

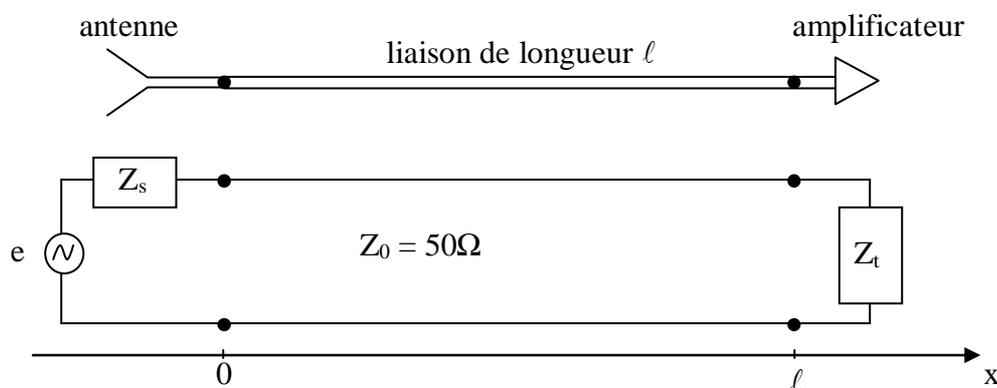
*Travaux Dirigés et Travaux Pratiques de
Lignes de transmission*

TD n° 1 - Tension, impédance, réflexion

I. Tension le long d'une ligne

Une ligne bifilaire sans perte d'impédance caractéristique $Z_0 = 50 \Omega$ relie l'antenne d'un radar Doppler de police à l'amplificateur de réception. L'antenne dispose d'une impédance de sortie $Z_s = 50 \Omega$ et l'amplificateur d'une impédance d'entrée de $Z_t = 30 \Omega$. La fréquence du signal capté est centrée sur 25 GHz et la vitesse de phase sur la ligne est $v_\varphi = 2.10^8$ m/s. La longueur de la ligne vaut $\ell = 2$ mm.

1°) L'amplitude de la tension en sortie d'antenne lorsqu'on la branche sur une charge de 50Ω vaut $22 \mu V$. Calculer la fem e .



- 2°) Calculer l'amplitude complexe de la tension $V(0)$ à la sortie de l'antenne dans le montage ci dessus.
- 3°) Calculer l'amplitude complexe de l'onde de tension incidente se propageant sur la ligne.
- 4°) Calculer l'amplitude complexe de l'onde de tension réfléchie se propageant sur la ligne.
- 5°) Ecrire la tension $V(x)$ le long de la ligne. Calculer l'amplitude complexe de la tension à l'entrée de l'amplificateur.

II. Mesure de l'impédance caractéristique

Un opérateur mesure l'impédance à l'entrée d'une ligne téléphonique sans perte pendant qu'un second opérateur branche différentes charges terminales.

Il mesure $Z_{e0} = j 294 \Omega$ quand le second opérateur place un court circuit à son extrémité, et $Z_{e\infty} = -j 1224 \Omega$ quand le second laisse la ligne en circuit ouvert.

Calculer Z_0 en fonction Z_{e0} et $Z_{e\infty}$. A.N.

III. Mesure d'une charge inconnue

A l'extrémité d'une ligne sans perte, d'impédance caractéristique $Z_0 = 50 \Omega$, est placée une charge Z_t qui présente un coefficient de réflexion $\Gamma_t = \rho_t e^{j\theta_t}$. On se propose de déterminer cette charge sans mesure directe comme avec un appareil tel qu'un analyseur de réseau. On dispose pour cela (Fig. 1) d'une ligne de mesure comportant une sonde dont on peut faire varier la position s sur la ligne et délivrant un courant $I(s)$ proportionnel à l'amplitude de la tension au carré $|V(s)|^2$.

Rappeler l'expression générale de $|V(s)|^2$ en fonction de Γ_t .

Rappeler la définition du Taux d'onde stationnaire et la relation entre le TOS et le coefficient de réflexion.

1°) Détermination de la longueur d'onde

Grace à la ligne de mesure représentée ci contre, on repère deux minimums successifs de tension d'abscisse : $s_0=36 \text{ cm}$ et $s'_0=42 \text{ cm}$ lorsque la ligne est terminée par un court circuit,

Déterminer la longueur d'onde de la tension à la fréquence de travail.

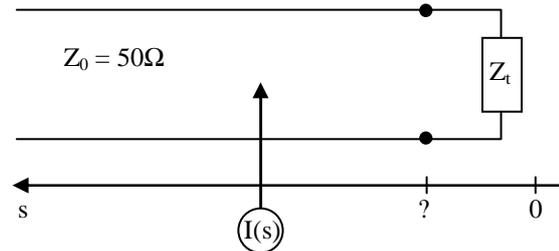


Figure 1 : Ligne de mesure

2°) Détermination de ρ_t .

Lorsque la ligne est terminée par la charge inconnue Z_t , on mesure les extremums de courant suivants : $I_{\min}=10 \mu\text{A}$ et $I_{\max}=160 \mu\text{A}$

Calculer ρ_t , numériquement et par l'abaque de Smith.

3°) Détermination de θ_t et Z_t

Le zéro de l'échelle des abscisses s ne coïncide pas avec la position de la charge placée à l'extrémité. ($\Gamma_t \neq \Gamma(s=0)$). On repère un minimum de tension situé entre s_0 et s'_0 à l'abscisse $s_1=40.2 \text{ cm}$.

Montrer que $\Gamma(s_0) = \Gamma_t$.

Calculer l'argument du coefficient de réflexion θ_t par le calcul. **En déduire** la charge Z_t .

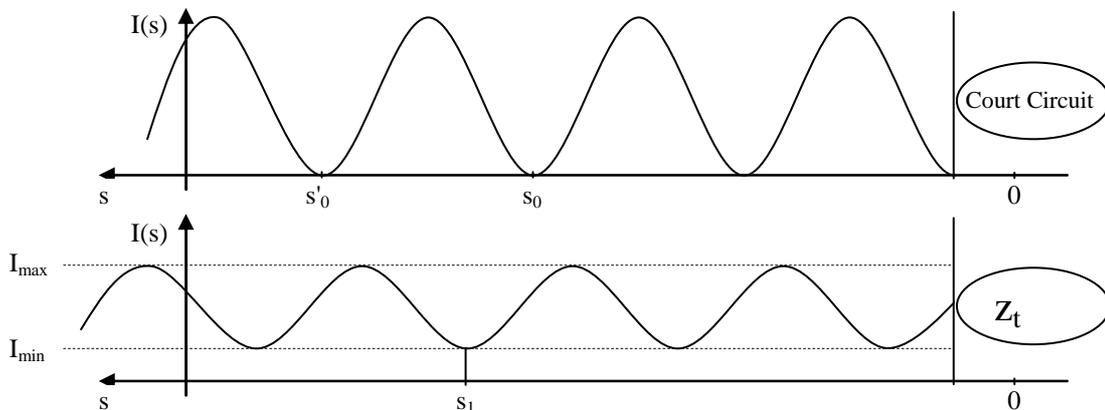


Figure 2

(On verra lors du TP de lignes une méthode graphique utilisant l'abaque de Smith pour déterminer la charge inconnue.)

TD n° 2 - Puissance et Abaque de Smith

I. Calculs élémentaires sur l'Abaque de Smith

Une ligne bifilaire sans perte d'impédance caractéristique $Z_0 = 100 \Omega$ est terminée par une charge $Z_T = (30 + j55) \Omega$. La fréquence de travail est de 1 GHz et la vitesse de phase sur la ligne est $v_\phi = 2.10^8$ m/s.

Déterminer à l'Abaque de Smith :

1°) l'admittance de la charge

2°) Le coefficient de réflexion Γ_T sur la charge.

3°) Quel est le lieu sur l'abaque des impédances réduites ramenées z_r le long de cette ligne ?

4°) Le coefficient de réflexion à la distance de 12 cm de la charge. Donner la valeur de l'impédance à cet endroit

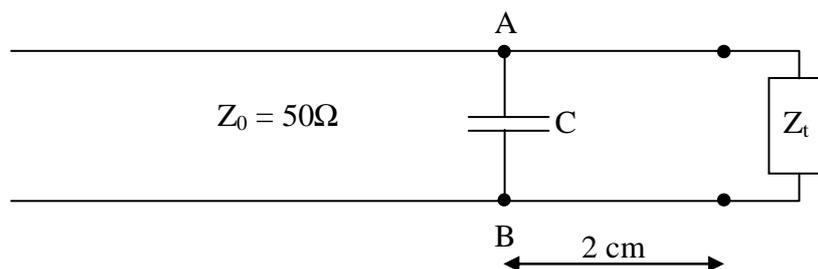
Exercice supplémentaire : montrer que l'impédance ramenée à 4.8 cm de la charge vaut $(95 - j159) \Omega$.

II. Calculs avancés à l'Abaque de Smith

Une ligne sans perte, d'impédance caractéristique $Z_0 = 50 \Omega$, est terminée par une charge d'impédance $Z_T = (20 - j30) \Omega$. La fréquence de travail est de 900 MHz et la vitesse de phase sur la ligne est $v_\phi = 3.10^8$ m/s.

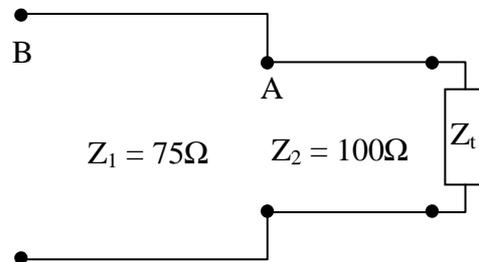
On place dans le plan AB situé à 2 cm de la charge, une capacité $C = 15$ pF en parallèle sur la ligne.

Déterminer à l'aide de l'Abaque l'impédance totale Z_{AB} .



III. Impédances caractéristiques multiples

2 tronçons de lignes sans pertes, de longueurs $\ell_1 = 0.1 \lambda$ et $\ell_2 = 0.12 \lambda$ et d'impédance caractéristiques $Z_1 = 75 \Omega$ et $Z_2 = 100 \Omega$ sont montés en série. On place une impédance $Z_t = (110 + j 140) \Omega$ à l'extrémité du second tronçon de ligne.



Déterminer à l'aide de l'Abaque, l'impédance totale Z_B vue dans le plan B.

IV. Puissance sur une ligne

On considère une ligne à faibles pertes, d'impédance caractéristique $Z_0 = 50 \Omega$, de longueur $\ell = 10$ m dont le coefficient d'atténuation à la fréquence de travail est $\alpha = 9 \cdot 10^{-2}$ dB/m. La ligne est terminée par une charge d'impédance $Z_t = (70 + j60) \Omega$. Le générateur d'impédance interne Z_0 fournit à la ligne une puissance $P_0 = 20$ dBm.

1°) Calculer :

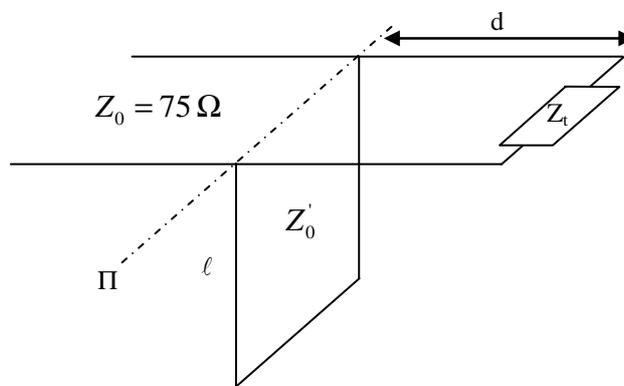
- la puissance incidente sur la charge,
- la puissance réfléchie par la charge,
- la puissance transmise à la charge,
- la puissance réfléchie dissipée dans le générateur.
- la puissance dissipée dans la ligne,

2°) Comment faut-il choisir la charge pour que la puissance qui lui est transmise soit maximale.

TD n° 3 - Adaptation

I. Adaptation à l'aide d'un élément à constante répartie

On veut adapter une charge $Z_t = (22.5 + j 45) \Omega$ sur une ligne d'impédance caractéristique $Z_0 = 75 \Omega$ à la fréquence $f = 1 \text{ GHz}$ à l'aide du dispositif suivant : dans le plan Π situé à la distance d de la charge, on place, en parallèle sur la ligne, un tronçon de ligne court circuité de longueur ℓ . La vitesse de phase sur la ligne vaut $v_\varphi = 3.10^8 \text{ m/s}$.



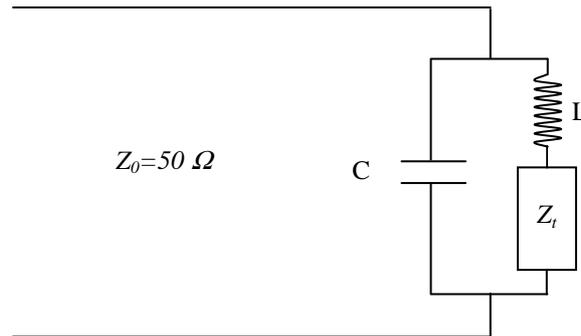
1°) L'impédance caractéristique Z'_0 de la ligne placée en parallèle est la même que celle de la ligne principale.

- Ecrire la condition d'adaptation.
- Déterminer, à l'aide de l'abaque, les valeurs de ℓ et de d qui réalisent l'adaptation.
- Toutes les charges sont elles adaptables par ce dispositif ?
- Que se passe-t-il si on change la fréquence de travail ?

2°) Comment sont modifiés ℓ et d si l'impédance caractéristique Z'_0 de la ligne placée en parallèle vaut 50Ω .

II. Adaptation à l'aide d'éléments localisés

On veut adapter une charge $Z_r = (10 + j 7) \Omega$ sur une ligne d'impédance caractéristique $Z_0 = 50 \Omega$ à la fréquence de 1 GHz. On dispose dans le plan de la charge, une inductance L en série avec Z_r et une capacité C en parallèle sur l'ensemble.

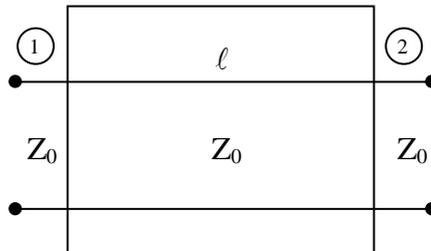


- 1°) Ecrire la condition d'adaptation.
- 2°) Déterminer à l'aide de l'abaque, les valeurs de L et de C qui réalisent l'adaptation.
- 3°) Que se passe-t-il si on change la fréquence de travail ?
- 4°) Donner sur l'abaque la zone des impédances réduites adaptables par ce dispositif.

TD n° 4 - Matrice S

I. Matrice S d'un tronçon de ligne

On considère un quadripôle constitué d'un tronçon de ligne d'impédance caractéristique Z_0 sans perte de longueur ℓ .

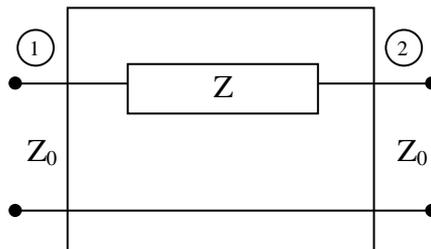


On veut calculer la matrice S de ce quadripôle par rapport à Z_0 en s'aidant des questions suivantes.

- 1°) Calculer le coefficient de réflexion à l'entrée du quadripôle lorsqu'il est chargé par Z_0 . En déduire S_{11} .
- 2°) Sur le même montage, calculer l'onde sortante de l'accès 2, puis l'exprimer en fonction de l'onde entrante par l'accès 1. En déduire S_{21} .
- 3°) Par des considérations de symétrie, déduire des résultats précédents les valeurs de S_{22} et de S_{12} .

II. Matrice S d'une impédance en série

On considère le quadripôle formé par une impédance Z montée en série.



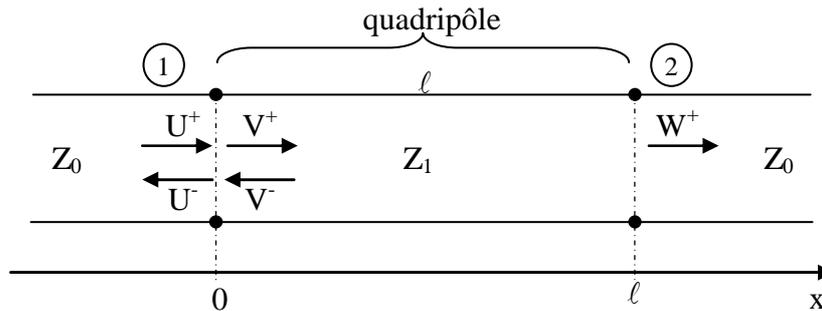
- 1°) Calculer la matrice S de ce quadripôle par rapport à une impédance de référence Z_0 .
- 2°) Ecrire la matrice dans le cas où :
 - a. Z est une résistance R pure.
 - b. Z est une inductance parfaite L.

Calculer le produit $S S^*$ dans les 2 cas. Conclure

TD n° 5 - Mesure des caractéristiques d'un matériau

I. Matrice S d'un tronçon de ligne d'impédance inconnue

On considère un quadripôle constitué d'un tronçon de ligne de longueur ℓ , sans perte, d'impédance caractéristique Z_1 et de constante de propagation β_1 .



On désire déterminer la matrice S de ce quadripôle par rapport à Z_0 .

On place ce quadripôle entre 2 lignes d'impédance caractéristique Z_0 (figure ci-dessus). Les tensions dans les divers tronçons seront notées U, V et W. Chacune d'elles est la superposition d'une onde incidente et d'une onde réfléchi. Les amplitudes complexes des ondes de tension incidentes et réfléchies sur du port 1 sont notées U^+ et U^- à l'extérieur du quadripôle et V^+ et V^- à l'intérieur. Les ondes à l'extérieur du quadripôles sont notées W^+ et W^- sur le port 2.

On notera $A = \text{tg}(\beta_1 \ell)$

1°) **Calculer** S_{11} en fonction de Z_1 et A. On notera

2°) On note $S_{11} = \rho_1 e^{j\theta_1}$. **Calculer** ρ_1 et $\text{tg}(\theta_1)$ en fonction de Z_1 et A. (On supposera que $Z_1 > Z_0$)

On désire maintenant déterminer l'impédance caractéristique et la constante de propagation du tronçon de ligne. Pour cela on mesure à l'aide d'un analyseur de réseau le paramètre S_{11} .

3°) **Exprimer** Z_1 et A en fonction de S_{11} (cad en fonction de ρ_1 et $\text{tg}(\theta_1)$)

4°) On mesure à l'analyseur à la fréquence $f=2.9 \text{ GHz}$: $\rho_1 = -16.489 \text{ dB}$ et $\theta_1 = 243.479^\circ$ sur un tronçon de ligne de longueur $\ell=0.5 \text{ cm}$ **Calculer** numériquement Z_1 et $A = \text{tg}(\beta_1 \ell)$.

En pratique les lignes utilisées sont des câbles coaxiaux, tous de même dimension mais dans lesquels l'isolant est de l'air pour les lignes Z_0 et du Téflon pour le tronçon Z_1 . On notera les permittivités et perméabilités de ces matériaux $\epsilon_0, \mu_0, \epsilon_1$ et μ_1 .

On rappelle que l'impédance caractéristique d'un câble coaxial vaut :

$$Z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \operatorname{tg}\left(\frac{b}{a}\right) \text{ où } b \text{ et } a \text{ sont les rayons internes des conducteurs extérieur et intérieur.}$$

5°) **Calculer** le ε_1 et le μ_1 du Téflon.

6) **Calculer** le coefficient de réflexion $\Gamma(\ell)$ interne au quadripôle en $x=\ell$ lorsque sur le port 2 la ligne

Z_0 est chargée par l'impédance Z_0 . **A.N.**

7°) **Calculer** la paramètres S_{21} en fonction de S_{11} , β_1 et $\Gamma(\ell)$.

TP n°1 - Ondes, réflexion et adaptation

Ce TP comporte plusieurs parties :

- Mesure du coefficient de réflexion en module et en phase d'une charge inconnue;
- Mesure de l'impédance caractéristique et de la constante d'atténuation d'une ligne bifilaire;
- Adaptation d'une charge ;
- Etude d'une ligne en régime impulsionnel.

Les étudiants devront préparer la séance de travaux pratiques. Cette préparation sera vérifiée en début de séance et notée. Il faudra pour cela réviser la méthode de mesure d'une charge inconnue vue en TD (réexpliquée dans ce polycopié), faire le calcul donné en exemple dans la partie 2 et vérifier que l'on trouve le bon résultat, faire l'exercice sur l'adaptation à 2 stubs situé à la fin du texte permettant de comprendre la manipulation en partie 3 et enfin prévoir les signaux (leurs amplitude et leur temps d'apparition) que l'on observera au cours de la manipulation 4.

1. Mesure du coefficient de réflexion en module et en phase d'une charge inconnue

On désire mesurer le coefficient de réflexion (module et phase) d'une charge inconnue à l'aide d'une ligne de mesure en guide d'ondes.

1.1. Rappels sur la propagation guidée

Pour que dans un guide d'ondes rectangulaire (*figure 1*), rempli d'air, de dimensions a et b telles que $b > 2a$, excité à la fréquence f , seul le mode TE_{01} se propage, il faut que :

$$\lambda_{cTE_{02}} < \lambda < \lambda_{cTE_{01}} \quad (1)$$

$$\text{où : } \lambda_{cTE_{02}} = b \quad \lambda_{cTE_{01}} = 2b \quad \lambda = \frac{c}{f}$$

Le guide utilisé a pour dimensions : $a = 1,016$ cm et $b = 2,286$ cm. La fréquence de travail est voisine de 9400 MHz et le guide est plein d'air, donc λ est voisine de 3,20 cm.

La condition (1) étant satisfaite, on est assuré que seul le mode TE_{01} se propage.

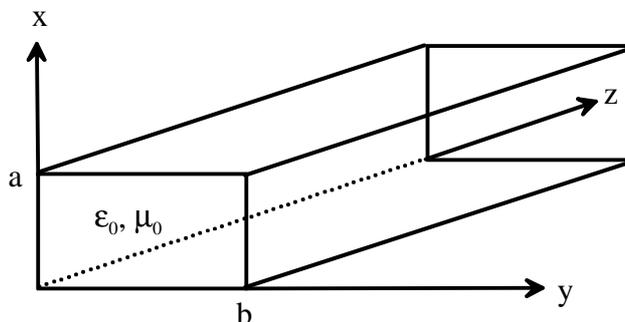


Figure 1 : Schéma d'un guide d'ondes rectangulaire

1.2. Répartition des champs dans un guide excité selon le mode TE₀₁

Les amplitudes complexes des composantes des champs se propageant suivant les z croissants (indice +) pour le mode TE₀₁ sont les suivantes :

$$\begin{cases} E_x = j \frac{\omega \mu}{\beta_c} H_0 \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) e^{j(\omega t - \beta_g z)} \\ E_y = 0 \\ E_z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} H_x = 0 \\ H_y = j \frac{\beta_g}{\beta_c} H_0 \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) e^{j(\omega t - \beta_g z)} \\ H_z = H_0 \cos\left(\frac{\pi}{b} y\right) e^{j(\omega t - \beta_g z)} \end{cases}$$

Pour avoir les composantes correspondant à une propagation suivant les z décroissants (indice -), il suffit de changer dans ces expressions la constante de propagation β_g en - β_g.

En général, dans un guide de longueur l règne un régime d'onde stationnaire dû à la superposition de l'onde incidente (+) et de l'onde réfléchie (-), si bien que :

$$\begin{cases} E_x = E_x^+ + E_x^- \\ E_y = 0 \\ E_z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} H_x = 0 \\ H_y = H_y^+ + H_y^- \\ H_z = H_z^+ + H_z^- \end{cases}$$

En particulier, dans le plan y = b/2, les seules composantes non nulles sont :

$$\begin{cases} E_x = j \frac{\omega \mu_0}{\beta_c} H_0 e^{-j\beta_g z} + j \frac{\omega \mu_0}{\beta_c} H_0' e^{+j\beta_g z} \\ H_y = j \frac{\beta_g}{\beta_c} H_0 e^{-j\beta_g z} - j \frac{\beta_g}{\beta_c} H_0' e^{+j\beta_g z} \end{cases}$$

Posons : $\zeta_0 = \frac{E_x^+}{H_y^+} = -\frac{E_x^-}{H_y^-} = \frac{\omega \mu_0}{\beta_g}$

ζ₀ a les dimensions d'une impédance. En exprimant E_x et H_y en fonction de s (z = l-s) (figure 2) et en posant :

$$\begin{cases} E_1 = j \frac{\omega \mu_0}{\beta_c} H_0 e^{-j\beta_g l} \\ E_2 = j \frac{\omega \mu_0}{\beta_c} H_0' e^{+j\beta_g l} \end{cases} \quad \text{on obtient :} \quad \begin{cases} E_x(s) = E_1 e^{+j\beta_g s} + E_2 e^{-j\beta_g s} \\ H_y(s) = \frac{1}{\zeta_0} (E_1 e^{+j\beta_g s} - E_2 e^{-j\beta_g s}) \end{cases}$$

Ces expressions sont formellement identiques aux expressions de l'amplitude complexe des tensions et courant sur une ligne.

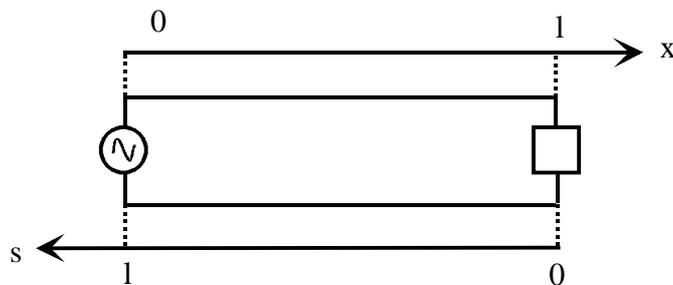


Figure 2 : Ligne de transmission terminée par une charge quelconque

Il s'ensuit que :

le coefficient de réflexion est donné par : $\Gamma(s) = \frac{E_x^-(s)}{E_x^+(s)}$

le taux d'onde stationnaire est donné par : $S = \frac{|E_x|_{\max}}{|E_x|_{\min}}$

l'impédance d'onde à l'abscisse s est donnée par : $\zeta(s) = \frac{E_x(s)}{H_y(s)}$

Tous les résultats obtenus sur les lignes sont transposables au guide excité selon le mode TE₀₁. En particulier, l'abaque de Smith peut être utilisé pour déterminer un coefficient de réflexion Γ ou une impédance réduite $z = \zeta / \zeta_0$.

En $s = 0$, le guide est fermé sur une terminaison qu'on appelle, comme sur une ligne, charge, dont on se propose de mesurer le coefficient de réflexion en module et en phase :

$$\Gamma_t = \frac{E_x^-(s=0)}{E_x^+(s=0)} = \frac{E_2}{E_1} = \rho_t e^{j\theta_t}$$

L'amplitude complexe du champ électrique peut aussi s'écrire :

$$E_x(s) = E_1 \exp(j\beta_g s) [1 + \Gamma(s)] = E_1 \exp(j\beta_g s) [1 + \rho_t \exp(j(\theta_t - 2\beta_g s))]$$

L'amplitude du champ électrique à laquelle les détecteurs utilisés sont sensibles est égale à :

$$|E_x(s)| = |E_1| \sqrt{1 + \rho_t^2 + 2 \rho_t \cos(\theta_t - 2\beta_g s)} \tag{2}$$

Si l'on ferme le guide par une plaque métallique supposée parfaitement conductrice, on sait que le champ électromagnétique est entièrement réfléchi par cette plaque et que cette réflexion se fait pour le champ électrique avec un déphasage de π . On a ainsi :

$$\Gamma_t = -1 \quad (\rho_t = 1, \theta_t = \pi)$$

Cette plaque métallique joue le même rôle qu'un court-circuit à l'extrémité d'une ligne. C'est la raison pour laquelle on l'appelle plaque de court-circuit. Dans ces conditions, l'équation (2) s'écrit :

$$|E_x(s)| = 2|E_1| |\sin(\beta_g s)| \tag{3}$$

L'allure de $|E_x(s)|$ est représentée à la figure 3.

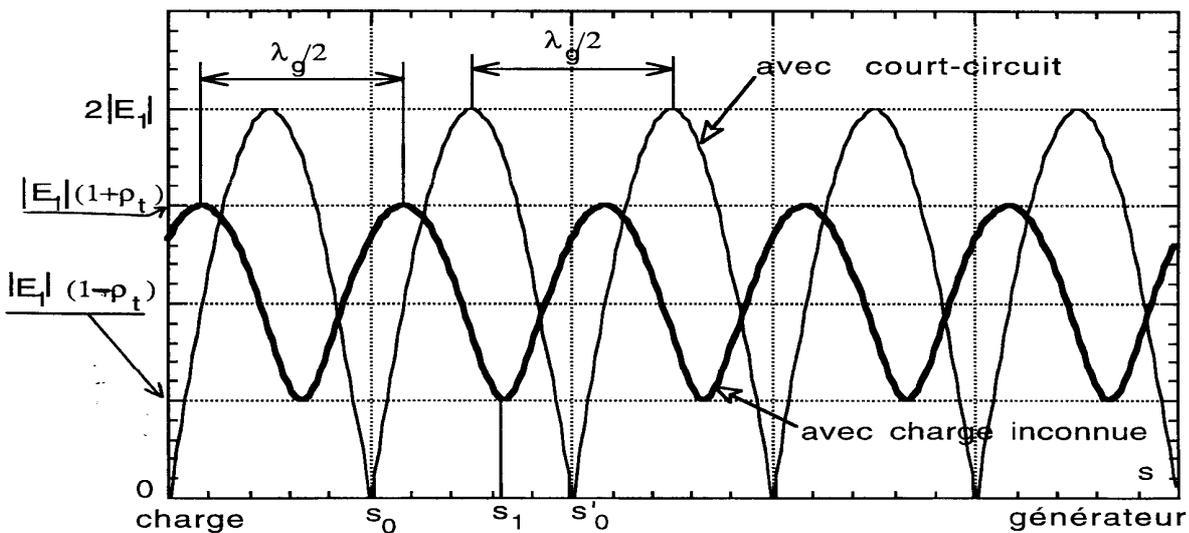


Figure 3 : Allure de $|E_x(s)|$ en fonction de s

1.3. Détermination expérimentale de Γ_t en module et phase

Supposons que l'on dispose d'un détecteur (voir plus loin la description de la ligne de mesure) dont on peut faire varier l'abscisse s à $y = b/2$ et qui donne un signal proportionnel à $|E_x(s)|$.

On peut alors relever, à un coefficient de proportionnalité près, expérimentalement les courbes de la *figure 3*. En fait, nous allons montrer que la détermination de Γ_t ne nécessite que le repérage de maxima et de minima de $|E_x(s)|$.

On monte d'abord un **court-circuit** et on repère les abscisses s_0 et s'_0 de deux minima **successifs** (*figure 3*) de champ électrique. On en déduit que : $\lambda_g = 2(s'_0 - s_0)$

Détermination de ρ_t

On monte ensuite la charge inconnue dont on veut mesurer son coefficient de réflexion Γ_t .

En un maximum de champ électrique, le signal fourni par le détecteur est proportionnel à $|E_1|(1 + \rho_t)$. En un minimum de champ électrique, il est proportionnel à $|E_1|(1 - \rho_t)$.

Par conséquent, le Taux d'Onde Stationnaire (T.O.S.) noté S vaut :

$$S = \frac{|E_x|_{\max}}{|E_x|_{\min}} = \frac{1 + \rho_t}{1 - \rho_t}$$

d'où : $\rho_t = \frac{S - 1}{S + 1}$

Détermination de θ_t

Avec la charge inconnue, on repère un minimum de champ électrique d'abscisse s_1 (*figure 4*) telle que : $s_0 < s_1 < s'_0$

D'après l'équation (2), $|E_x|_{\min}$ correspond à $\theta_t - 2\beta_g s_1 = \pi(2k\pi)$ qui est aussi la phase de $\Gamma(s_1)$.

On sait aussi que $|\Gamma(s_1)| = \rho_t$, d'où la représentation de $\Gamma(s_1)$ sur l'abaque de la *figure 4*.

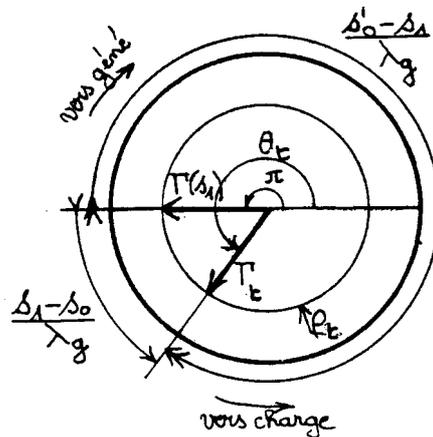


Figure 4 : Représentation de $\Gamma(s_1)$

On remarque que $\Gamma(s_0) = \Gamma_t$. En effet, s_0 est l'abscisse du $n^{\text{ième}}$ minimum quand le guide est fermé par la plaque de court-circuit. On a donc, puisqu'il y a un minimum sur le court-circuit (*figure 3*) et que les minima

sont espacés de $\lambda_g/2$: $s_0 = (n-1) \frac{\lambda_g}{2}$

Par conséquent :
$$\Gamma(s_0) = \Gamma_t \exp(-2j\beta_g s_0) = \Gamma_t \exp\left[-2j \frac{2\pi}{\lambda_g} (n-1) \frac{\lambda_g}{2}\right] = \Gamma_t$$

Autrement dit, déterminer Γ_t revient à déterminer $\Gamma(s_0)$ ou $\Gamma(s'_0)$

Sur la ligne (figure 3), lorsque l'on va de s_1 en s_0 , on se déplace de $s_1 - s_0$ vers la **charge**. Donc sur l'abaque (figure 4), à partir de $\Gamma(s_1)$, on tourne de $(s_1 - s_0)/\lambda_g$ vers la **charge** pour obtenir $\Gamma(s_0) = \Gamma_t$.

Sur la ligne (figure 3), à partir de s_1 , on peut aussi aller en s'_0 . Dans ce cas, on se déplace de $s'_0 - s_1$ vers le **générateur**. Donc sur l'abaque (figure 4), à partir de $\Gamma(s_1)$, on tourne de $(s'_0 - s_1)/\lambda_g$ vers le **générateur** pour obtenir $\Gamma(s'_0) = \Gamma(s_0) = \Gamma_t$.

Exemple numérique :

On a mesuré : $S = 3$; $s_0 = 12,5$ cm; $s'_0 = 15$ cm et $s_1 = 13$ cm

D'où : $\lambda_g = 5$ cm et $\rho_t = 0,5$

Sur l'abaque, on trouve : $\theta_t = +252^\circ$ ou -108°

1.4. Banc de mesure en bande X

Le schéma du banc de mesure utilisé pour mesurer le coefficient de réflexion de la charge inconnue est représenté à la figure 5.

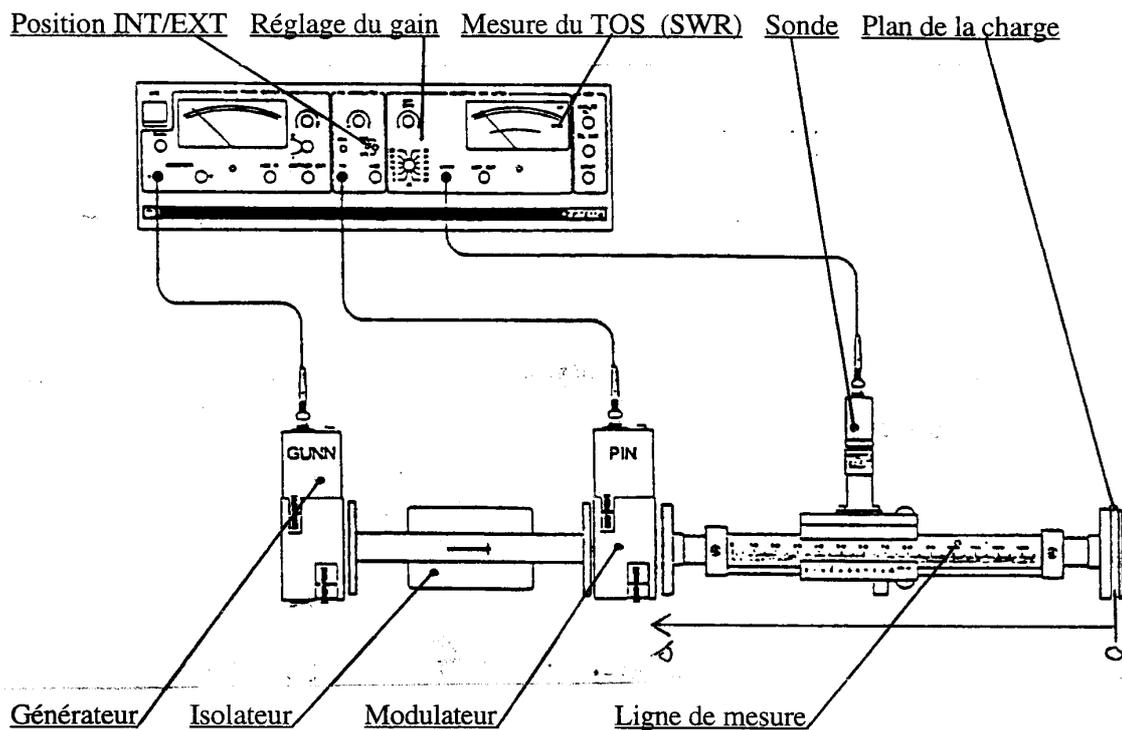


Figure 5 : Schéma du banc de mesure en bande X

Il comporte :

un générateur : la source microonde est une diode GUNN. Elle excite le guide selon le mode TE_{01} à une fréquence voisine de 9,4 GHz. La puissance fournie est de l'ordre de 20 mW.

un isolateur : ce dispositif qui utilise les propriétés des milieux anisotropes assure un isolement directif entre le générateur et le guide. L'onde réfléchi est très fortement atténuée par rapport à l'onde

incidente. Le générateur est donc adapté quelle que soit l'impédance du système et protégé contre les dommages que pourrait provoquer l'onde réfléchie.

un modulateur : il s'agit d'un modulateur à diode PIN qui permet de moduler en amplitude le signal microonde par un créneau. Il faut mettre l'alimentation du modulateur en position INT pour pouvoir effectuer les mesures.

un atténuateur : c'est un tronçon de guide dans lequel s'enfonce plus ou moins un piston métallique qui permet de jouer sur la puissance transmise à la ligne de mesure. Lorsque le piston atteint la position $y = b/2$ où E_x est maximum pour le mode TE_{01} , la puissance émise par la source microonde est fortement atténuée et il n'y a pratiquement plus de signal qui atteint la ligne de mesure.

une ligne de mesure et une sonde (figure 6) : c'est un tronçon de guide fendu suivant l'axe Oz à l'abscisse $y = b/2$. Une sonde est portée par un chariot qui se déplace suivant l'axe Os. Une règle graduée solidaire du tronçon de guide permet de repérer l'abscisse s de la sonde. Un vernier porté par le chariot permet de lire s à 0,1 mm près. C'est sur la bride de sortie que l'on monte la plaque de court-circuit et la charge inconnue. C'est donc dans ce plan que l'on mesure le coefficient de réflexion Γ_T de la charge.

La sonde est constituée d'un petit élément d'antenne rectiligne qui plonge aussi peu que possible dans le guide afin de perturber au minimum la propagation. Cette petite antenne est suivie du détecteur : une diode à pointe obtenue à partir d'un fil de tungstène qui s'appuie sur une pastille de semi-conducteur.

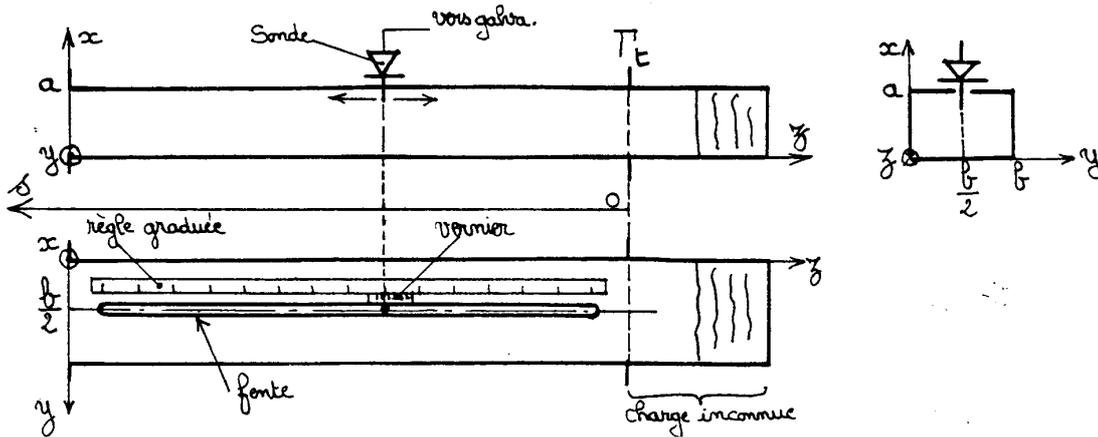


Figure 6 : Schéma de la ligne de mesure et de la sonde

La sonde fournit un courant dont la composante continue est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ électrique : on dit que la détection est quadratique.

Au paragraphe 1.3., on a supposé que le détecteur donnait un signal proportionnel à $|E_x|$ ce qui ne modifie par les résultats puisque les minima de $|E_x|$ sont les mêmes que ceux de $|E_x|^2$.

En revanche, pour le T.O.S., le fait que la détection soit quadratique implique un petit changement. Si la sonde est sur $|E_x|_{\max}$, le courant mesuré est I_{\max} , quand elle est sur $|E_x|_{\min}$, on mesure I_{\min} .

Par conséquent :

$$S = \frac{|E_x|_{\max}}{|E_x|_{\min}} = \sqrt{\frac{I_{\max}}{I_{\min}}}$$

1.5. Travail expérimental

Déterminer la fréquence de travail f à partir de la mesure de λ_g .

Pour cela, monter une plaque de court-circuit à l'extrémité de la ligne de mesure et repérer les abscisses s_0 et s'_0 de deux minima successifs de champ électrique. On a : $\lambda_g = 2(s'_0 - s_0)$

Le guide propageant le mode TE_{01} , on a : $\lambda_{cTE_{01}} = 2b$ avec $b = 2,286$ cm

Calculer la longueur d'onde λ correspondant à la propagation libre à l'aide de la formule fondamentale :

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_c^2} + \frac{1}{\lambda_g^2}$$

Le guide étant rempli d'air, on a finalement : $f = \frac{c}{\lambda}$ où c est la vitesse de la lumière.

Vérifier que la valeur de f trouvée est proche de 9,4 GHz.

Mesurer le module ρ_t du coefficient de réflexion de la charge inconnue.

Pour cela, monter la charge inconnue à l'extrémité de la ligne de mesure et mesurer le T.O.S. sur la ligne :

$$S = \sqrt{\frac{I_{\max}}{I_{\min}}} \text{ . D'où, le module de la charge à mesurer : } \rho_t = \frac{S-1}{S+1}$$

Mesurer ensuite la phase θ_t du coefficient de réflexion de la charge.

Pour cela, repérer sur la ligne de mesure l'abscisse s_1 d'un minimum de champ électrique telle que :

$$s_0 < s_1 < s'_0$$

Tracer sur l'abaque de Smith le cercle de rayon ρ_t et en reprenant le raisonnement du paragraphe 1.3., placer le coefficient de réflexion Γ_t sur l'abaque et mesurer la phase θ_t .

Quelle est l'impédance réduite z_t de la charge?

2. Mesure de l'impédance caractéristique et de la constante d'atténuation d'une ligne bifilaire

On désire mesurer l'impédance caractéristique Z_0 et la constante d'atténuation α d'un câble coaxial ou d'une ligne imprimée coplanaire. Pour cela, on réalise le montage de la figure suivante.

2.1. Principe de la mesure

On branche successivement à l'extrémité de la de longueur ℓ un court-circuit puis un circuit-ouvert et on mesure l'impédance ramenée à l'entrée de la ligne grâce à un analyseur de réseaux vectoriel. On mesure Z_{e0} dans le cas du court-circuit et $Z_{e\infty}$ dans le cas du circuit-ouvert.

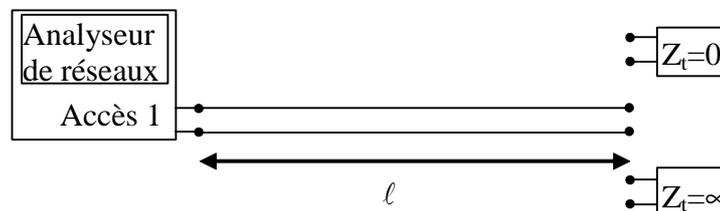


Figure 7 : Schéma du principe de la mesure

On rappelle la formule de l'impédance ramenée de z_t sur une distance ℓ :

$$z(\ell) = \frac{z_t + th(\gamma\ell)}{1 + z_t th(\gamma\ell)} \quad \text{où} \quad \gamma = \alpha + j\beta$$

ce qui dans le cas des deux impédances $z_t=0$ et $z_t=\infty$ donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_{e0} = \text{th}(\gamma\ell) \\ z_{e\infty} = \frac{1}{\text{th}(\gamma\ell)} \end{array} \right\} \text{ ou encore} \quad \left\{ \begin{array}{l} Z_{e0} = Z_0 \text{th}(\gamma\ell) \\ Z_{e\infty} = \frac{Z_0}{\text{th}(\gamma\ell)} \end{array} \right\}$$

On obtient alors Z_0 et α grâce aux formules suivantes :

$$Z_0 = \sqrt{Z_{e0}Z_{e\infty}}$$

$$\text{et} \quad \text{th}(\gamma\ell) = \sqrt{\frac{Z_{e0}}{Z_{e\infty}}} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \Re\left[\frac{\arg \text{th}\left(\sqrt{\frac{Z_{e0}}{Z_{e\infty}}}\right)}{\ell} \right]$$

2.2. Exemple de mesure

On s'exercera au calcul en faisant l'exemple suivant.

On mesure sur une ligne de 3,9 m de longueur, à la fréquence de 200 MHz, les valeurs suivantes :

$$Z_{e0} = (5,9 - j 36) \Omega \quad \text{et} \quad Z_{e\infty} = (11,1 + j 68) \Omega$$

ce qui donne après calcul : $\alpha = 0,0198 \text{ Np/m}$ (ou $\approx 0,17 \text{ dB/m}$) et $Z_0 = (50,1 + j 0,016) \Omega$

2.3. Travail expérimental

On caractérisera au choix soit un câble coaxial soit une ligne coplanaire.

a. Caractérisation d'un câble coaxial

Étalonner en réflexion l'analyseur de réseaux entre 100 et 500 MHz. L'étalonnage sera fait une fois pour toute en début de séance.

Connecter le câble coaxial à caractériser à l'accès de l'analyseur de réseaux étalonné.

Mesurer à l'aide de l'analyseur de réseaux les impédances Z_{e0} et $Z_{e\infty}$ lorsque le câble est respectivement court-circuité ou terminé par un circuit-ouvert à 200 MHz et 400 MHz.

Calculer l'impédance caractéristique Z_0 et la constante d'atténuation α à ces fréquences sachant que la longueur du câble est de 6 m.

Comparer ces valeurs expérimentales aux caractéristiques du câble étudié données par le constructeur en annexe 5.1. Conclure.

b. Caractérisation d'une ligne coplanaire

On s'intéresse à une ligne coplanaire, de longueur L de dimensions W et S (voir figure 1-a). Cette ligne est déposée sur un substrat de verre-epoxy, d'épaisseur $h = 1,6 \text{ mm}$ et de permittivité relative $\epsilon_r = 4,3$.

La ligne est en circuit ouvert (fig. 1-a) ou en court-circuit (fig. 1-b).

Les figures 1-a et 1-b représentent la ligne coplanaire vue de dessus. Les parties hachurées sont les parties métallisées en cuivre.

Calibrer l'analyseur de réseau uniquement en coefficient de réflexion sur l'accès1 (S11) dans une bande de fréquences 1 GHz à 5GHz sur 401 points.

Mesurer $Z_{cc}(f)$ et $Z_{co}(f)$ à trois fréquences $f_1 = 2$ GHz, $f_2 = 3$ GHz et $f_3 = 4$ GHz.

Calculer l'impédance caractéristique Z_0 et la constante d'atténuation α aux trois fréquences f_1 , f_2 et f_3 .

Dans le cas idéal où les plans de masse s'étendent à l'infini et où l'épaisseur h du substrat, de permittivité relative ϵ_r , est infinie, on montre que l'impédance caractéristique Z_0 de la ligne coplanaire est donnée par :

$$Z_0 = \frac{30\pi}{\sqrt{\frac{1+\epsilon_r}{2}}} \frac{K(k')}{K(k)} \text{ en } \Omega \quad \text{où :} \quad k = \frac{W}{W+2S} \quad k' = \sqrt{1-k^2}$$

$K(k)$ est la fonction elliptique complète de première espèce.

Ces résultats sont résumés sur l'abaque en annexe 5.2. Comparer les résultats expérimentaux aux valeurs lues sur l'abaque. Conclusions.

3. Adaptation d'une charge

On désire adapter une charge autour de 9,3 GHz en utilisant un adaptateur à trois vis.

3.1. Principe

On interpose entre la charge à adapter et la ligne un adaptateur à trois vis. Le tout est branché sur un analyseur de réseaux afin de mesurer le coefficient de réflexion à l'entrée de l'adaptateur (*figure 8*).

On cherche ensuite à adapter la charge en jouant sur la longueur de pénétration de 2 vis (la 3eme est totalement sortie). La charge sera adaptée lorsque le coefficient de réflexion sera nul, ce qui sur l'écran de l'analyseur de réseaux se traduit par un point au centre de l'abaque de Smith.

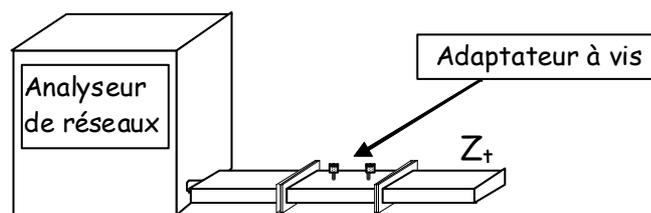


Figure 8 : Schéma du principe de la mesure

La charge à mesurer est constituée d'un tronçon de guide d'ondes de caractéristiques identiques au guide décrit au paragraphe 1. dans lequel est enfoncé un morceau de bois.

L'adaptateur fourni est un adaptateur à 3 vis en guide d'ondes. La différence essentielle entre une vis et un stub est qu'une vis est équivalente à une capacité placée en parallèle sur la ligne alors qu'un stub est équivalent à une capacité ou à une self suivant sa longueur.

La sortie de l'analyseur de réseaux étant relié à un câble coaxial, il faudra donc rajouter une transition guide-coaxial afin de pouvoir connecter la charge à mesurer.

3.2. Travail expérimental

Étalonner l'analyseur de réseaux en réflexion entre 9,1 et 9,5 GHz. L'étalonnage sera fait une fois pour toute en début de séance.

Mesurer le coefficient de réflexion de la charge inconnue à 9,3 GHz ainsi que son impédance et son T.O.S. Conclure.

Faire le montage de la *figure 8* et régler l'adaptateur à vis pour adapter la charge.

Observer l'adaptation en fonction de la fréquence. Estimer la bande passante de l'adaptation c'est-à-dire la bande de fréquences dans laquelle le T.O.S. reste inférieur à 2.

Noter les valeurs du coefficient de réflexion, de l'impédance et du T.O.S. obtenues pour la charge à 9,3 GHz, après adaptation. Conclure

4. Etude d'une ligne en régime impulsionnel

On désire observer le comportement d'une ligne coaxiale en régime impulsionnel. On profitera de cette manipulation pour mesurer la longueur de la ligne et pour observer les réflexions et transmission d'impulsions se propageant sur la ligne.

Le cours de ligne de transmission traite quasiment exclusivement du régime alternatif. Dans cette manipulation, les signaux générés dans la ligne sont des transitoires (donc constitués d'une somme de signaux alternatifs selon la théorie de Fourier).

La propagation d'une onde de forme quelconque est identique à celles d'une onde sinusoïdale à condition que les caractéristiques de la ligne (L , R , C , G et donc v_ϕ , Z_0 et α) dépendent peu de la fréquence (lignes non dispersives).

De même, la notion de coefficient de réflexion et de coefficient de transmission reste applicable dans le cas de charges résistives puisque d'impédance identique quelle que soit la fréquence.

On peut continuer à utiliser l'outil "matrice S" à des impulsions à condition que les caractéristiques du multipôle ne dépendent pas de la fréquence, c'est-à-dire s'il est constitué de résistances et de lignes non dispersives, chacune de ses composantes de Fourier étant réfléchi et transmise de façon identique.

Remarque : Pour calculer les signaux réfléchis de forme quelconque sur une charge non purement résistive (alors que la notation complexe ne peut pas être directement utilisée sur un tel signal comportant plus d'une fréquence) on peut par exemple décomposer les signaux transitoires en composante de Fourier avant d'appliquer le coefficient de réflexion à chaque composante fréquentielle. Dans notre cas, nous nous limiterons à des charges purement résistives.

4.1. Principe

On branche un générateur d'impulsions d'impédance de sortie 50Ω sur une ligne coaxiale 50Ω terminée par diverses charges et on observe les impulsions à l'aide d'un oscilloscope d'impédance d'entrée $1 M\Omega$ branché en parallèle.

4.2. Manipulations

a) On règle le générateur d'impulsion pour qu'il délivre une impulsion d'environ 100ns de largeur à mi-hauteur et d'amplitude crête d'environ 2V. (faire le réglage en connectant l'oscilloscope directement sur le générateur à l'aide d'une ligne courte ($<1m$)).

On réalise ensuite le montage dessiné ci-dessous (*figure 9*) sans dérégler le générateur. L'impulsion de tension est dans ce cas envoyée dans un câble coaxial de longueur indéterminée ℓ terminée par diverses charges.

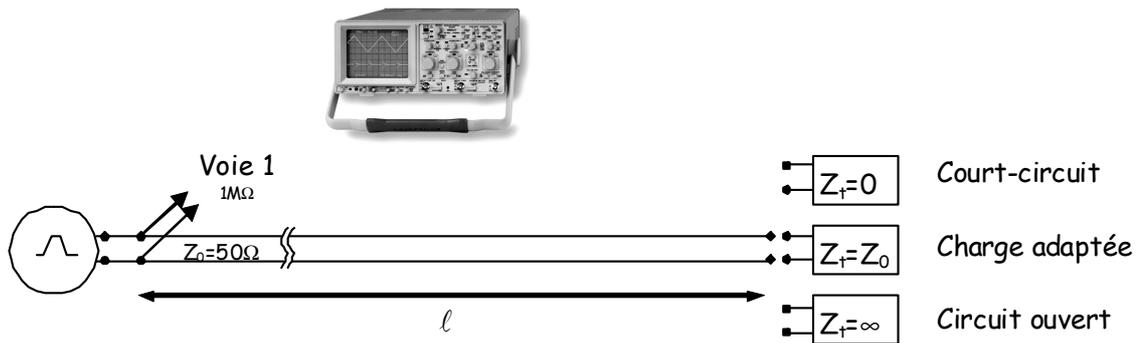


Figure 9

On observe les signaux en sortie de générateur à l'aide d'un oscilloscope connecté en parallèle à l'aide d'un Té BNC.

Quelle est l'amplitude de l'impulsion sortant du générateur ? Expliquer sa valeur.

Monter alternativement chacune des trois charges suivantes au bout du câble coaxial :

Court-circuit, Circuit ouvert, Charge adaptée.

Observer dans chacun des 3 cas les signaux sur l'oscilloscope. Commenter leur allure.

Sachant que le mode de propagation dans la ligne est un mode TEM (câble coaxial) et que l'isolant électrique est du polyéthylène ($\epsilon_r = 2,3$), calculer la longueur du câble.

L'approximation « ligne non dispersive » vous semble-t-elle justifiée ?

b) On désire maintenant étudier la réflexion et la transmission d'une impulsion sur une résistance R montée en série sur une ligne. Pour ne pas être gêné par la dispersion et l'atténuation des lignes on utilisera des tronçons de ligne plus court que dans la partie a.

On considère le montage suivant :

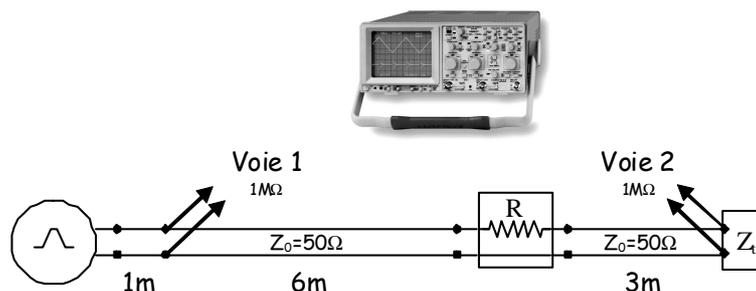


Figure 10

Théorie : Calculer le coefficient de réflexion et le coefficient de transmission du quadripôle (résistance R montée en série) branché tel que dessiné sur la figure 10.

Expérimental :

i) Faire le montage avec $Z_T = 50 \Omega$.

Régler le générateur de façon à obtenir une impulsion suffisamment courte compatible avec les longueurs des lignes utilisées et d'amplitude 1 V.

Tracer les signaux observés sur les 2 voies de l'oscilloscope. Commenter ces signaux.

Expliquer les temps d'apparition des impulsions.

Calculer la valeur de la résistance R.

ii) Remplacer la charge Z_+ par un circuit ouvert.

On observe des impulsions supplémentaires, mais les impulsions mesurées de la manipulation précédente sont toujours là. Leur amplitude ont-elles changé ? Pourquoi ?

5. Annexes

5.1. Caractéristiques du câbles coaxiaux RG58 C/U

VIMCOM	GENERAL TECHNICAL DATA :		50 Ohm RF coaxial cable manufactured in compliance with the MIL-C-17 standards.	
	RG 58 C/U			
CS 19 x 0,18 mm		PE ø 2,95 mm	CS ø 3,50 mm	PVC2 ø 5,00 mm
A		B	C	D
MECHANICAL DATA			DIMENSIONS	
A	Tinned copper inner conductor	CS	19 x 0,18 mm	
B	Low density polyethylene dielectric	PE	ø 2,95 ± 0,10 mm	
C	Tinned copper outer conductor Percentage coverage	CS	112 x 0,13 mm 95%	
D	Non-contaminating polyvinyl-chloride sheath Sheath's colour : BLACK OhmSheath's printing : VIMCEL MIL-C-17 RG 58 C/U 50	PVC2	ø 5,00 ± 0,10 mm	
			Copper weight	18,7 Kg/Km
			Cable weight	39,9 Kg/Km
ELECTRICAL PERFORMANCE			ATTENUATION dB/100 m	
Impedance	50 ± 2 Ohm	50 MHz		9,7
Capacitance	100 pF/m	100 MHz		13,9
Velocity ratio	66%	200 MHz		20,4
		400 MHz		30,0
		500 MHz		34,2
		600 MHz		37,9
		860 MHz		46,9
		1000 MHz		51,8
SCREENING EFFECTIVENESS dB				
100-900 MHz	>55			
..... MHz				
Inner conductor resistance	37,5 Ohm/Km	STRUCTURAL RETURN		
Outer conductor resistance	16,5 Ohm/Km	LOSS dB		
Temperature range	-30 °C / +70 °C	30-300 MHz		>27
		300-600 MHz		>23
		600-900 MHz		>22

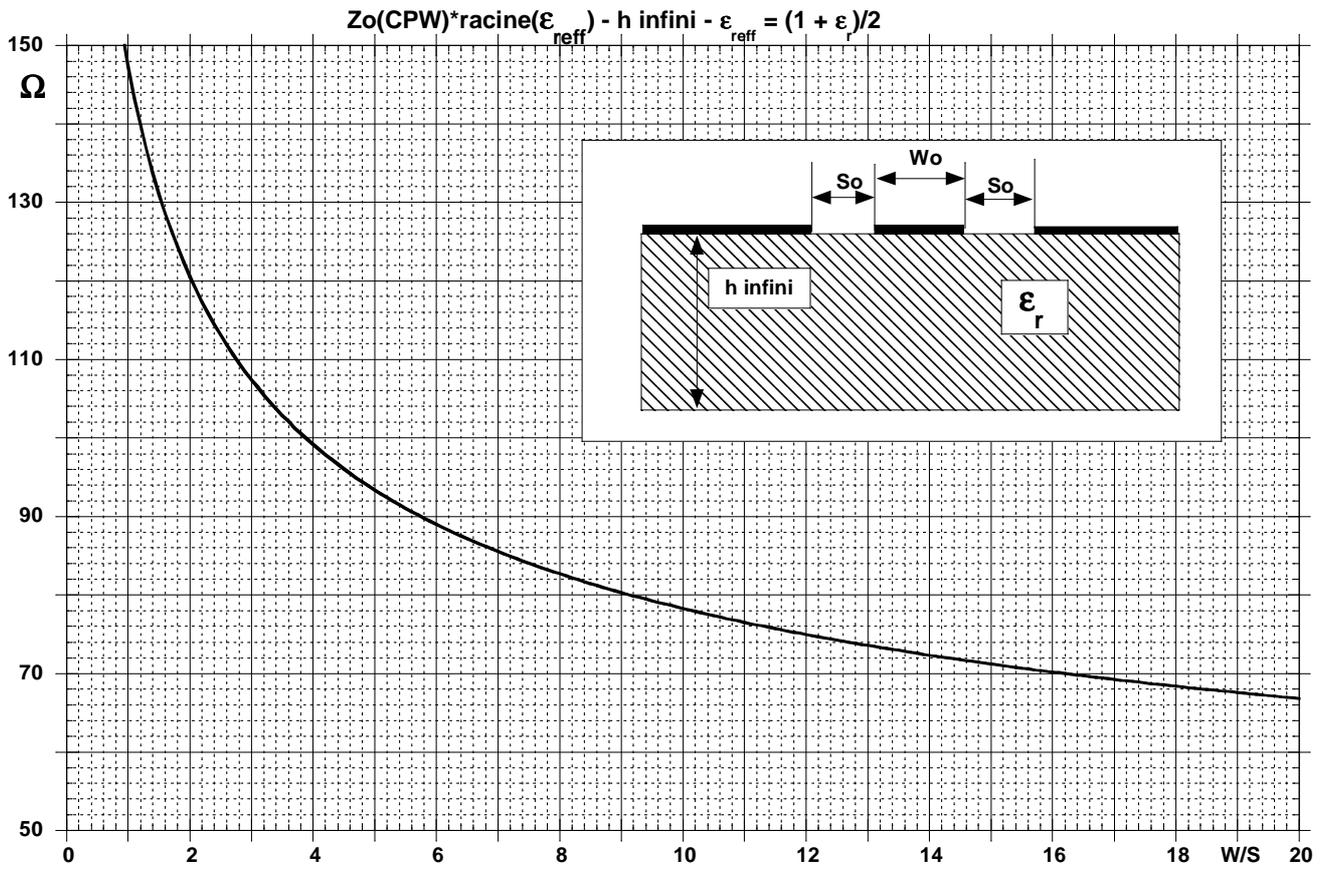
The producer reserves himself to make modification on the item without any notice

September 2007

VIMCOM AG, Dorfstrasse 55, CH-8103 Unterengstringen

Phone +41 44 751 77 00 Fax +41 44 751 77 00 Homepage <http://www.vimcom.ch> E-mail info@vimcom.ch

5.2.



5.3. Exercice d'adaptation à 2 stubs.

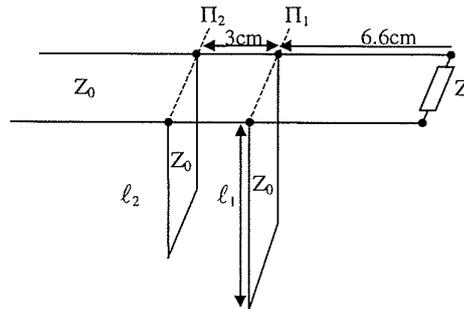
II. Adaptation à deux stubs.

Une ligne sans pertes d'impédance caractéristique $Z_0 = 50 \Omega$ est terminée par une impédance $Z_t = (20 + j20) \Omega$.

La longueur d'onde sur la ligne vaut 20cm.

On se propose d'adapter cette charge à l'aide de 2 stubs sans pertes d'impédance caractéristique Z_0 , court-circuité à leur extrémité et placés en parallèle sur la ligne principale respectivement à 6.6 cm et à 9.6 cm de la charge.

Calculer les longueurs des stubs pour que l'adaptation soit réalisée. On traitera tous les cas possibles.



Puisque les stubs sont en parallèle sur la ligne principale on raisonnera en admittance (abaque, fig. 3).

L'admittance réduite y_t est représentée par le point U symétrique de T par rapport à O :

$$y_t = 1,25 - j 1,25 .$$

Le premier stub est à 6,6 cm de la charge (plan π_1) soit, en normalisant :

$$\frac{s_1}{\lambda} = \frac{6,6}{20} = 0,33 .$$

Le deuxième stub est à 3 cm du premier (plan π_2) :

$$\frac{s_2}{\lambda} = \frac{3}{20} = 0,15 .$$

a) Quelle est l'admittance ramenée en π_1 ?

Un déplacement le long de la ligne se traduit sur l'abaque par un déplacement le long de (C) , à partir de U , vers le générateur.

L'admittance ramenée dans π_1 est y'_t représentée par le point U' tel que $(OU, OU') = 0,33$; on trouve $y'_t = 0,8 + j$.

Soit l_1 la longueur du premier stub ; l'admittance d'entrée de ce stub est

$$y_{e1} = -j \cot \beta l_1 = j b_{e1}(l_1);$$

l'admittance totale dans π_1 est

$$y_{\pi_1} = 0,8 + j[1 + b_{e1}(l_1)] .$$

Si la longueur l_1 varie, le lieu de y_{π_1} est le cercle (C_1) tel que $g_1 = 0,8 = Cte$, on ne fixe pas la longueur l_1 et on se rend dans le plan π_2 .

b) Quelle est l'admittance ramenée en π_2 ?

Nous savons qu'un déplacement le long de la ligne est représenté sur l'abaque par un déplacement sur un cercle $S = Cte$ centré en O ; Le déplacement de π_1 à π_2 correspond à $s_2/\lambda = 0,15$. Chaque point de (C_1) se déplace de $s_2/\lambda = 0,15$; aussi J devient J'' après un déplacement sur le cercle $S = \infty$.

U' devient U'' après un déplacement sur le cercle $S = 3$ et ainsi pour tous les points de (C_1) . En résumé, (C_1) se déplace en bloc et devient (C_2) .

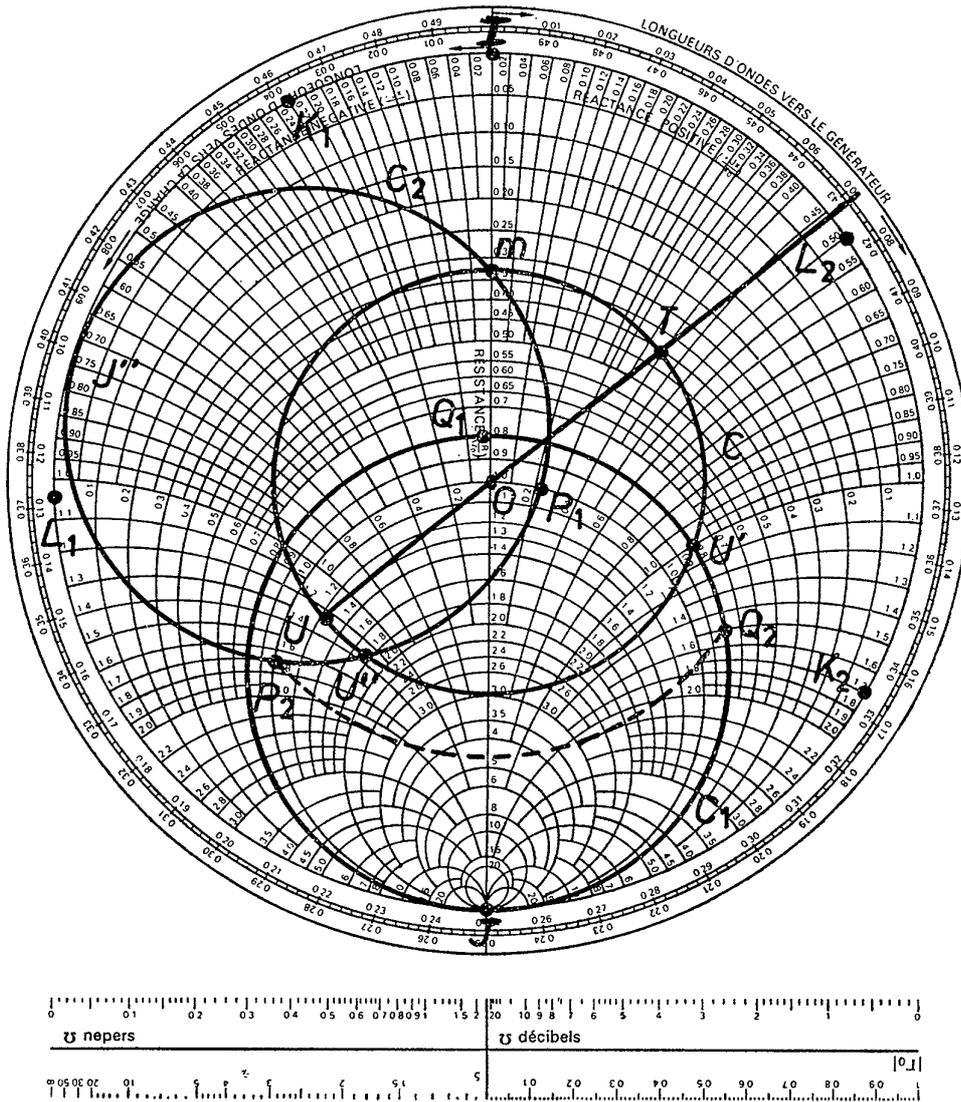


FIG. 3.

(C_2) est le lieu des admittances ramenées en π_2 quand l_1 varie soit y'_{π_1} .
L'admittance totale dans π_2 est

$$y_{\pi_2} = y'_{\pi_1} + y_{e_2},$$

où $y_{e_2} = jb_{e_2}(l_2)$ est l'admittance d'entrée du deuxième stub, on a donc :

$$y_{\pi_2} = g'_{\pi_1}(l_1) + j[b'_{\pi_1}(l_1) + b_{e_2}(l_2)].$$

On voit que le stub ramenant une susceptance pure n'a aucune influence sur g'_{π_1} . Pour qu'il y ait adaptation dans le plan π_2 , il faut que

$$y_{\pi_2} = 1 + j0,$$

ce qui implique

$$g'_{\pi_1} = 1.$$

Les deux points P_1 ou P_2 tels que $g'_{\pi_1} = 1$ sont situés à l'intersection de (C_2) et du cercle $g = 1$.

On a

$$y_{\pi_2} = 1 + j0,22 \quad (P_1)$$

$$y_{\pi_2} = 1 - j1,7 \quad (P_2).$$

Comment peut-on fixer les points P_1 ou P_2 ? On peut fixer P_1 ou P_2 , car l_1 n'est pas encore fixé ; quand l_1 varie, U' se déplace sur (C_1) et son image dans π_2 se déplace sur (C_2) . Fixer P_1 ou P_2 , revient donc à choisir l_1 ; nous ferons le calcul pour l'un.

c) La condition $g'_{\pi_1} = 1$ nous impose P_1 ou P_2 , le rôle du deuxième stub est de compenser les parties imaginaires correspondant à ces points soit $j 0,22$ ou $-j 1,7$; c'est un problème identique à celui rencontré dans l'adaptation à 1 stub.

Pour le point P_1 :

$$y'_{\pi_1} = 1 + j 0,22 ,$$

$$y_{\pi_2} = 1 + j[0,22 + b_{e_2}] ;$$

d'où

$$b_{e_2} = - 0,22 .$$

L'admittance d'entrée du deuxième stub doit être $-j 0,22$ (point K_1 sur le cercle extérieur). On a

$$\frac{l_2}{\lambda} = (OJ, OK_1) = 0,466 - 0,25 = 0,216 ;$$

pour le point P_2 :

$$y'_{\pi_1} = 1 - j 1,7 ,$$

$$y'_{\pi_2} = 1 + j(b'_{e_2} - 1,7) ;$$

d'où

$$b'_{e_2} = 1,7 .$$

On trouve

$$\frac{l'_2}{\lambda} = (OJ, OK_2) = 0,165 + 0,25 = 0,415 .$$

d) Le problème étant résolu dans π_2 , revenons dans π_1 . (C_2) devient (C_1) : $P_1 \rightarrow Q_1$, $P_2 \rightarrow Q_2$.

Q_1 et Q_2 sont les images de P_1 et P_2 dans π_1 on les obtient en tournant de $s_2/\lambda = 0,15$ vers la charge.

$$Q_1 \text{ correspond à } y_{\pi_1} = 0,8 - j 0,04 .$$

$$Q_2 \text{ correspond à } y_{\pi_1} = 0,8 + j 1,5 .$$

Or nous savons que

$$y_{\pi_1} = 0,8 + j[1 + b_{e_1}(l_1)] .$$

Pour Q_1 la longueur l_1 doit être telle que

$$1 + b_{e_1} = - 0,04 , \quad \text{soit} \quad b_{e_1} = - 1,04 ;$$

pour Q_2 , on doit avoir l'_1 telle que

$$1 + b'_{e_1} = 1,5 , \quad \text{soit} \quad b'_{e_1} = 0,5 .$$

On doit à nouveau calculer la longueur d'un stub, connaissant sa susceptance d'entrée. On trouve

$$b_{e_1} = - 1,04 , \quad \frac{l_1}{\lambda} = (OJ, OL_1) = 0,372 - 0,25 = 0,122 ;$$

$$b_{e_2} = 0,5 , \quad \frac{l'_1}{\lambda} = (OJ, OL_2) = 0,25 + 0,074 = 0,324 ;$$

d'où les deux couples de solution :

$$l_1 = 2,44 \text{ cm} + p \cdot 10 \text{ cm}, \quad l_2 = 4,32 \text{ cm} + p' \cdot 10 \text{ cm};$$

$$l'_1 = 6,48 \text{ cm} + p \cdot 10 \text{ cm}, \quad l'_2 = 8,3 \text{ cm} + p' \cdot 10 \text{ cm}.$$

Remarque : L'avantage de ce type d'adaptation est que les stubs sont fixes, ce qui simplifie la mise au point des circuits au contraire de l'adaptation à un stub où il faut être capable de déplacer le stub. En revanche, 2 stubs fixes ne permettent pas d'adapter toutes les impédances. En pratique, Il faut donc prévoir plus de 2 stubs que l'on connecte ou non suivant les cas.