du récepteur. La puissance P'_r reçu dans ces conditions vaut alors :

$$P'_r = G G_i \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \alpha' P_0$$

Si $P'_r = P_r$ alors on trouve simplement :

$$\alpha G_c = \alpha' G_i$$

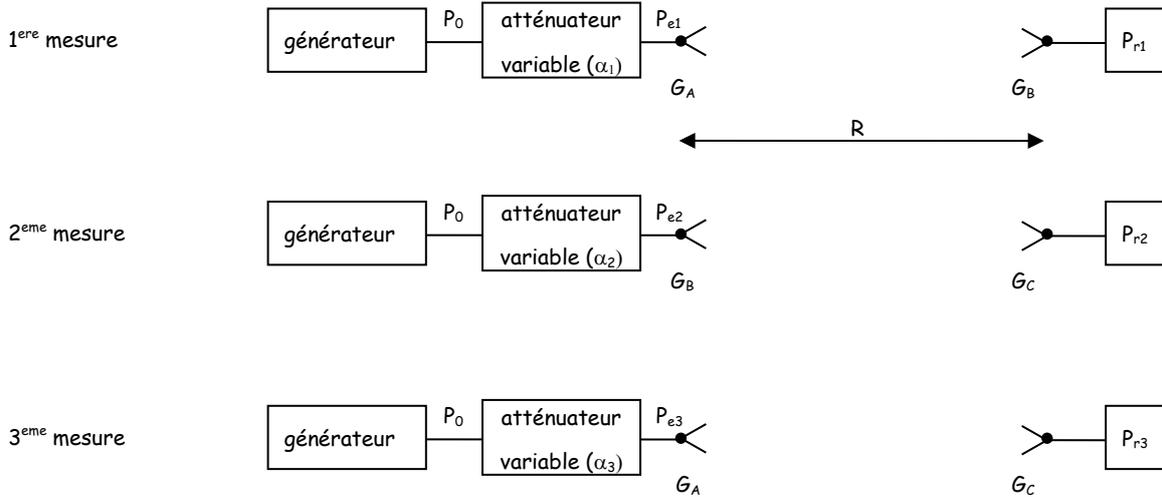
et le gain de l'antenne inconnue vaut :

$$G_i = \frac{\alpha}{\alpha'} G_c$$

Cette expression en dB devient :

$$G_{i\text{dB}} = G_{c\text{dB}} + \alpha_{\text{dB}} - \alpha'_{\text{dB}}$$

3. Méthode des 3 antennes



On a alors :

$$\begin{cases} P_{r1} = G_A G_B \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \alpha_1 P_0 & (1) \\ P_{r2} = G_B G_C \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \alpha_2 P_0 & (2) \\ P_{r3} = G_A G_C \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \alpha_3 P_0 & (3) \end{cases}$$

On peut alors calculer le gain des 3 antennes inconnues à partir du système précédent de 3 équations.

Exemple de résolution :

Si l'atténuateur est réglé pour que la puissance reçue soit la même dans les 3 cas, on a $P_{r1} = P_{r2} = P_{r3}$, et on peut extraire les 3 gains inconnus du système de 3 équations précédente :

$$(1) \Rightarrow G_A G_B = \left(\frac{4\pi R}{\lambda} \right)^2 \frac{P_{r1}}{\alpha_1 P_0} = D \tag{4}$$

$$(2)=(3) \Rightarrow G_B G_C \alpha_2 = G_A G_C \alpha_3 \quad \text{c'est à dire} \quad G_B = G_A \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \tag{5}$$

$$(5) \text{ dans } (4) \text{ donne :} \quad G_A = \sqrt{D \frac{\alpha_3}{\alpha_2}} \tag{6}$$

$$(5) \text{ et } (6) \text{ donne :} \quad G_B = \sqrt{D \frac{\alpha_2}{\alpha_3}} \tag{7}$$

$$(1)=(2) \Rightarrow G_A G_B \alpha_1 = G_B G_C \alpha_2 \quad \text{c'est à dire} \quad G_C = G_A \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \tag{8}$$

$$(8) \text{ et } (6) \text{ donne :} \quad G_C = \sqrt{D \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \tag{9}$$

IX. Bibliographie

1/ Electromagnétisme - Fondements et applications, J.P. Peres, R.Carles, R.Fleckinger, Ed. Masson

2/ Les bases de l'électromagnétisme, M. Hulin, J.P.Maury, Ed. Dunod

3/ Electromagnetic Waves and Antennas, Sophocles J. Orfanidis, gratuit

chapitre par chapitre et autres informations : <https://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/>

Le livre en entier (plus de 1400 pages...) : <https://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/ewa-2up.pdf>

3/ <http://www.amanogawa.com/>

Un site avec plein d'aplets et de photocopiés sur les circuits, les lignes, l'électromagnétisme et les antennes

4/ <http://www.falstad.com/mathphysics.html>

Plein d'aplets

5/ <http://www.ta-formation.com/acrobat-modules/ondes-antennes.pdf>, Jean-philippe Muller - photocopié d'antennes