POLYTECH
PARIS-UPMC

ei2i4 – HF

SCIENCES
SORBONNE
UNIVERSITÉ

Licence EEA

Traitement du Signal Analogique

T.Ditchi

I. Introduction

Traitements des signaux numérique ou analogique ?

Traitement numérique

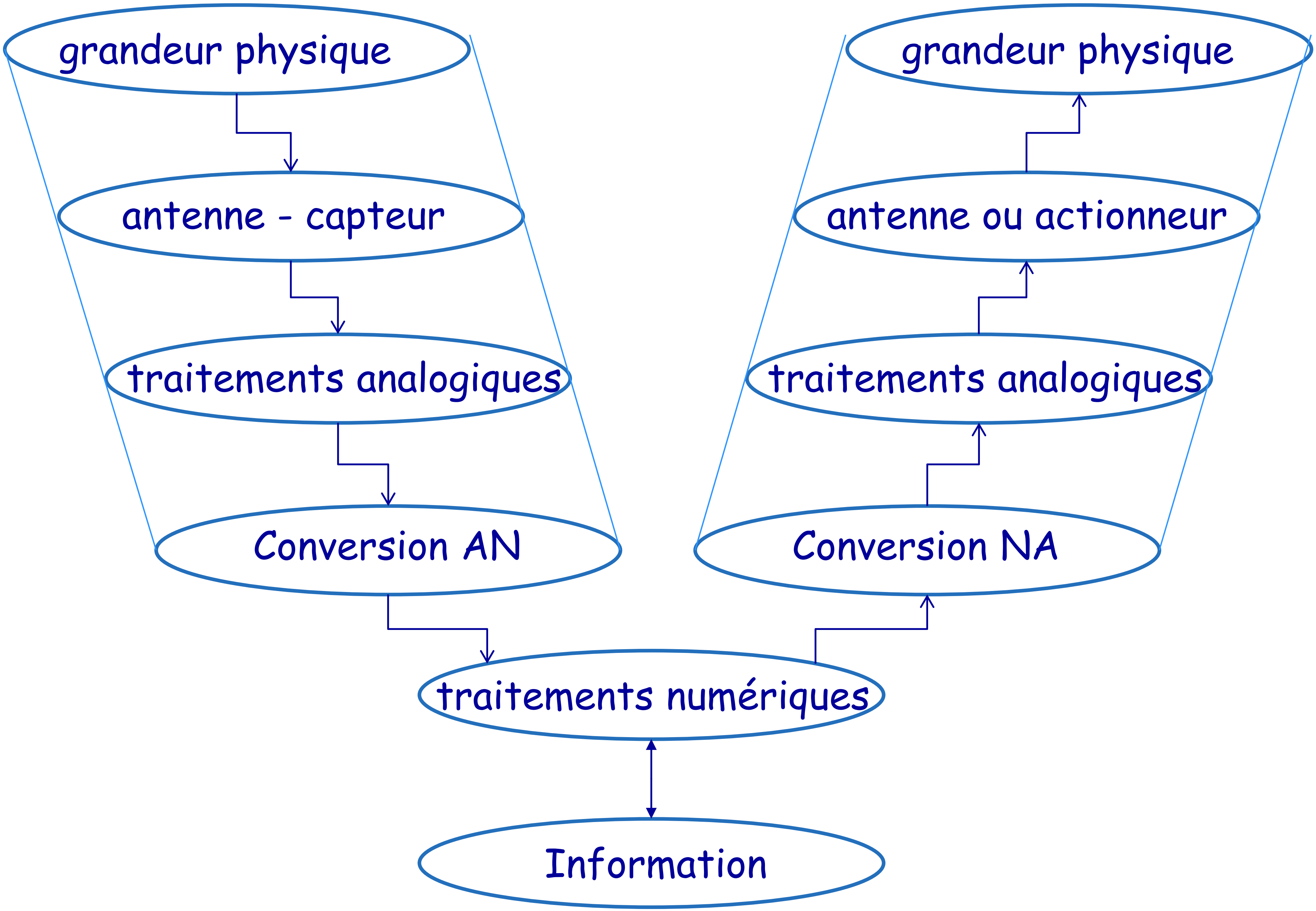
Algorithmes puissants et souples

Fonctions et transformations inaccessibles en analogique

Limité/processeurs

Mais le monde est analogique

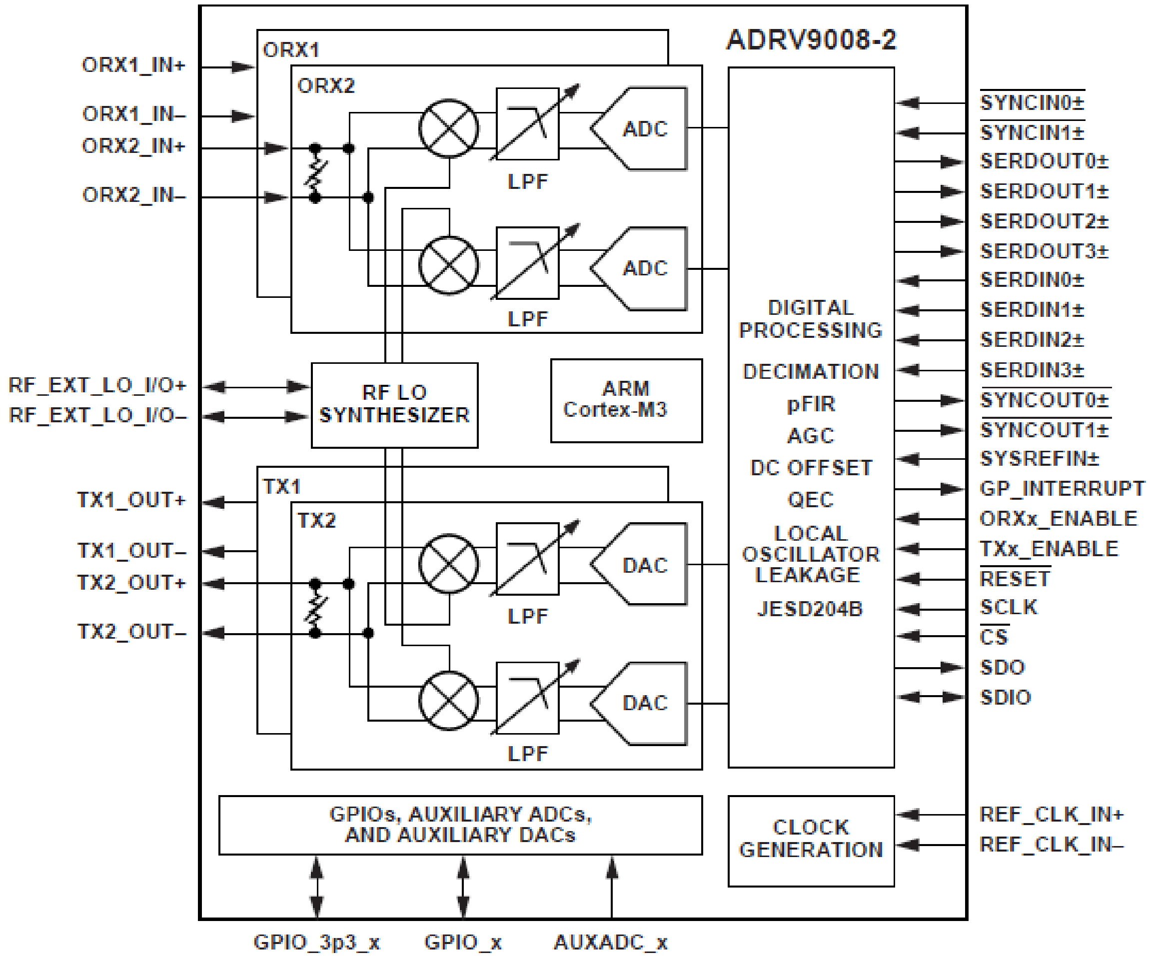
⮡ Traitement analogique obligatoire


grandeur physique
antenne - capteur
traitements analogiques
Conversion AN
grandeur physique
antenne ou actionneur
traitements analogiques
Conversion NA
traitements numériques
Information

I. Introduction

Integrated Dual RF Transmitters and Observation Receiver

Data Sheet **ADRV9008-2**



FEATURES

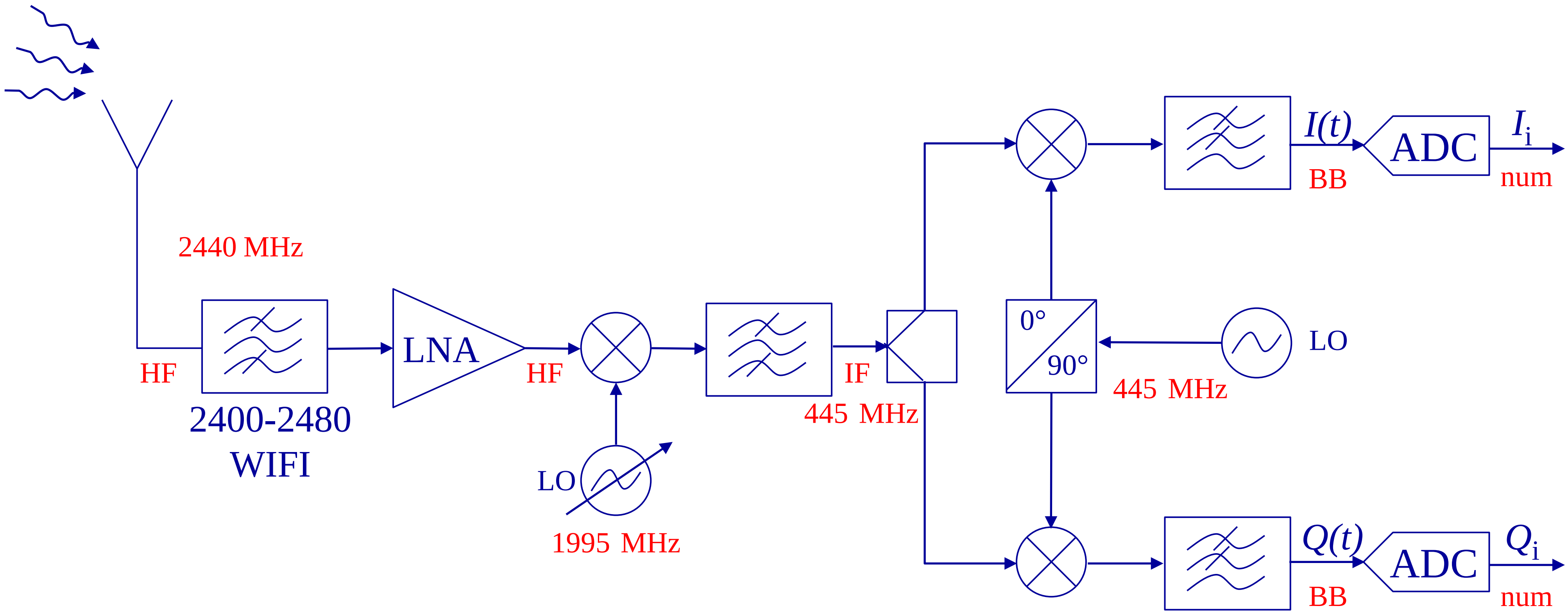
Dual transmitters
Dual input shared observation receiver
Maximum tunable transmitter synthesis bandwidth: 450 MHz
Maximum observation receiver bandwidth: 450 MHz
Fully integrated fractional-N RF synthesizers
Fully integrated clock synthesizer
Multichip phase synchronization for RF LO and baseband clocks
JESD204B datapath interface
Tuning range (center frequency): 75 MHz to 6000 MHz

APPLICATIONS

2G/3G/4G/5G macrocell base stations
Active antenna systems
Massive multiple input, multiple output (MIMO)
Phased array radars
Electronic warfare
Military communications
Portable test equipment

I. Introduction

Architecture d'un récepteur hétérodyne en télécommunication

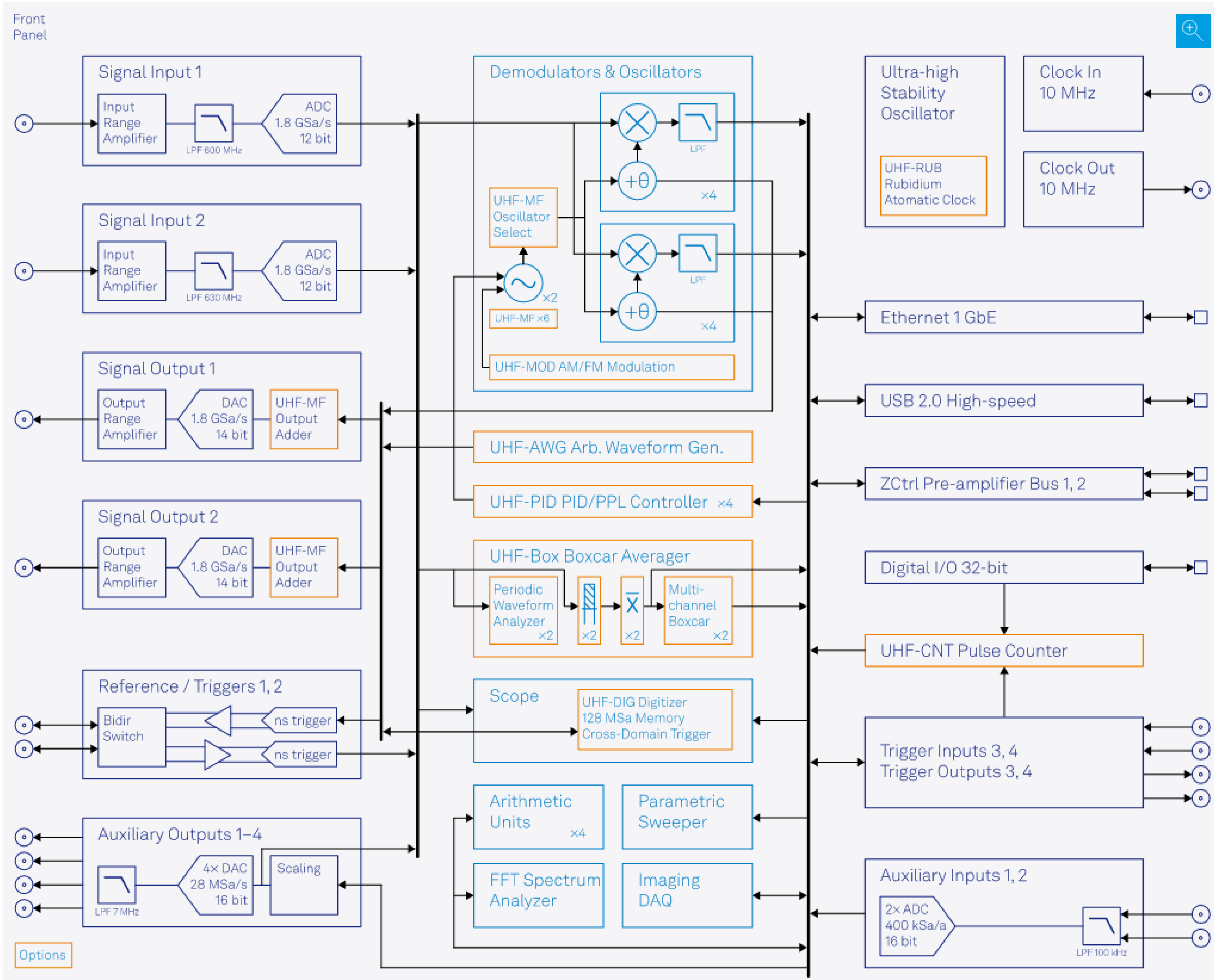


I. Introduction

UHFLI

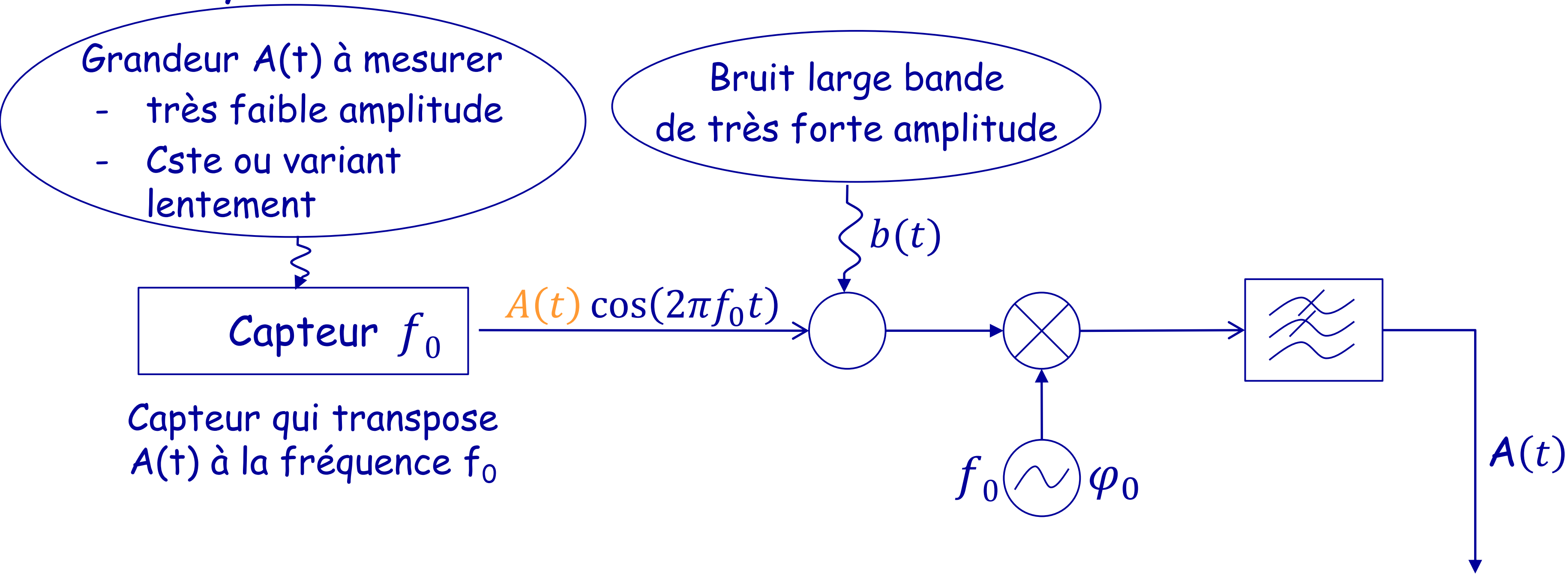
Détection synchrone 600 MHz

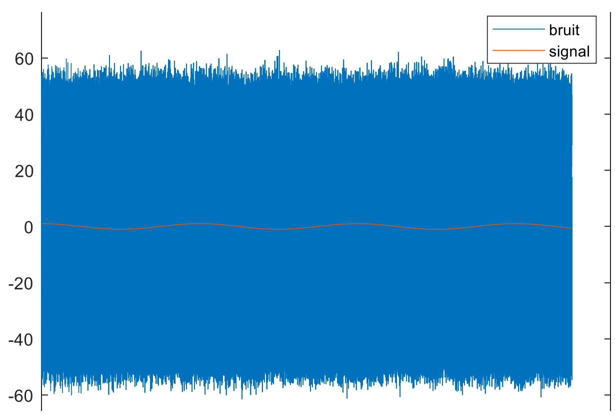
Zurich Instruments

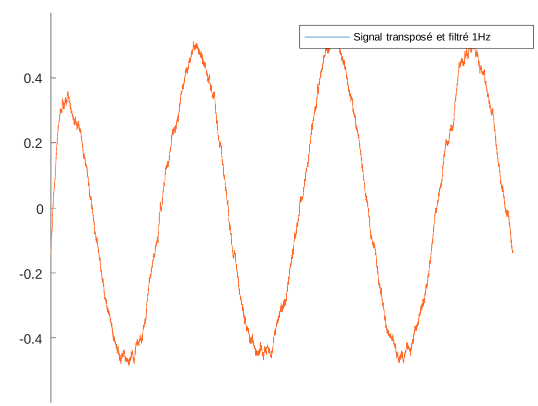


I. Introduction

Extraction d'un signal noyé dans le bruit - Détecteur synchrone







I. Introduction

Fonctions utiles dans une chaine analogique de transmission de l'information

- Filtres (très sélectifs à bande fixe, moins sélectif, à bande variable…)
- Transposition de fréquence (multiplieurs, mélangeurs)
- Modulations d'amplitude, de fréquence ou de phase
- Additionneurs
- Diviseurs
- Amplificateurs
- Déphaseurs
- PLL
- …

II. Les systèmes linéaires

II. Les systèmes linéaires

Signal : Toute grandeur physique

Température = fonction (lieu)

Tension = fonction (temps)

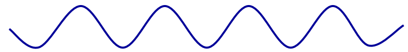
Signaux : continus (physique) ou discontinus (approximation de certains cas physiques)

transitoires commence à un instant (t=0)
se termine au bout d'un temps fini ou $\xrightarrow[t \to \infty]{}$ **O**

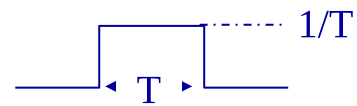
périodiques

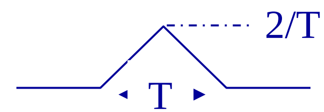
II. Les systèmes linéaires

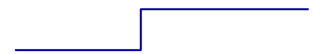
Exemples de signaux

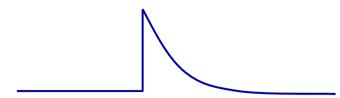
Signal sinusoidal 

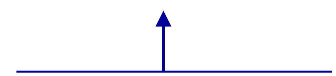
Signaux transitoires ou impulsionnels

Portes $\longrightarrow \Pi_T$ 

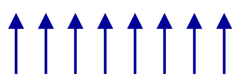
Impulsion triangulaire $\longrightarrow \Delta_T$ 

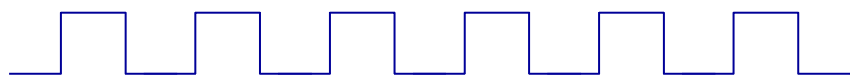
Echelon de Heavyside $\longrightarrow u(t)$ 

Impulsion exponentielle $\longrightarrow e^{-t/T}\,u(t)$ 

Impulsion de Dirac $\longrightarrow \delta(t)$ 

Signaux périodiques discontinus

peignes 

créneau 

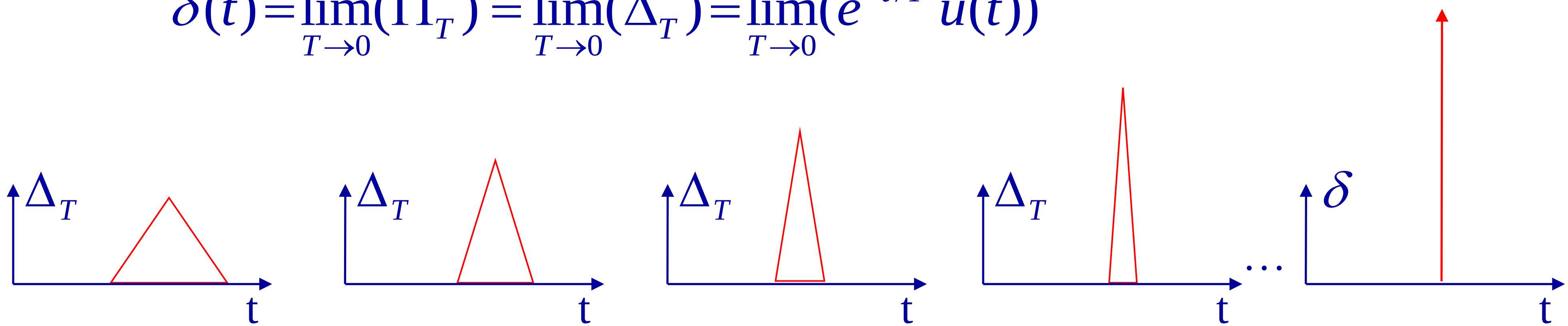
II. Les systèmes linéaires

On remarque que : $\int_{-\infty}^{+\infty} \Pi_T \, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta_T \, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t/T} \, u(t) \, dt = 1$

→Définition de l'Impulsion de Dirac : δ(t)

δ(t) : Impulsion de largeur nulle mais de surface unité : $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) \, dt = 1$

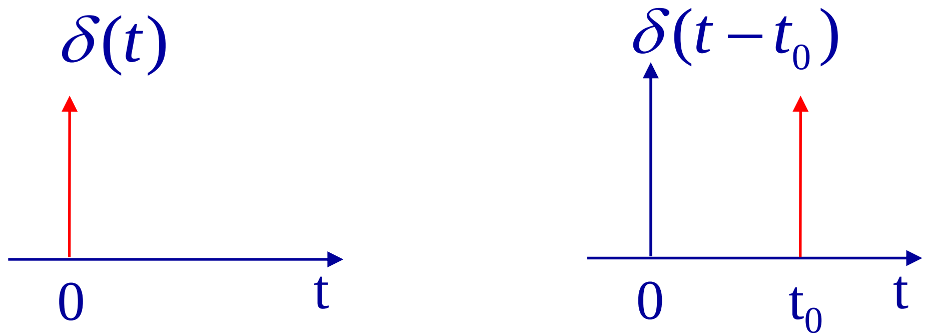
$$\delta(t) = \lim_{T \to 0}(\Pi_T) = \lim_{T \to 0}(\Delta_T) = \lim_{T \to 0}(e^{-t/T} \, u(t))$$

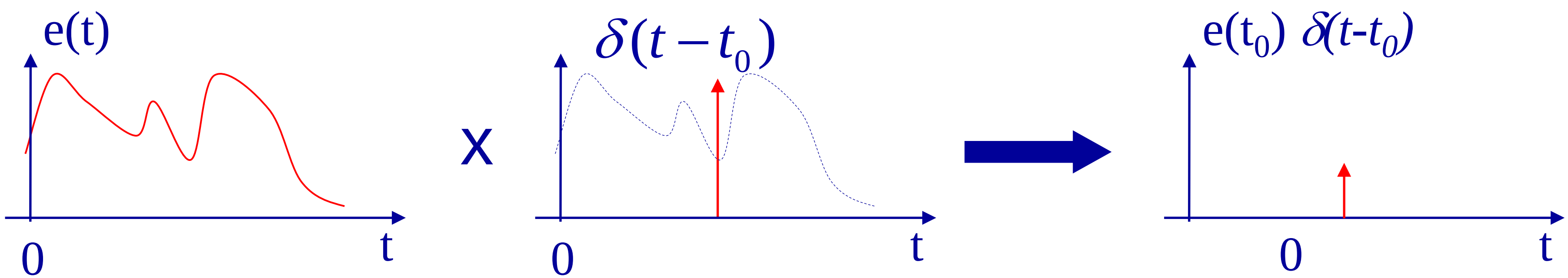


Exemple avec l'impulsion triangulaire

II. Les systèmes linéaires

Quelques propriétés de l'Impulsion de Dirac : δ(t)





$$e(t).\delta(t-t_0)=e(t_0)\,\delta(t-t_0)$$

II. Les systèmes linéaires

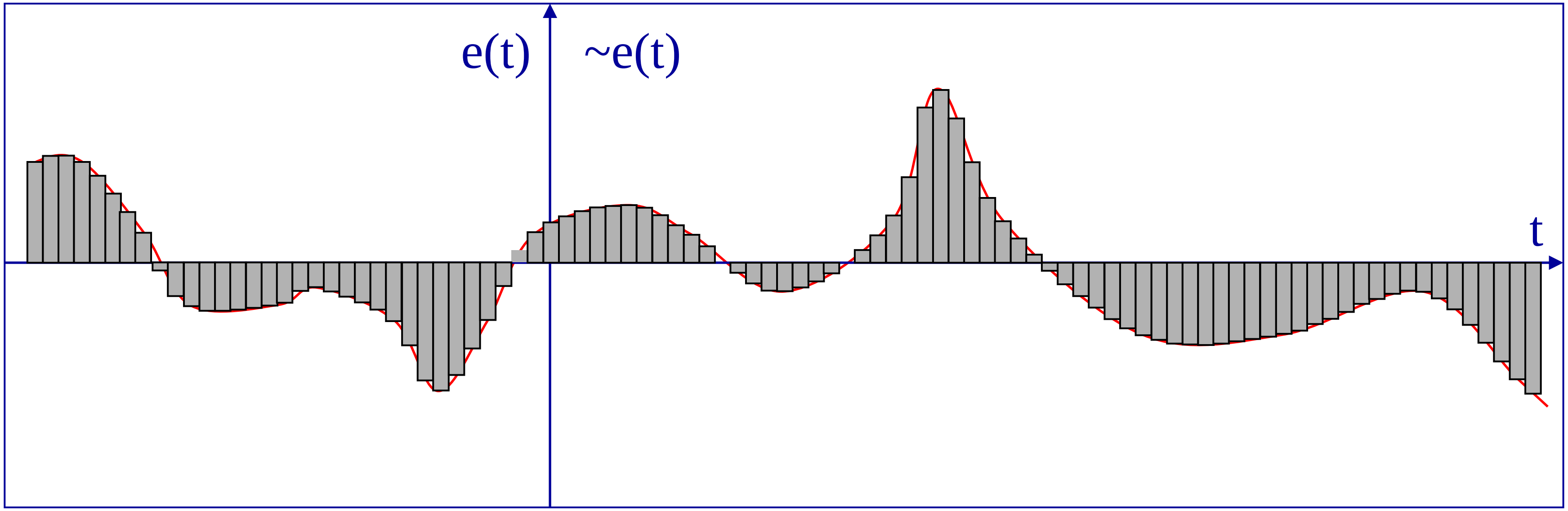
linéaires : $\alpha\, e_1(t) + \beta\, e_2(t) \longrightarrow \alpha\, s_1(t) + \beta\, s_2(t)$

Invariant dans le temps : $e\,(t-\tau) \longrightarrow s\,(t-\tau)$

(e retardé de τ) (s retardé de τ)

Système Linéaire
Indépendant du temps
S.L.I

II. Les systèmes linéaires



signal e(t) et signal approché ~e(t) : $\tilde{e}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e(t=nT)\ \underbrace{\Pi_T(t-nT)\ T}$

Impulsion carrée
amplitude 1/T

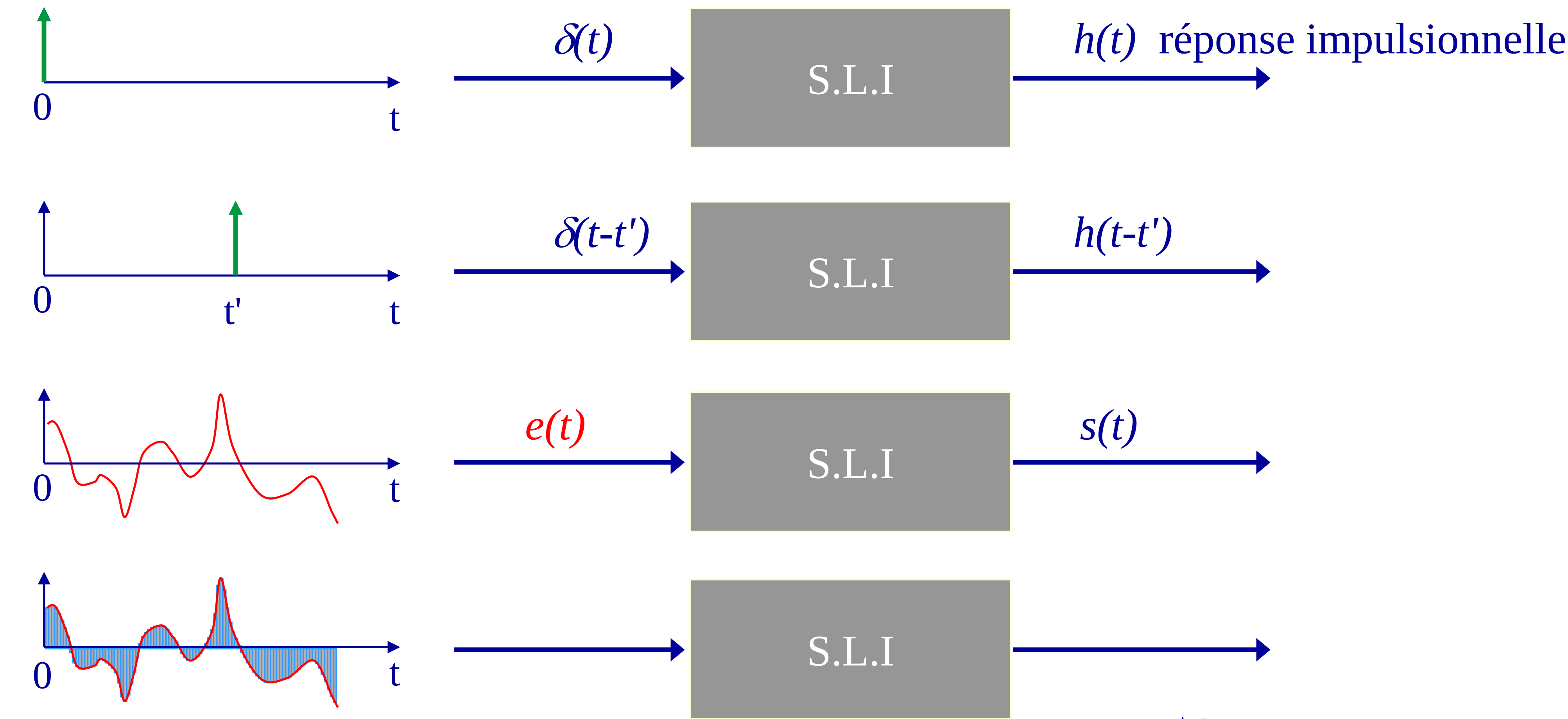
$$\varepsilon(t) = e(t) - \tilde{e}(t) \xrightarrow[T \longrightarrow 0]{} 0$$

donc $$e(t) = \lim_{T\to 0}\left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} e(t=nT)\ \Pi_T(t-nT)\ T\right]$$

$$e(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(t')\ \delta(t-t')\ dt' = e(t) * \delta(t)$$

Produit de convolution

II. Les systèmes linéaires

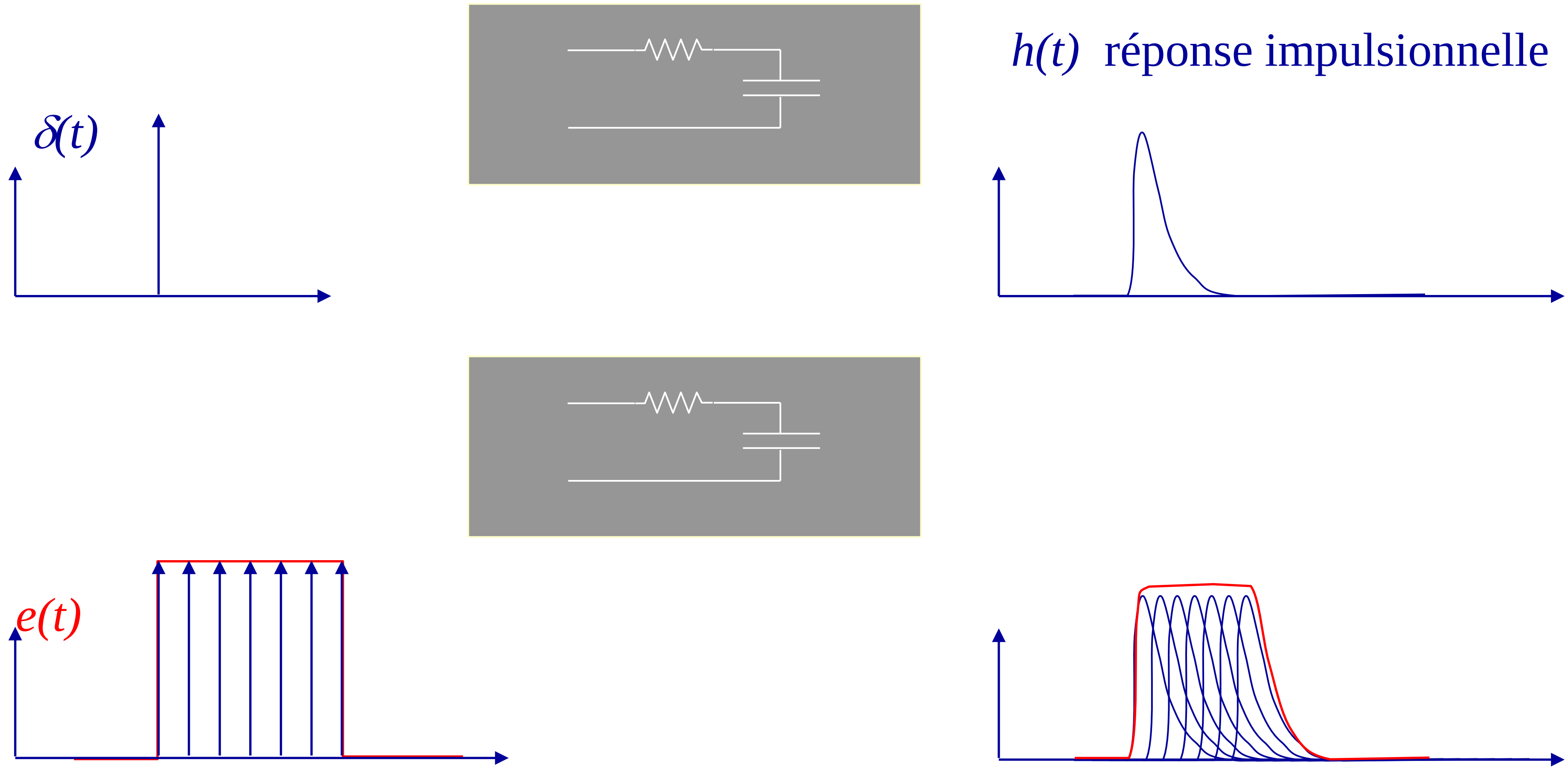


$$e(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(t') \;\; \delta(t - t') \; dt'$$

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(t') \;\; h(t - t') \; dt'$$

$$\boxed{s(t) = \; e(t) * h(t)}$$

II. Les systèmes linéaires



$$\boxed{s(t) = e(t) * h(t)}$$

III. Les systèmes linéaires par Transformée de Laplace et de Fourier

III.1 Les systèmes linéaires Par Transformée de Laplace

III.1 Les systèmes linéaires par Transformée de Laplace

Transformée de Laplace unilatérale (signaux causaux)

$$s(t) \xrightarrow{\text{T.L}} S(p) = \int_0^{+\infty} s(t)\, e^{-pt}\, dt$$

$$s(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{+\infty} S(p)\, e^{pt}\, dp \xleftarrow{\text{T.L}^{-1}} S(p)$$

Propriétés	**Signal temporel**	**Transformée de Laplace**
	$s(t<0) = 0$	$S(p)$
Linéarité	$a\, s_1(t) + b\, s_2(t)$	$a\, S_1(p) + b\, S_2(p)$
Dérivation temporelle	$s'(t) = \frac{\partial}{\partial t} s(t)$	$p\, S(p) - s(t = 0^+)$
Dérivation	$s^{(n)}(t) = \frac{\partial^n}{\partial t^n} s(t)$	$p^n\, S(p) - p^{n-1} s(t=0^+) - p^{n-2}\, s'(t=0^+) - \dots - p\, s^{(n-2)}(t=0^+) - s^{(n-1)}(t=0^+)$
Intégration	$\int_0^t s(t')\, dt'$	$\frac{S(p)}{p}$
Convolution	$s_1(t) * s_2(t)$	$S_1(p)\; S_2(p)$
	$s_1(t)\;\; s_2(t)$	$S_1(p) * S_2(p)$

III.1 Les systèmes linéaires par Transformée de Laplace

n°	s(t) causaux (s(t<0)=0)	S(p)
1	Dirac $\delta(t)$	1
3	*Echelon de Heavyside* $u(t)$	$1/p$
6	$e^{-a\,t}$	$1\,/\,(p+a)$
9	$(\,1-e^{-a\,t})$	$\dfrac{a}{p\,(p+a)}$
11	$e^{-at}-e^{-bt}$	$\dfrac{b-a}{(p+a)(p+b)}$
17	$1-\dfrac{1}{b-a}(b\,e^{-at}-a\,e^{-bt})$	$\dfrac{a\,b}{p(p+a)(p+b)}$
18	$\dfrac{\omega_N}{\sqrt{1-\zeta^2}}\,e^{-\zeta\,\omega_N\,t}\ \sin(\omega_N\sqrt{1-\zeta^2}\ t)$	$\dfrac{1}{\dfrac{p^2}{{\omega_N}^2}+2\,\zeta\,\dfrac{p}{\omega_N}+1}$ *avec* $\zeta<1$
19	$1-\dfrac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}\,e^{-\zeta\,\omega_N\,t}\ \sin(\omega_N\sqrt{1-\zeta^2}\ t+\psi)$ *avec* $\psi=arctg(\dfrac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta})$	$\dfrac{1}{p\left(\dfrac{p^2}{{\omega_N}^2}+2\,\zeta\,\dfrac{p}{\omega_N}+1\right)}$ *avec* $\zeta<1$

III.1 Les systèmes linéaires par Transformée de Laplace

$$b_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} s(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + b_0 s(t) = a_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} + a_{m-1} \frac{d^{m-1} e(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + a_0 e(t)$$

Dans le cas d'un système du 2nd degré

$$b_2 \frac{d^2 s(t)}{dt^n} + b_1 \frac{ds(t)}{dt} + b_0 s(t) = a_2 \frac{d^2 e(t)}{dt^2} + a_1 \frac{de(t)}{dt} + a_0 e(t)$$

Par Transformée de Laplace

$$\begin{array}{c} \left[b_2 p^2 + b_1 p + b_0\right] S(p) \\ +[\ldots] s(t = 0^+) \\ +[\ldots] s'(t = 0^+) \end{array} = \begin{array}{c} \left[a_2 p^2 + a_1 p + a_0\right] E(p) \\ +[\ldots] e(t = 0^+) \\ +[\ldots] e'(t = 0^+) \end{array}$$

III.1 Les systèmes linéaires par Transformée de Laplace

$$\left.\begin{array}{c}\left[b_2 p^2 + b_1 p + b_0\right] S(p) \\ +[\ldots] s(t=0^+) \\ +[\ldots] s'(t=0^+)\end{array}\right| = \left|\begin{array}{c}\left[a_2 p^2 + a_1 p + a_0\right] E(p) \\ +[\ldots] e(t=0^+) \\ +[\ldots] e'(t=0^+)\end{array}\right.$$

Si système au repos avant la première exitation $s(0^+)=s(0^-)= e(0^+)=e(0^-)$

$$\left[b_2 p^2 + b_1 p + b_0\right] S(p) = \left[a_2 p^2 + a_1 p + a_0\right] E(p)$$

C'est-à-dire

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\left[a_2 p^2 + a_1 p + a_0\right]}{\left[b_2 p^2 + b_1 p + b_0\right]}$$

noté

$$H(p) = \frac{\left[a_2 p^2 + a_1 p + a_0\right]}{\left[b_2 p^2 + b_1 p + b_0\right]}$$

Fonction de Transfert (opérationnelle)

III.1 Les systèmes linéaires par Transformée de Laplace

plus généralement $$\boxed{H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}} = \frac{a_m\, p^m + a_{m-1}\, p^{m-1} + \ldots + a_0}{b_n\, p^n + b_{n-1}\, p^{n-1} + \ldots + b_0}$$

Fonction de Transfert (opérationnelle)

Remarque : le dénominateur est l'équation caractéristique vue au chapitre II

e(t)

$s(t) = e(t) * h(t)$

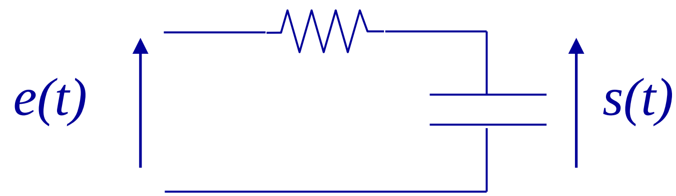
T.L

$$\boxed{S(p) = E(p).TL(h(t))}$$

Donc $$\boxed{H(p) = TL(h(t))}$$

la fonction de Transfert est la Transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle

III.1 Les systèmes linéaires par Transformée de Laplace



Calculons la fonction de transfert de ce système

Domaine temporel

$$e - s = R\, i$$

$$i = C\,\frac{ds}{dt}$$

$\xrightarrow{}$ T.L

Domaine de Laplace

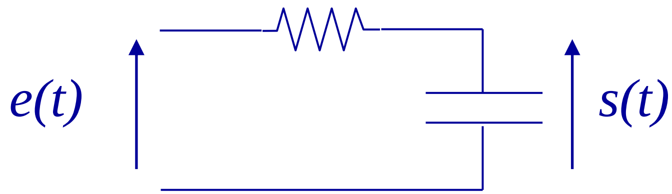
$$E(p) - S(p) = R\, I(p)$$

$$I(p) = C\, p\, S(p) \qquad (Z_C = \frac{1}{Cp})$$

d'où $\quad E - S = R\, C\, p\, S$

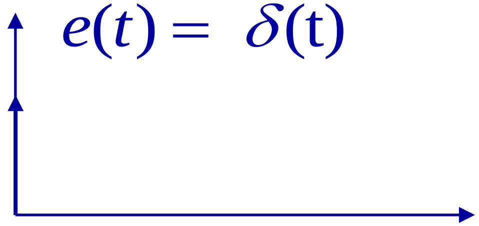
c.a.d $\quad \boxed{\frac{S}{E} = H = \frac{1}{1 + R\, C\, p}}$

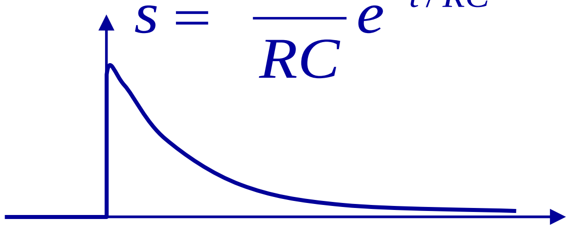
III.1 Les systèmes linéaires par Transformée de Laplace



Calculons la réponse impulsionnelle h(t) de ce système

<u>Domaine temporel</u>		<u>Domaine de Laplace</u>
$e(t) = \delta(t)$	T.L $\longrightarrow$	$E(p) = 1$
		or $\dfrac{S}{E} = \dfrac{1}{1 + R\,C\,p}$
$s = \dfrac{1}{RC} e^{-t/RC}$	$\longleftarrow$ T.L^{-1}	c.a.d $S = \dfrac{1}{1 + R\,C\,p} = \dfrac{1/RC}{p + 1/RC}$





III.2 Les systèmes linéaires Par Transformée de Fourier

Etudions maintenant la réponse des systèmes à un signal d'entrée périodique

Transformée de Fourier

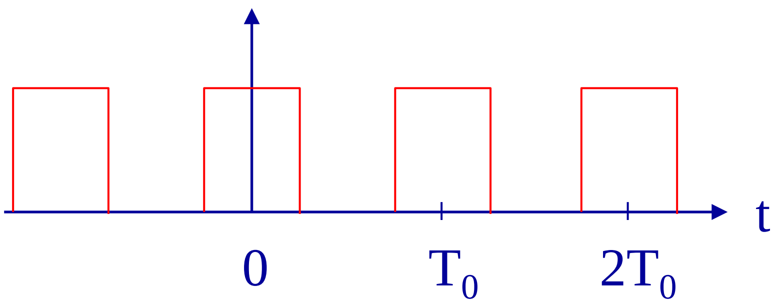
III.2 Transformée de Fourier

signaux périodiques ($T_0 = 1/f_0$) $\longrightarrow$ Série de Fourier

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \, e^{j n \omega_0 t} \qquad \text{où } \omega_0 = 2\,\pi / T_0$$

$$\text{où} \quad c_n = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t)\, e^{-j n \omega_0 t}\, dt$$

par exemple : créneau de périodeT_0

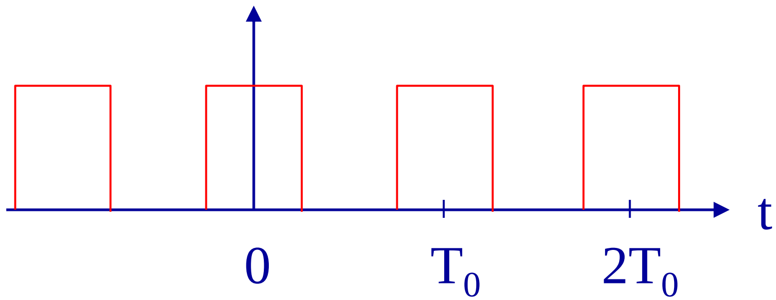


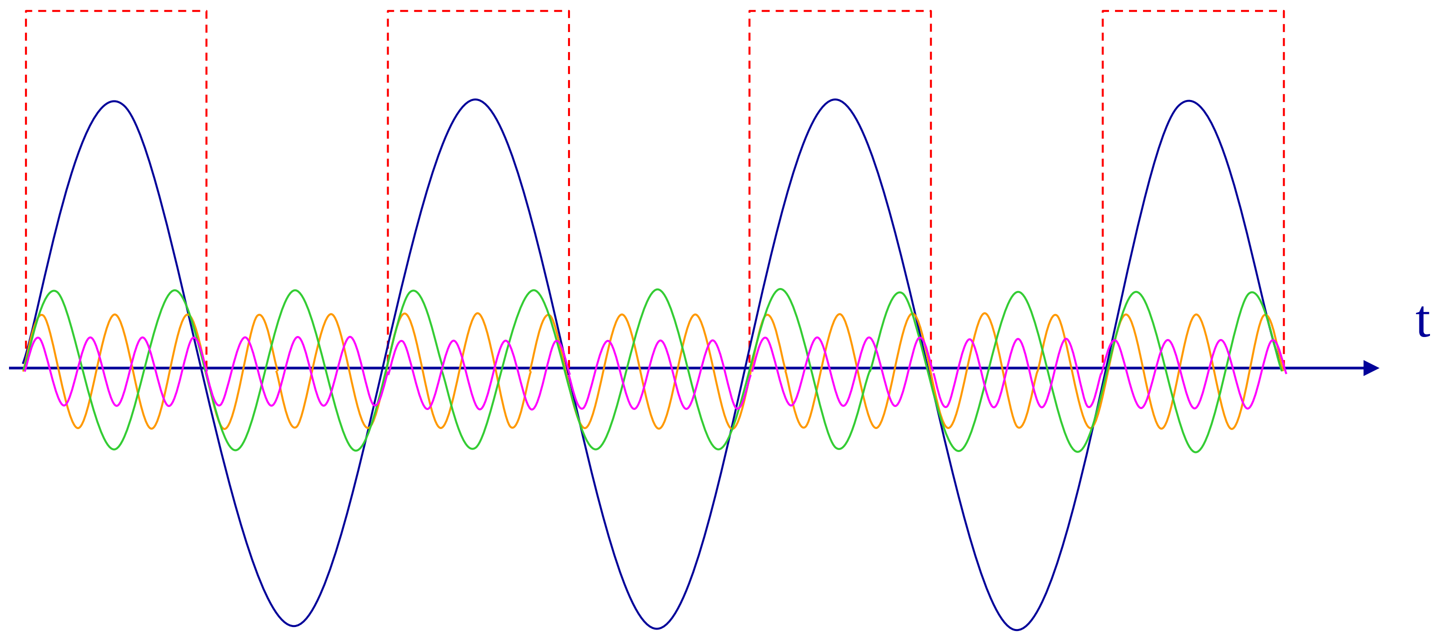
$\longrightarrow$

0.5	
$2/\pi$	$\cos(\omega_0 t)$
$2/3\pi$	$\cos(3\omega_0 t)$
$2/5\pi$	$\cos(5\omega_0 t)$
$2/7\pi$	$\cos(7\omega_0 t)$

III.2 Transformée de Fourier

Série de Fourier d'un créneau de période T_0





III.2 Transformée de Fourier

signaux périodiques (période finie) $\longrightarrow$ Signaux non périodiques (période infinie)

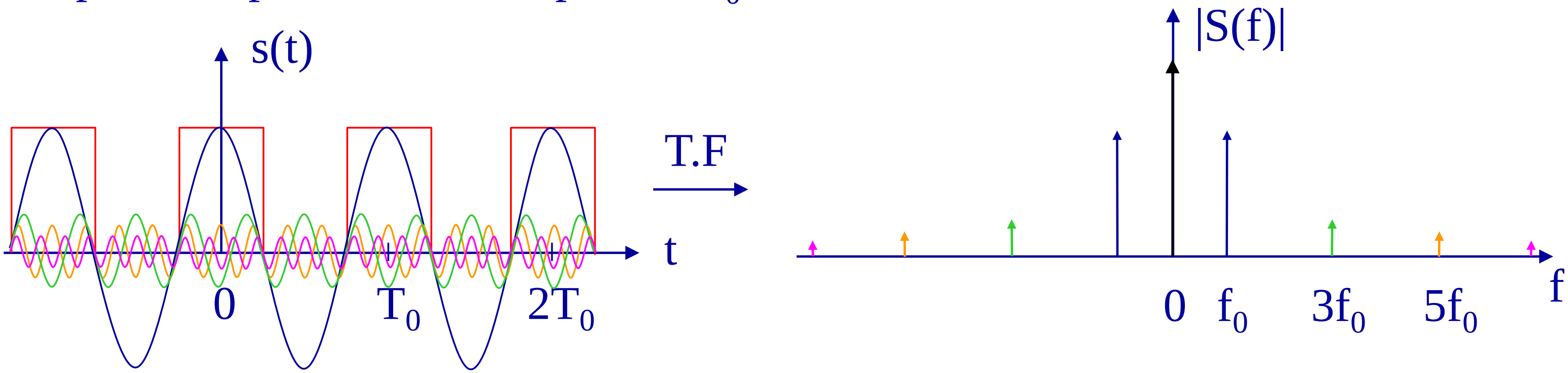
$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \, e^{j n \omega_0 t} \longrightarrow s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f)\, e^{j\omega t}\, df$$

$$c_n = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t)\, e^{-j n \omega_0 t}\, dt \longrightarrow \boxed{S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\, e^{-j\omega t}\, dt}$$

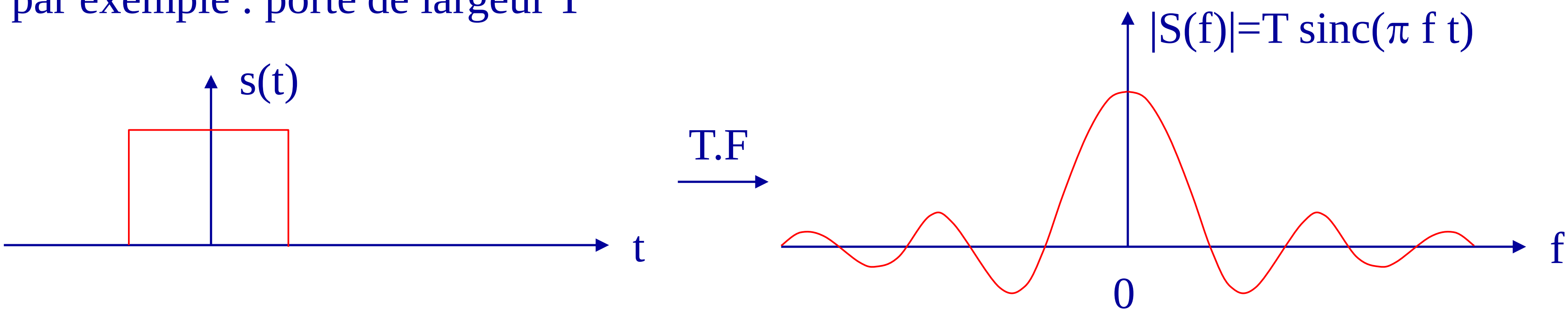
Série de Fourier — Transformée de Fourier

III.2 Transformée de Fourier

par exemple : créneau de périodeT_0



par exemple : porte de largeur T



III.2 Transformée de Fourier

	$s(t)$	$S(f)$
Linéarité	$a\,s_1(t)+b\,s_2(t)$	$a\,S_1(f)+b\,S_2(f)$
Dérivation temporelle	$s'(t)=\frac{\partial}{\partial t}s(t)$	$j\omega S(f)$
Convolution	$s_1(t)*s_2(t)$	$S_1(f)\;S_2(f)$
produit	$s_1(t)\;\;s_2(t)$	$S_1(f)*S_2(f)$
Dirac	$\delta(t)$	1
Peigne de Dirac	$pgn_{T_e}(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT_e)$	$\frac{1}{T_e}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(f-n\frac{1}{T_e})$
Décalage temp	$s(t-t_0)$	$e^{-j\omega t_0}\;S(f)$
Décalage fréq	$e^{j\omega_0 t}\;s(t)$	$S(f-f_0)$

III.2 Transformée de Fourier

$$b_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} s(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + b_0 s(t) = a_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} + a_{m-1} \frac{d^{m-1} e(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + a_0 e(t)$$

Par Transformée de Fourier :

$$b_n (j\omega)^n S(f) + b_{n-1} (j\omega)^{n-1} S(f) + \ldots + b_0 S(f)$$
$$= a_m (j\omega)^m m\, E(f) + a_{m-1} (j\omega)^{m-1} E(f) + \ldots + a_0 E(f)$$

$$H(f) = \frac{S(f)}{E(f)} = \frac{a_m (j\omega)^m + a_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \ldots + a_0}{b_n (j\omega)^n + b_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \ldots + b_0}$$

Réponse fréquentielle

Obtenue en remplaçant p par jω dans la fct de transfert opérationnelle

III.2 Transformée de Fourier

$$\boxed{H(f)=\frac{S(f)}{E(f)}}=\frac{a_m\,(j\omega)^m+a_{m-1}\,(j\omega)^{m-1}+\ldots+a_0}{b_n\,(j\omega)^n+b_{n-1}\,(j\omega)^{n-1}+\ldots+b_0}$$

Réponse fréquentielle

$$s(t)=\ e(t)*h(t)$$

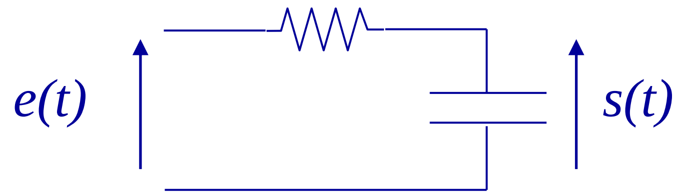
T.F

$$S(f)=\ E(f).TF(h(t))$$

Donc $\boxed{H(f)=TF(h(t))}$

la réponse fréquentielle est la Transformée de Fourier
de la réponse impulsionnelle

III.2 Transformée de Fourier



Calculons la réponse fréquentielle de ce système

<u>Domaine temporel</u>

$$e - s = R\, i$$

$$i = C\frac{ds}{dt}$$

T.F

<u>Domaine de Fourier</u>

$$E(f) - S(f) = R\, I(f)$$

$$I(f) = C\, j\omega\, S(f) \quad (Z_C = \frac{1}{jC\omega})$$

d'où $\quad E - S = R\, C\, j\omega\, S$

c.a.d $\quad \boxed{\frac{S}{E} = H = \frac{1}{1 + j\, RC\omega}}$

III.2 Transformée de Fourier

Prenons une entrée sinusoïdale :

$$e(t) = e_0 \cos(\omega_0 t) \xrightarrow{\text{T.F}} E(\omega) = \frac{e_0}{2}\left[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)\right]$$

La réponse à cette entrée vaut :

$$S(\omega)=E(\omega)\,H(\omega) = \frac{e_0}{2}\left[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)\right]\; H(\omega)$$

$$S(\omega)=\frac{e_0}{2}\left[H(\omega_0)\,\delta(\omega-\omega_0)+H(-\omega_0)\,\delta(\omega+\omega_0)\right]$$

or $\quad H(\omega_0)=|\,H(\omega_0)\,|\; e^{j\,\varphi(\omega_0)}$ et $H(-\omega_0)=|\,H(\omega_0)\,|\; e^{-j\,\varphi(\omega_0)}$

donc $\quad S(\omega)=\dfrac{e_0}{2}|\,H(\omega_0)\,|\;\left[e^{j\,\varphi(\omega_0)}\delta(\omega-\omega_0)+e^{-j\,\varphi(\omega_0)}\,\delta(\omega+\omega_0)\right]$

III.2 Transformée de Fourier

$$S(\omega)=\frac{e_0}{2}|H(\omega_0)|\ \left[e^{j\varphi(\omega_0)}\underbrace{\delta(\omega-\omega_0)}+e^{-j\varphi(\omega_0)}\ \underbrace{\delta(\omega+\omega_0)}\ \right]$$

$$\xrightarrow{\text{T.F}^{-1}}\quad s(t)=\frac{e_0}{2}|H(\omega_0)|\ \left[e^{j\varphi(\omega_0)}\ e^{j\omega_0 t}+e^{-j\varphi(\omega_0)}\ e^{-j\omega_0 t}\ \right]$$

$$\boxed{s(t)=e_0\,|H(\omega_0)|\ \cos\left(\omega_0\,t+\varphi(\omega_0)\right)}$$

donc

- Le gain $G(\omega_0)$ du système e_0/s_0 à ω_0 $= |\,H(\omega_0)\,|$
- Le déphasage $\varphi(\omega_0)$ de s(t) par rapport à e(t) à $\omega_0 =$ argument($H(\omega_0)$)

Diagramme de Bode = représentation de $|\,H(\omega_0)\,|$ et de $\varphi(\omega_0)$

III.3 Diagramme de Bode

III.3 Diagramme de Bode

On a montré que :

$e_0 \cos(\omega_0 t)$ $\qquad$ $e_0 \,|\, H(\omega_0) \,|\, \cos\big(\omega_0 t + \varphi(\omega_0) \big)$

Cad

•Le gain $\quad G(\omega_0) = \left| H(\omega_0) \right|$

•Le déphasage de s(t) par rapport à e(t) = $\varphi(\omega_0)$ =argument($H(\omega_0)$)

Diagramme de Bode = représentation de $\log_{10} |\, H(\omega) \,|$ et de $\varphi(\omega)$

III.3 Diagramme de Bode

Exemple : soit un filtre du 1^er^ ordre $$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

$$G_{dB}(\omega) = 20\log_{10}\left|H(\omega)\right|$$ et $$\varphi(\omega) = -arctg(\frac{\omega\tau}{1})$$

$$G_{dB}(\omega) = 20\log_{10}\left|H(\omega)\right| = 10\log_{10}\left|H(\omega)\right|^2 = 10\log_{10}\left(\frac{1}{1+(\omega\tau)^2}\right)$$

$$G_{dB}(\omega) = -10\log_{10}\left(1+(\omega\tau)^2\right)$$

III.3 Diagramme de Bode

Comportement asymptotique

comportement du système à certaines fréquences caractéristiques

par ex qd $\omega \to 0$ ou qd $\omega \to \infty$

Quand $\omega \to 0$

- $$G_{dB} = \lim_{\omega \to 0} \left(-10 \log_{10} \left(1 + (\omega\tau)^2 \right) \right) = -10 \log_{10}(1) = 0 dB$$

Droite horizontale 0 dB

III.3 Diagramme de Bode

Comportement asymptotique

Quand ω→∞

- $$\lim_{\omega\to\infty}\left(-10\log_{10}\left(1+(\omega\tau)^2\right)\right)=-10\log_{10}((\omega\tau)^2)=-20\log_{10}(\omega\tau)$$

$$\lim_{\omega\to\infty}(G_{dB})=-20\log(\omega)-20\log(\tau)$$

quand ω →10 ω alors -20 log(ω) → -20 log(10ω)=-20log(ω)-20

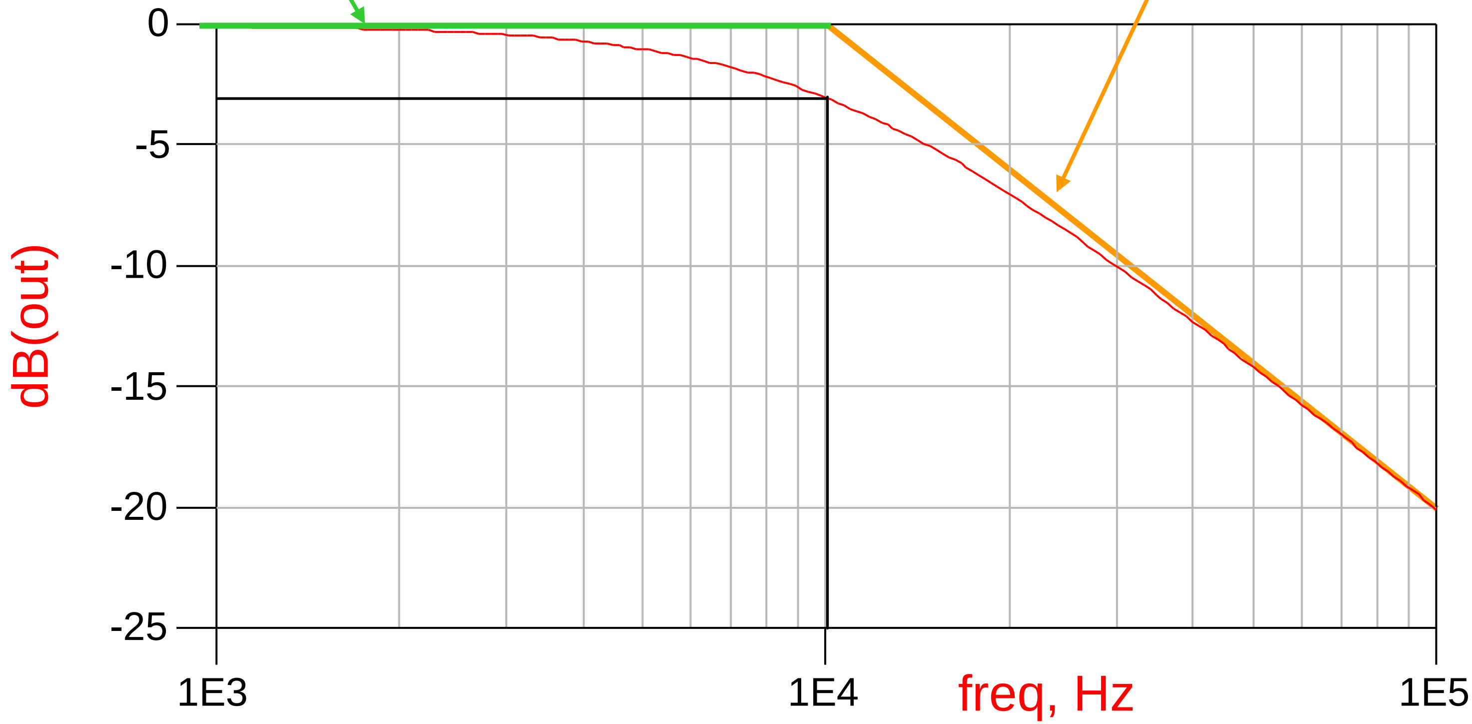
Droite de pente -20 dB/décade

d'ordonnée à l'origine $-20\log(\tau)$

III.3 Diagramme de Bode

<u>Comportement asymptotique</u>

- $\lim_{\omega \to 0} \left(G_{dB} \right)$ — Droite horizontale 0dB
- $\lim_{\omega \to \infty} \left(G_{dB} \right)$ — Droite de pente -20 dB/decade d'ordonnée à l'origine $-20\log(\tau)$

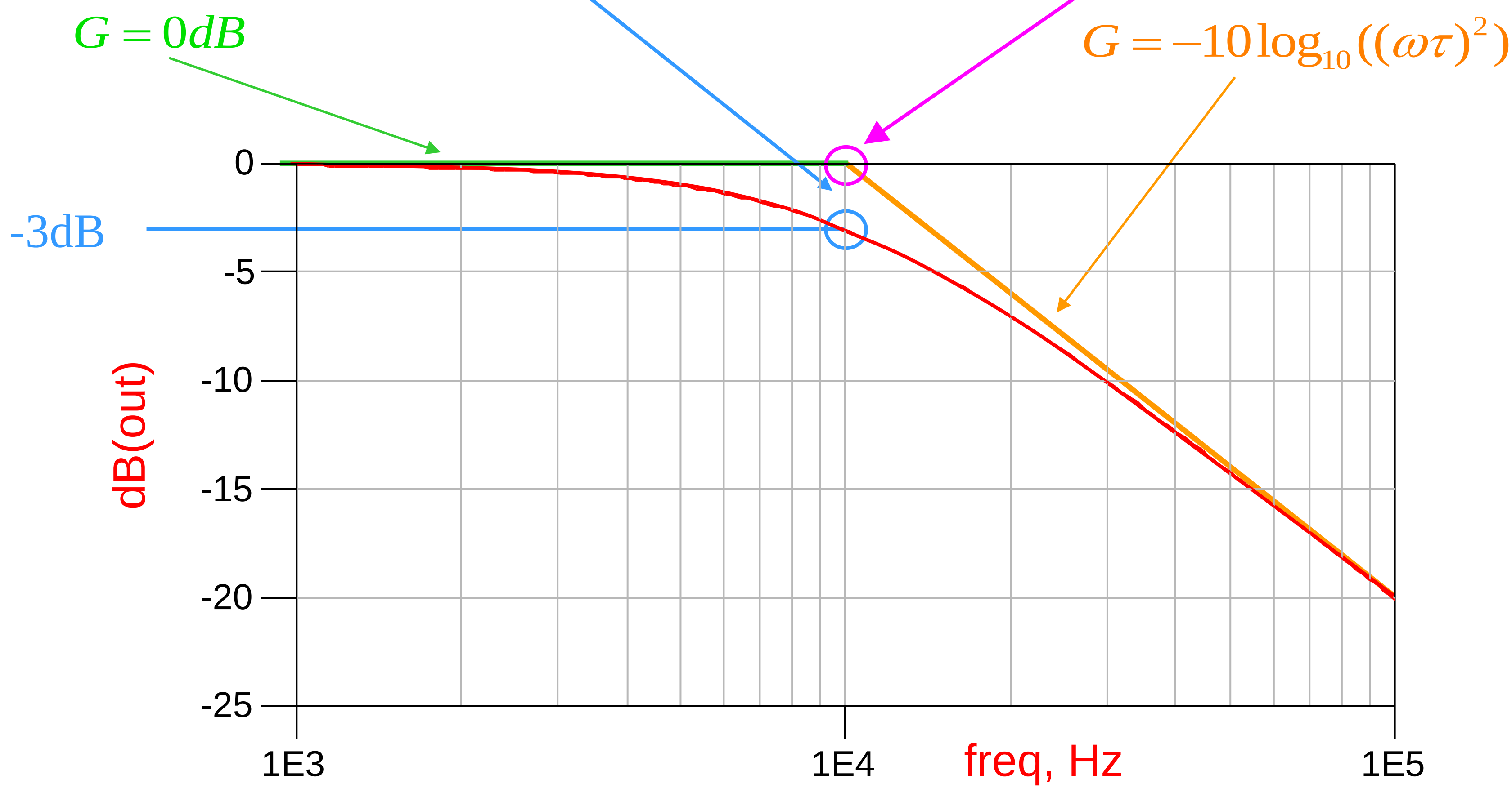


III.3 Diagramme de Bode

Comportement asymptotique

Les asymptotes se croisent quand $-10\log_{10}((\omega\tau)^2)=0$ cad quand $\omega=1/\tau$

et $G(\omega=1/\tau)=-3\text{dB}$



III.3 Diagramme de Bode

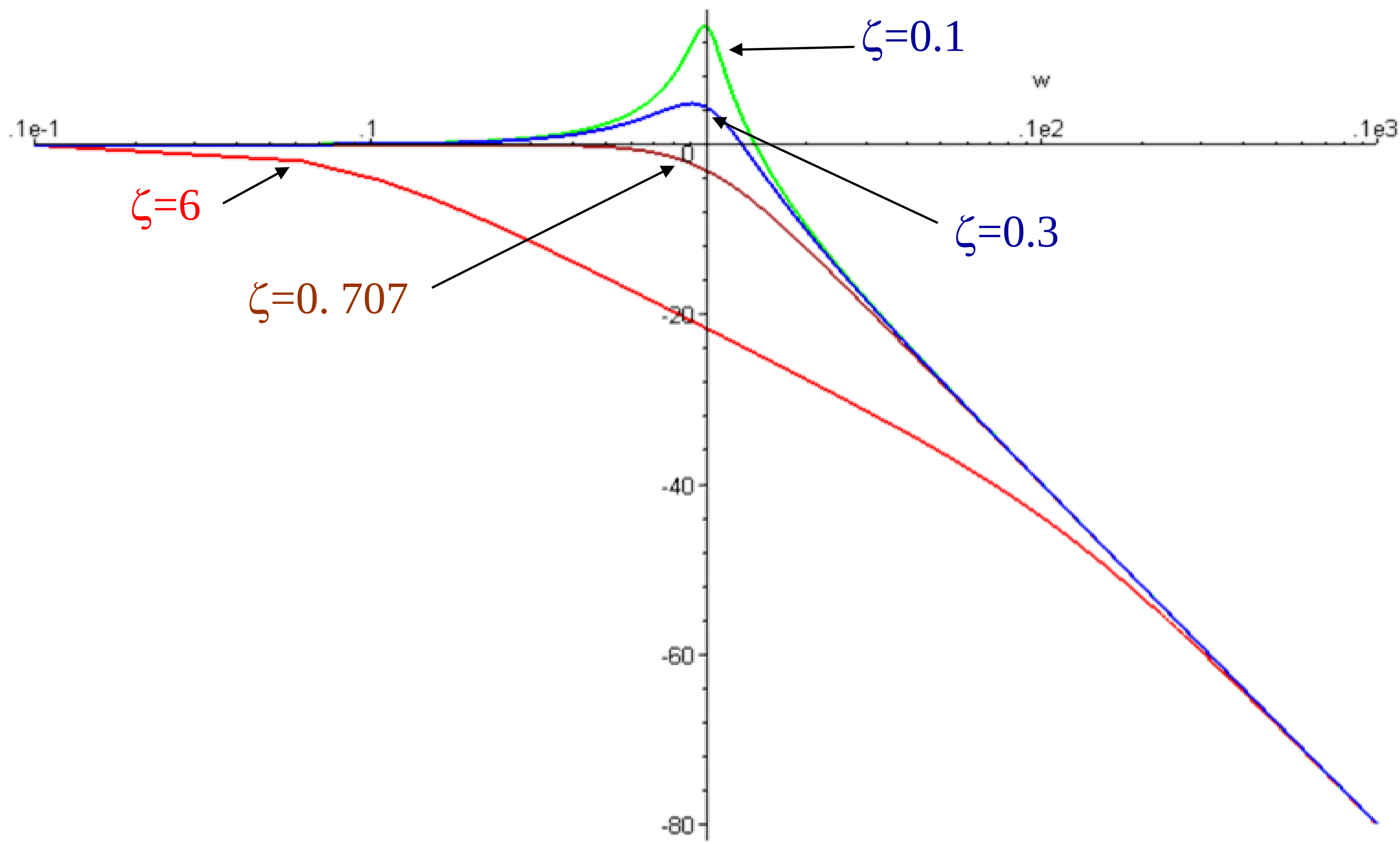
$$\varphi(\omega) = -arctg(\omega\tau)$$

IV. Les systèmes du 1er et du 2nd ordre

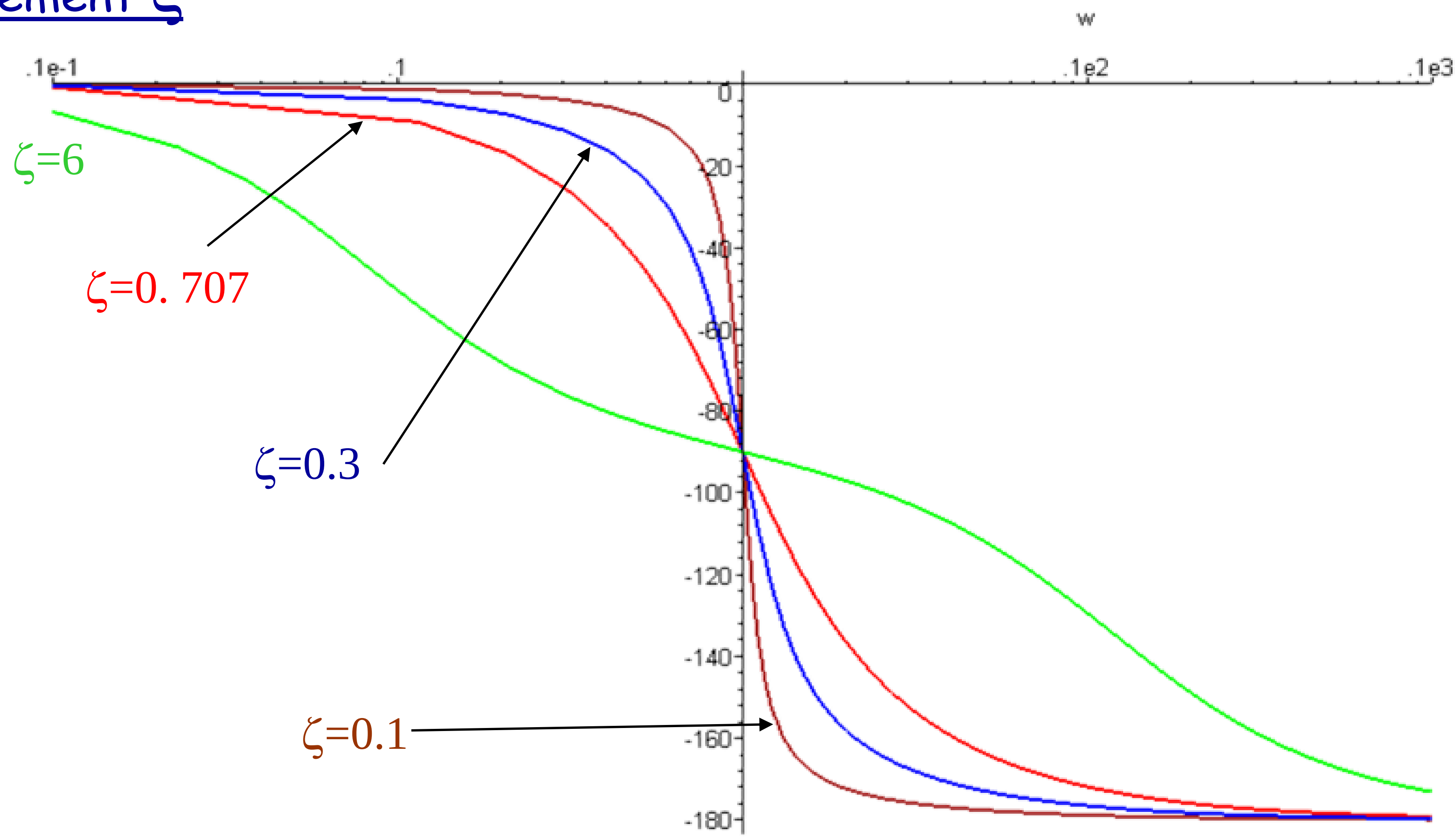
Seuls les systèmes du 2eme ordres sont traités très rapidement dans cette présentation.

(Les systèmes du 1er et du 2nd ordre sont traités dans le polycopié de cours)

Gain en fonction de la fréquence normalisée pour plusieurs coefficients d'amortissement ζ

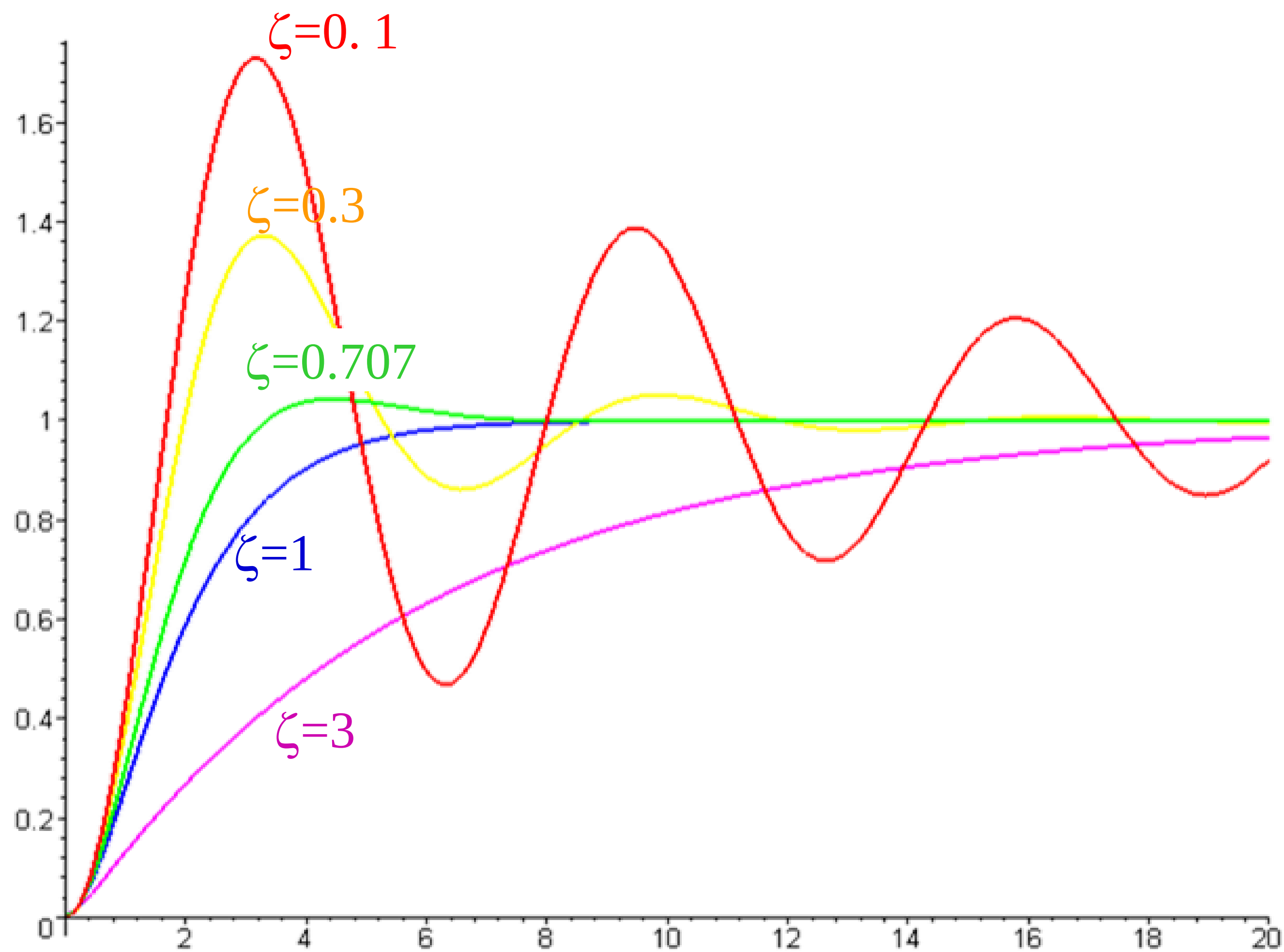


Phase en fonction de la fréquence normalisée pour plusieurs coefficients d'amortissement ζ



IV. Les systèmes du 1er et 2ème ordre

Réponse indicielle pour plusieurs coefficients d'amortissement ζ



V. Filtrage

V. Filtrage

les filtres passifs

- fréquences HF (qq 10 MHz → 1GHz) ou µOnde (1GHz → 100GHz)

  car tailles des bobines…

les filtres actifs (à Amplificateurs Opérationnels)

- fréquences BF (0 à qq MHz)

  car gain AOP…

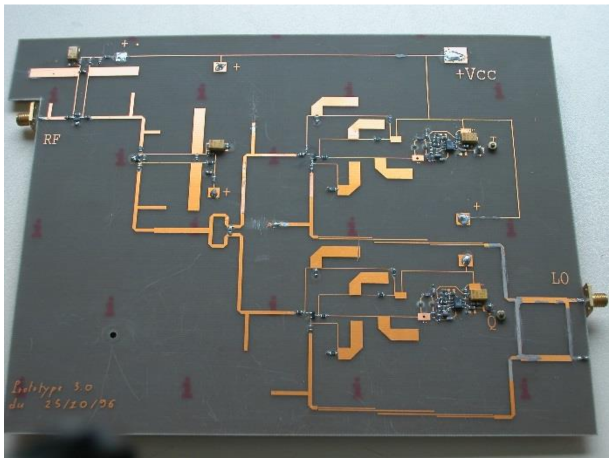
les filtres à résonateurs

- à quartz ou céramique (piézo-électrique) (→ qq 100MHz)
- cavité métallique ou diélectrique (1GHz → 100GHz)
- les filtres à ondes de surface (qq 100 MHz)

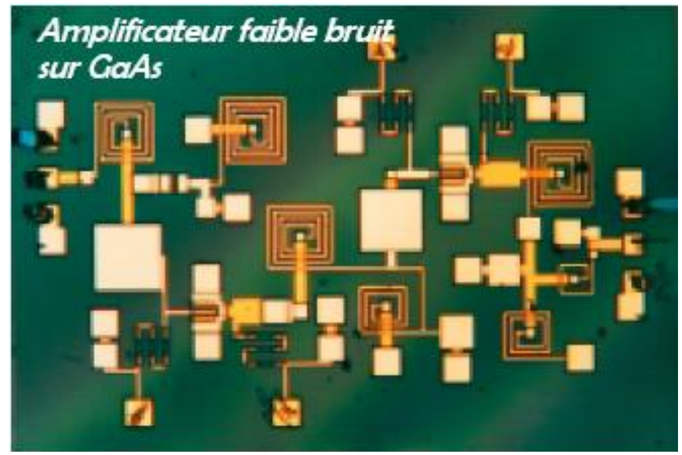
V. Filtrage

les filtres passifs en hyperfréquence (µOnde)

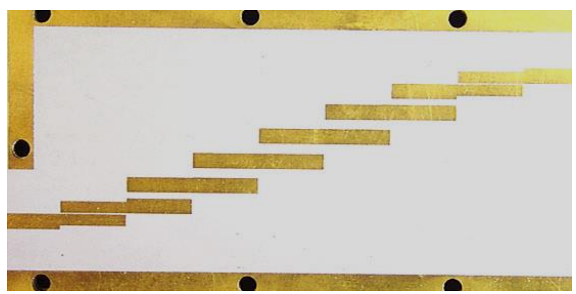
Optimisation de la puissance disponible ⟶ composants non dispersifs : C, L,…



Technologie hybride

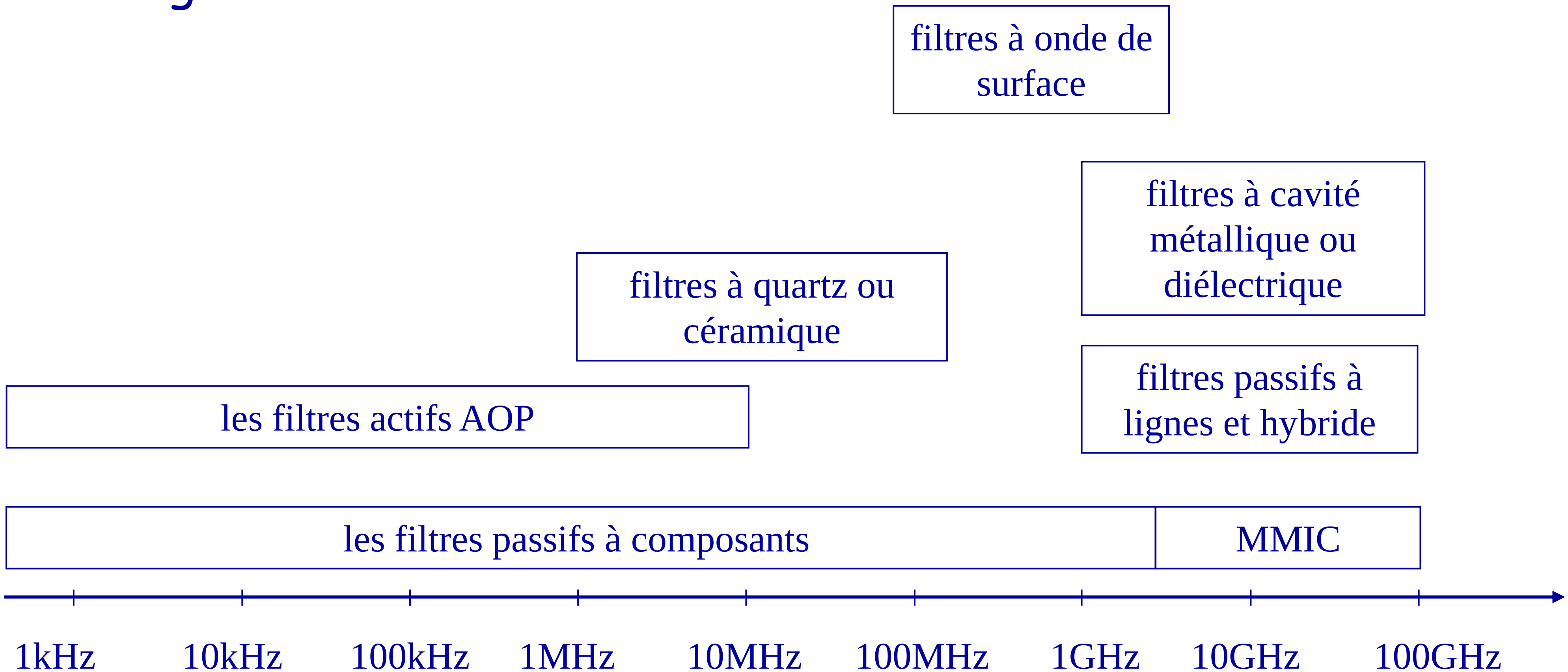


Technologie Intégrée (MMIC)



Technologie Lignes

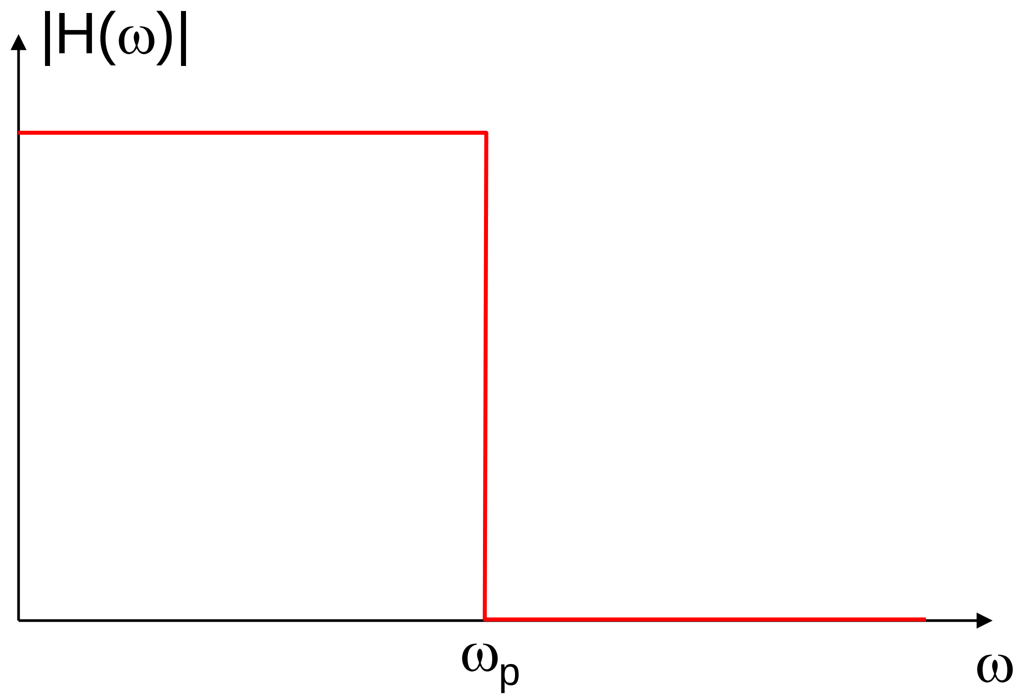
V. Filtrage


filtres à onde de surface
filtres à cavité métallique ou diélectrique
filtres à quartz ou céramique
filtres passifs à lignes et hybride
les filtres actifs AOP
les filtres passifs à composants
MMIC
1kHz
10kHz
100kHz
1MHz
10MHz
100MHz
1GHz
10GHz
100GHz

V.2 Gabarits – Normalisation – Transposition

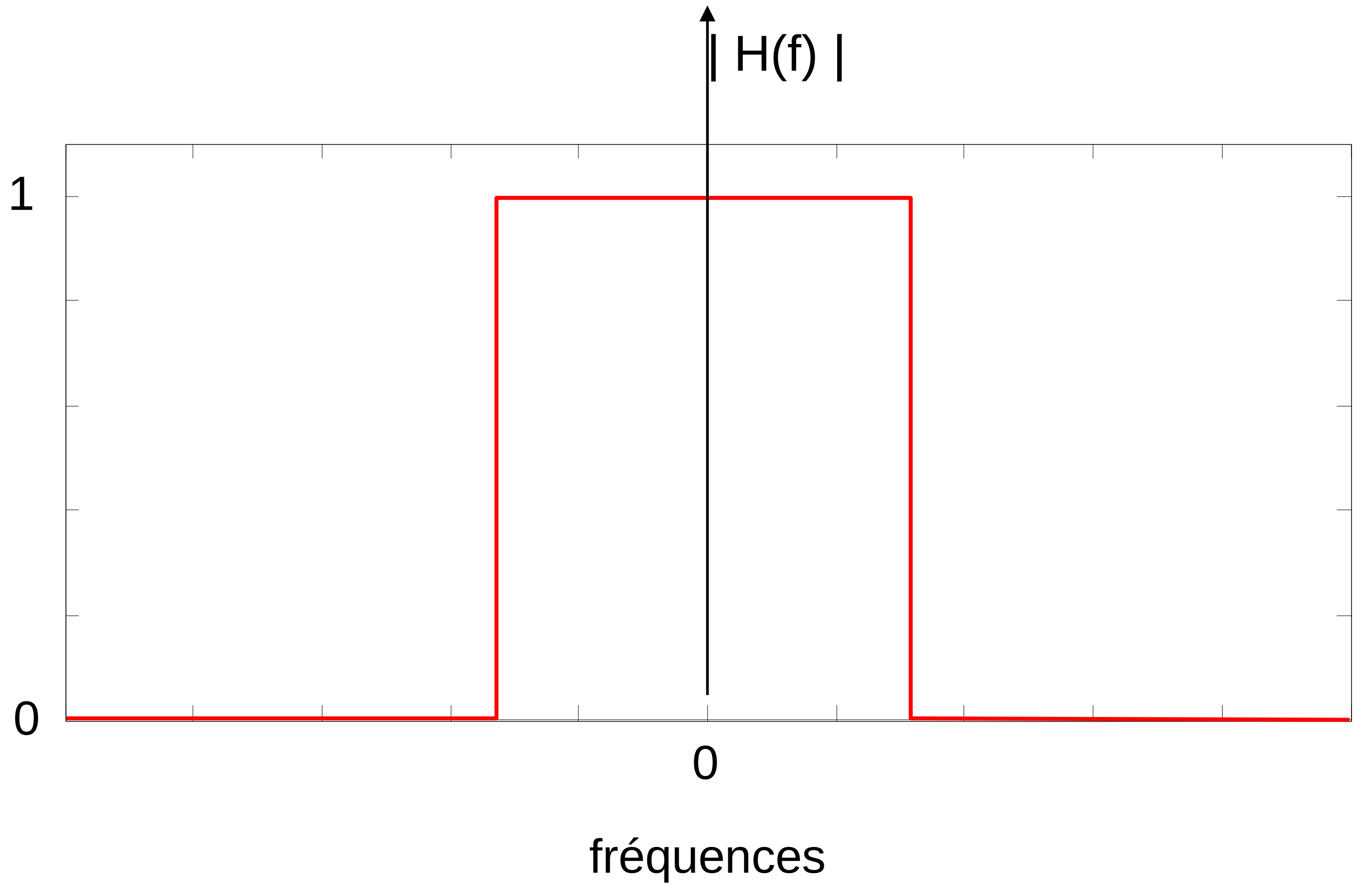
V.2 Gabarits - normalisation - transposition

Filtre Passe Bas parfait …   est il possible ?



V.2 Gabarits - normalisation - transposition

Filtre Passe Bas parfait …   est il possible ?



Filtre Passe Bas parfait … est il possible ?

$$\begin{tikzcd} \delta(t) \arrow[r] & \boxed{\text{SLI}} \arrow[r] & h(t) \arrow[d, "TF"] \\ & & H(f) \end{tikzcd}$$

$$\left(\begin{tikzcd} e(t) \arrow[r] & \boxed{\text{SLI}} \arrow[r] \arrow[d, phantom, "\Downarrow TF"] & s(t) = e(t) * h(t) \\ E(f) \arrow[r] & \boxed{\text{SLI}} \arrow[r] & S(f) = E(f) \,.\, H(f) \end{tikzcd} \qquad H(f) = \frac{S(f)}{E(f)}\right)$$

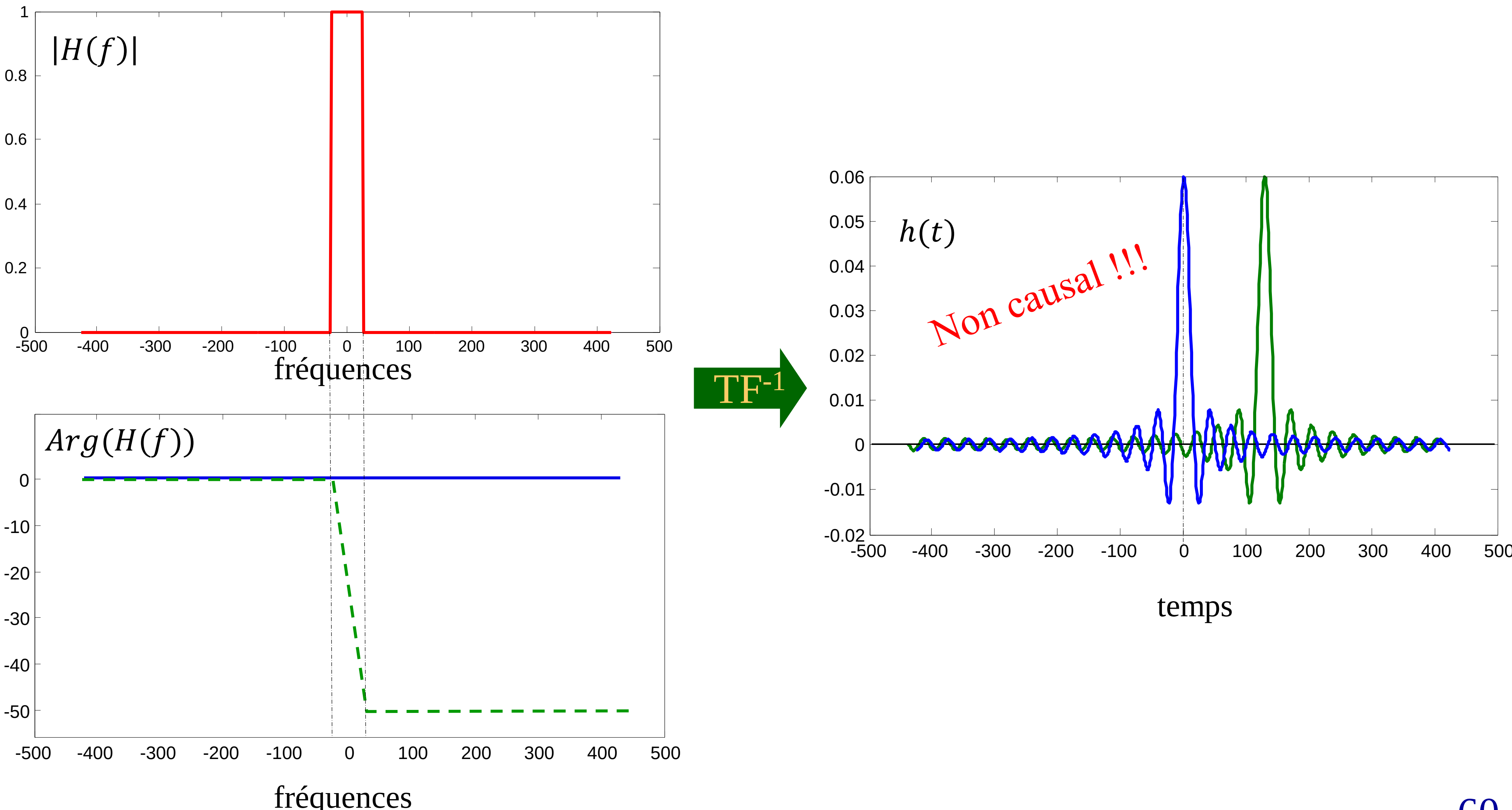
$$H(f) = TF^{-1}\big(h(t)\big)$$

Ici, on connait $|H(f)|$ donc il manque la phase de $H(f)$

donc on choisit artificiellement une phase de $H(f)$

V.2 Gabarits - normalisation - transposition

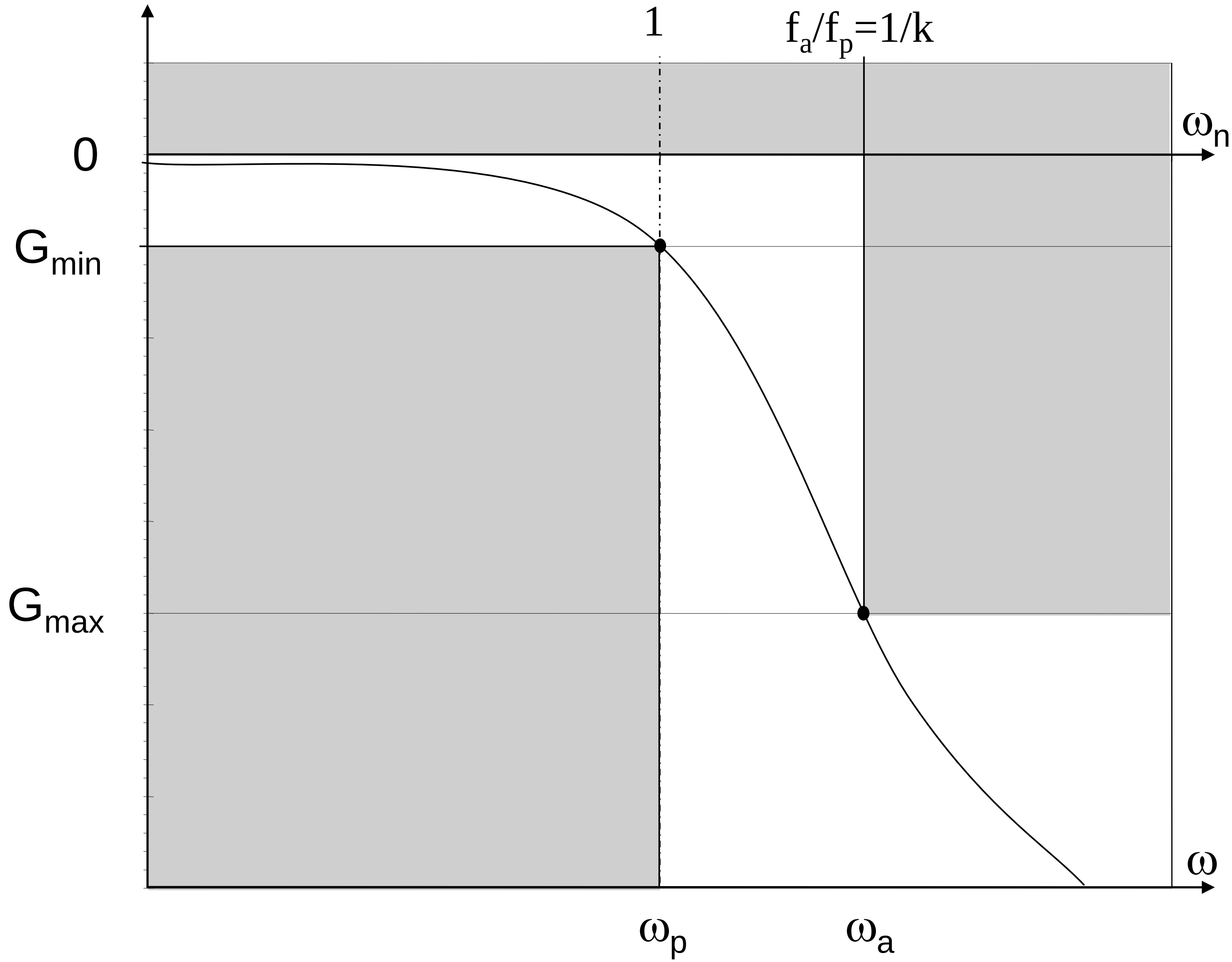
Filtre Passe Bas parfait …   est il possible ?



V.2 Traité au tableau et dans le poly de cours

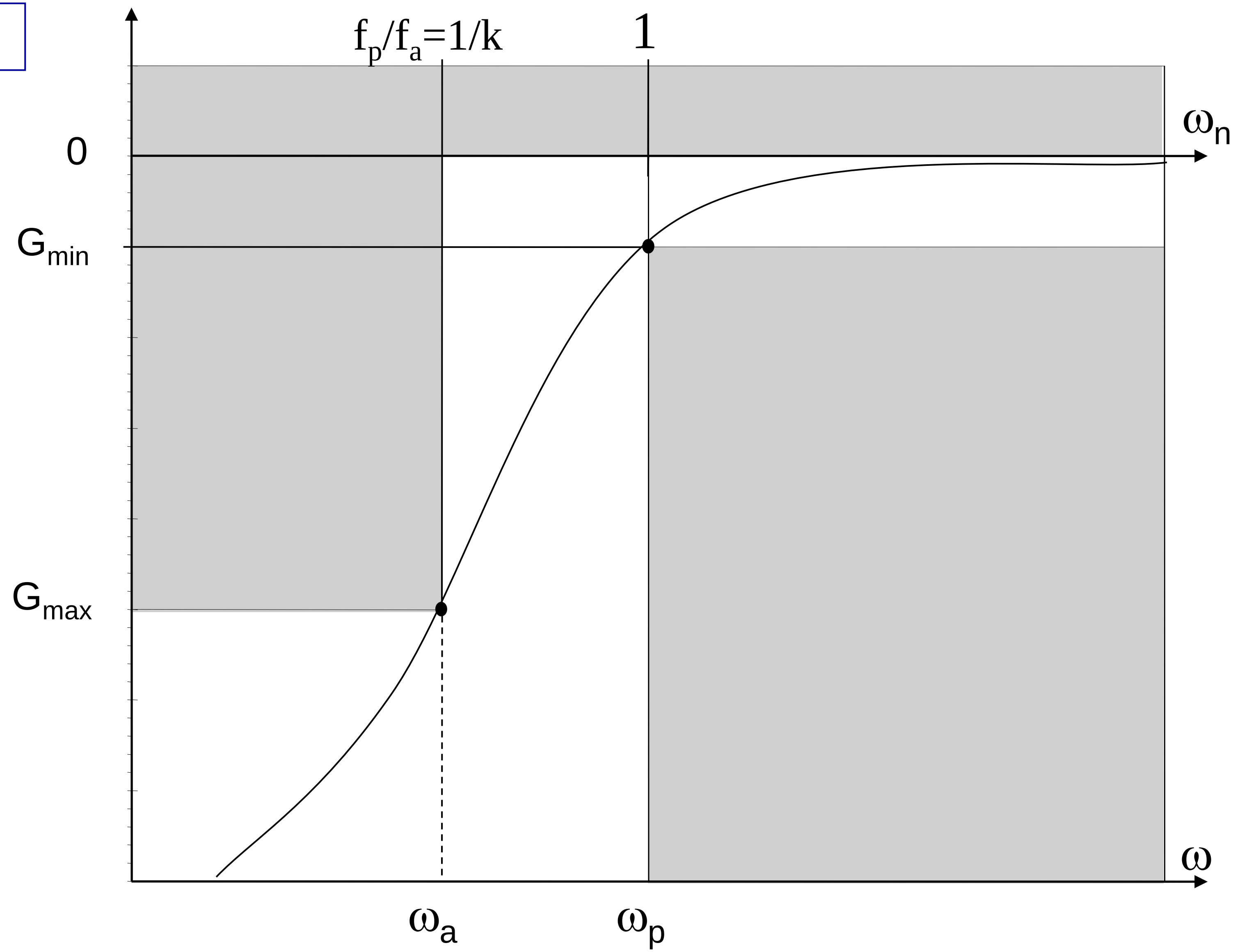
V.2 Gabarits - normalisation - transposition

Passe Bas



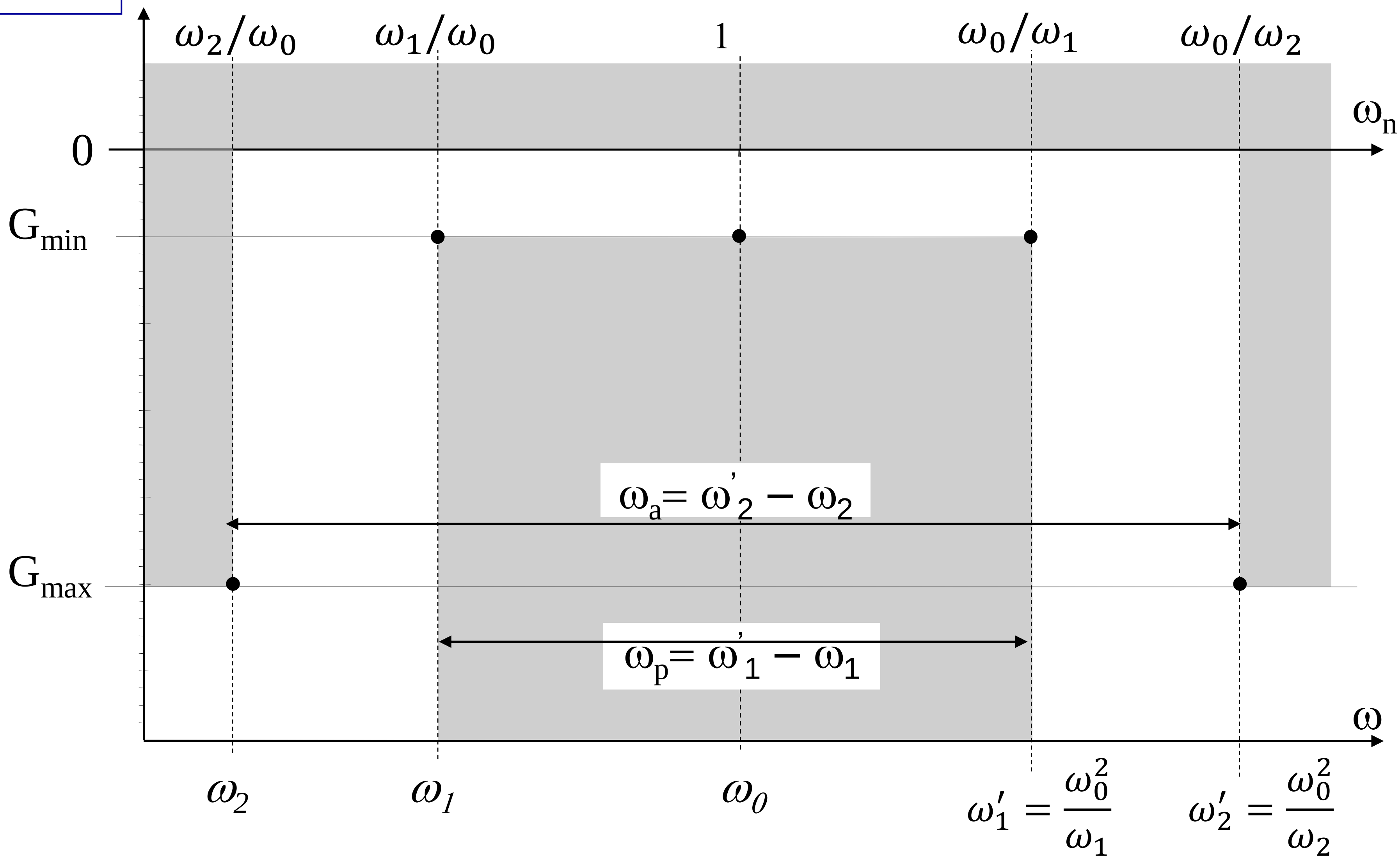
V.2 Gabarits - normalisation - transposition

Passe Haut



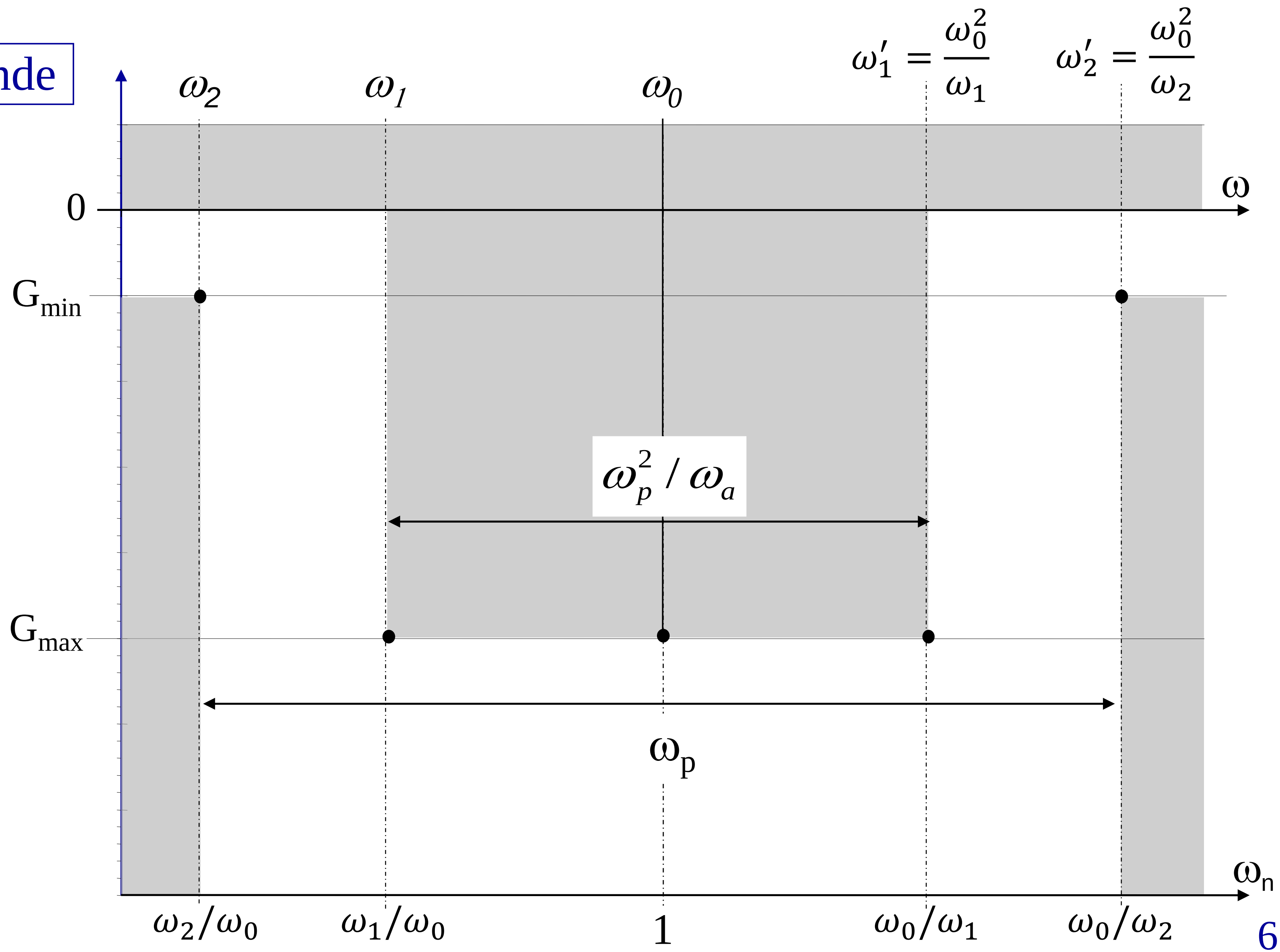
V.2 Gabarits - normalisation - transposition

Passe Bande



V.2 Gabarits - normalisation - transposition

Coupe Bande



V.3 Calcul de la fonction de transfert $H(p)$ à partir du gain $|H(\omega)|$

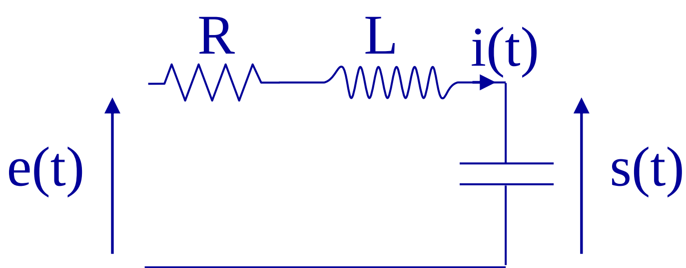
V.3.A Stabilité des systèmes linéaires

V.3.A Stabilité des systèmes linéaires

$$b_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + b_{n-1}\frac{d^{n-1}s(t)}{dt^{n-1}} +\ldots+ b_0 s(t) = a_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} + a_{m-1}\frac{d^{m-1}e(t)}{dt^{m-1}} +\ldots+ a_0 e(t)$$

de fonction de Transfert : $H(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)} = \dfrac{a_m p^m + a_{m-1}p^{m-1}+\ldots+a_0}{b_n p^n + b_{n-1}p^{n-1}+\ldots+b_0}$

Par exemple, dans le cas d'un circuit RLC série, on a un système du 2^{eme} ordre



$$e(t) = Ri + L\frac{di}{dt} + s(t)$$

$$i(t) = C\frac{ds}{dt}$$

$$LC\frac{d^2 s(t)}{dt^n} + RC\frac{ds(t)}{dt} + s(t) = e(t)$$

V.3.A Stabilité des systèmes linéaires

Solutions de l'équation différentielle : $LC\dfrac{d^2s(t)}{dt^2} + RC\dfrac{ds(t)}{dt} + s(t) = e(t)$

solution générale : solution de l'équation sans second membre

cad (e(t)=0 régime libre)

+ solution particulière : solution de l'équation avec second membre

cad (régime forcé = transitoire + régime permanent)

Stabilité

étude du régime libre, cad étude de la réponse du système avec e(t)=0

un système est dit **stable** si $\lim_{t\to\infty} s(t) = 0$ quand e(t>0) = 0

V.3.A Stabilité des systèmes linéaires

$$b_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} s(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + b_0 s(t) = 0$$

les fonction de la forme s(t) = e^{pt} sont solutions de cette équation différentielle

et on a : $\frac{de^{pt}}{dt} = pe^{pt}$; $\frac{d^2 e^{pt}}{dt^2} = p^2 e^{pt}$ ....; $\frac{d^n e^{pt}}{dt^n} = p^n e^{pt}$

d'où : $b_n p^n e^{pt} + b_{n-1} p^{n-1} e^{pt} + \ldots + b_0 e^{pt} = 0$

or : $e^{pt} \neq 0 \;\; \forall \;\; p, t$

donc : $b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \ldots + b_0 = 0$ appelée **<u>équation caractéristique</u>**

V.3.A Stabilité des systèmes linéaires

résoudre l'équation différentielle revient donc à trouver les solutions de

l'équation caractéristique : $b_n\, p^n + b_{n-1}\, p^{n-1} + \ldots + b_0 = 0$

C’est-à-dire les pôles de la fonction de transfert.

Ces pôles sont notées : p_1 , p_2 , …, p_n

sont soient simples réels ou complexes, ou bien doubles réels .

$\boxed{p_i = \alpha_i}$

$\boxed{p_i = \alpha_i \pm j\sigma_i}$

$\boxed{p_i = p_i' = \alpha_i}$

$\boxed{s(t) = e^{\alpha_i t}}$

$\boxed{s(t) = (ct + d)e^{\alpha_i t}}$

$\boxed{s(t) = ce^{\alpha_i t}\cos(\omega_i t) + de^{\alpha_i t}\sin(\omega_i t)}$

V.3.A Stabilité des systèmes linéaires

Les solutions possibles de l'équation différentielle sont donc :

- $s(t) = e^{\alpha_i t}$
- $s(t) = c e^{\alpha_i t} \cos(\omega_i t) + d e^{\alpha_i t} \sin(\omega_i t)$
- $s(t) = (ct + d) e^{\alpha_i t}$

dans tous les cas, réponse stable si : $\alpha_i < 0$

où α_i = Re(pôles de H(p))

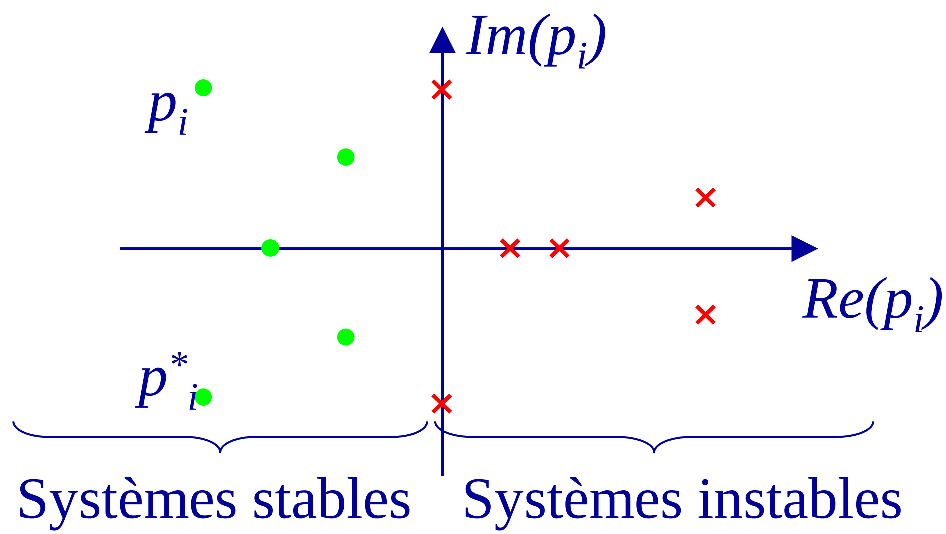
V.3.A Stabilité des systèmes linéaires

$$b_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} s(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + b_0 s(t) = a_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} + a_{m-1} \frac{d^{m-1} e(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + a_0 e(t)$$

fonction de transfert $\quad H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \ldots + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \ldots + b_0}$

s(t) stable si les pôles de la fonction de transfert sont à $Re < 0$

Dans le plan complexe



V.3.B Propriétés de $|H(\omega)|$

V.3.B Propriétés de $|H(\omega)|$

propriété de $|H(\omega)|$

$$H(\omega) = H(p)\Big|_{p=j\omega} = \frac{a_m(j\omega)^m + a_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \ldots + a_0}{b_n(j\omega)^n + b_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \ldots + b_0} = \frac{N(\omega)}{D(\omega)} \in \mathbb{C}$$

$$D(\omega) = b_0 + b_1 j\omega + b_2(j\omega)^2 + b_3(j\omega)^3 + b_4(j\omega)^4 + \ldots.$$

$$D(\omega) = b_0 - b_2\omega^2 + b_4\omega^4 - \ldots + j\omega[b_1 - b_3\omega^2 + b_5\omega^4 - \ldots]$$

$$D(\omega) = \underbrace{D_1(\omega^2)}_{\substack{\text{fct Réelle} \\ \text{paire en } \omega}} + \underbrace{j\omega \underbrace{D_2(\omega^2)}_{\substack{\text{fct réelle} \\ \text{paire en } \omega}}}_{\text{impaire en } \omega}$$

V.3.B Propriétés de $|H(\omega)|$

de même

$$N(\omega) = \underbrace{N_1(\omega^2)}_{\substack{\text{fct Réelle}\\ \text{paire en } \omega}} + \underbrace{j\omega \underbrace{N_2(\omega^2)}_{\substack{\text{fct réelle}\\ \text{paire en } \omega}}}_{\text{impaire en } \omega}$$

d'où

$$H(\omega) = \frac{N_1(\omega^2) + j\omega N_2(\omega^2)}{D_1(\omega^2) + j\omega D_2(\omega^2)}$$

V.3.B Propriétés de $|H(\omega)|$

donc $$|H(\omega)|^2 = \frac{{N_1}^2(\omega^2) + \omega^2 {N_2}^2(\omega^2)}{{D_1}^2(\omega^2) + \omega^2 {D_2}^2(\omega^2)}$$

cad $\boxed{|H(\omega)|^2 \text{ est une fonction de } \omega^2 \text{ uniquement}}$

V.3.C Calcul de $H(p)$ à partir de $|H(\omega)|$

V.3.C Calcul de $H(p)$ à partir de $|H(\omega)|$

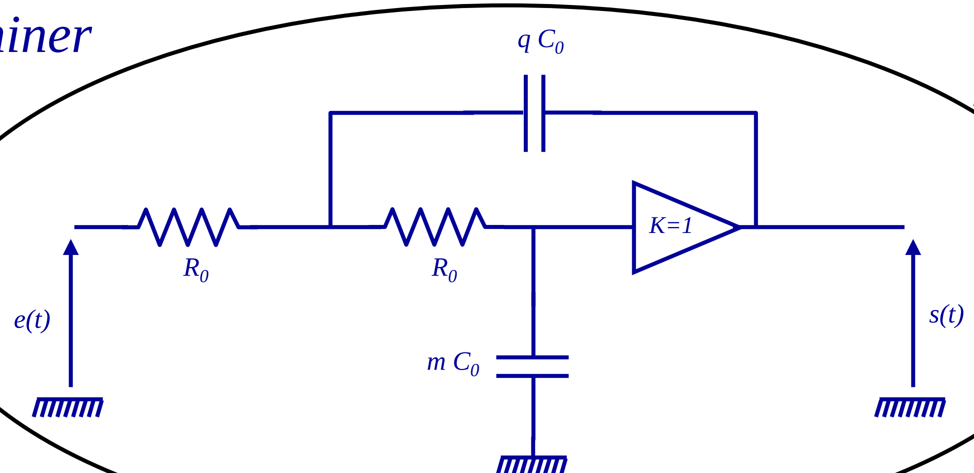
On connait ou on choisit

$|H(\omega)|^2$

On cherche

$H(p)$

Pour déterminer



V.3.C Calcul de $H(p)$ à partir de $|H(\omega)|$

$$b_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} s(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + b_0 s(t) = a_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} + a_{m-1} \frac{d^{m-1} e(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + a_0 e(t)$$

où a_i et b_i sont réels positifs constants dans le temps

La réponse fréquentielle *H(jω) s'écrit :*

$$H(\omega) = H(p)\Big|_{p=j\omega} = \frac{a_m (j\omega)^m + a_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \ldots + a_0}{b_n (j\omega)^n + b_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \ldots + b_0} = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} \in \mathbb{C}$$

V.3.C Calcul de $H(p)$ à partir de $|H(\omega)|$

pôles et zéros de H(p) H(-p)

$$H(p) = K\,\frac{(p-z_1)(p-z_2)\ldots.(p-z_m)}{(p-p_1)(p-p_2)\ldots.(p-p_n)}$$

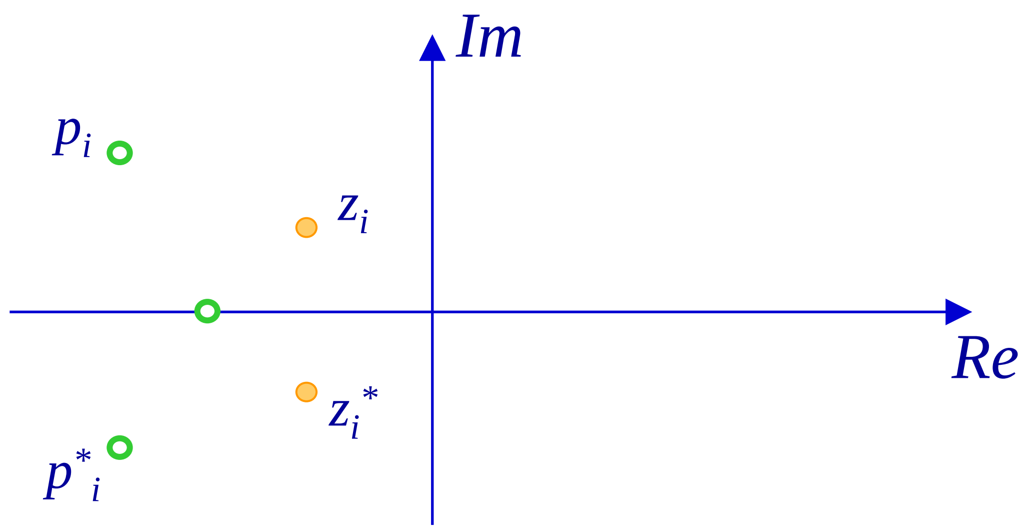
où p_1 , p_2, ...p_n sont les pôles de H(p) *et z_1 , z_2, ...z_m sont les zéros de H(p)*

On a vu que :

- *les pôles et les zéros de H(p) sont soient <u>réels</u> soient <u>complexes conjugués</u>*

- *Re(pôles) et Re(zéros) sont négatives (pour stabilité et déphasage minimum)*

d'où la répartition suivante :



V.3.C Calcul de $H(p)$ à partir de $|H(\omega)|$

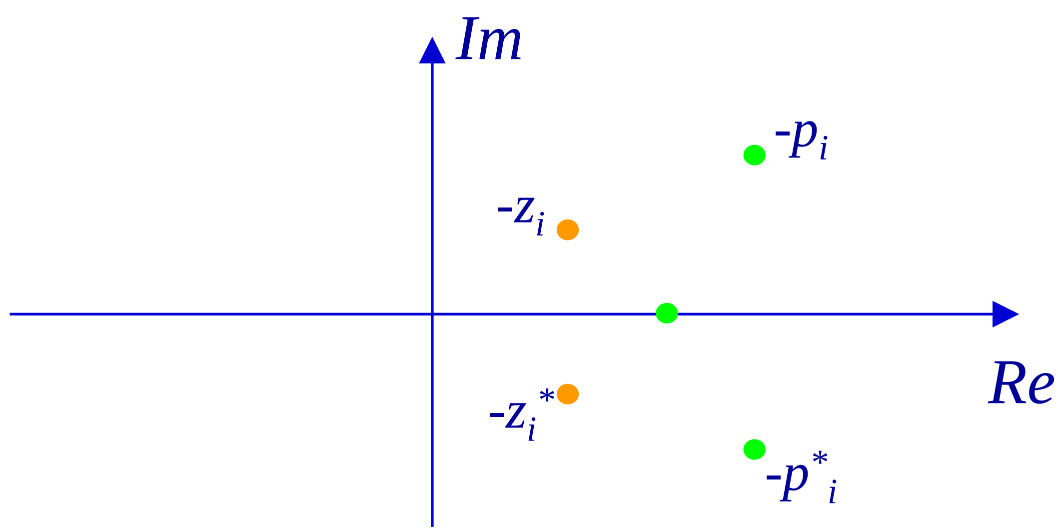
de plus

$$H(-p) = K\frac{(-p - z_1)(-p - z_2)\ldots.(-p - z_m)}{(-p - p_1)(-p - p_2)\ldots.(-p - p_n)}$$

cad

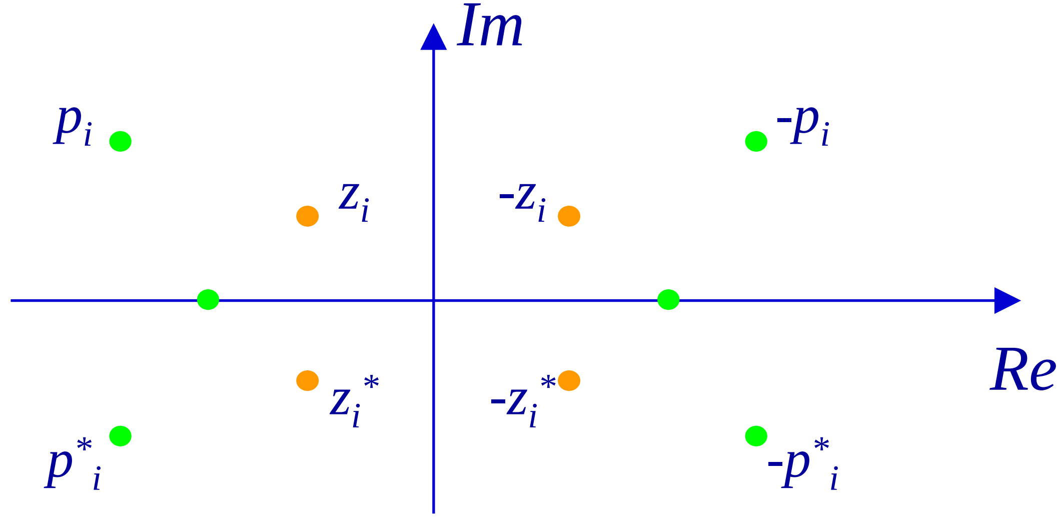
$$H(-p) = K(-1)^{m-n}\frac{(p + z_1)(p + z_2)\ldots.(p + z_m)}{(p + p_1)(p + p_2)\ldots.(p + p_n)}$$

donc les pôles et les zéros de H(-p) sont répartis comme ci dessous



V.3.C Calcul de $H(p)$ à partir de $|H(\omega)|$

donc les pôles et les zéros de H(p) H(-p) sont répartis comme ci dessous



V.3.C Calcul de $H(p)$ à partir de $|H(\omega)|$

On sait que : $$H(\omega) = H(p)\big|_{p=j\omega}$$

de plus : $$H^*(\omega) = H(p)\big|_{p=-j\omega} = H(-p)\big|_{p=j\omega}$$

donc $$H(\omega)\,H^*(\omega) = \left|H(\omega)\right|^2 = \left[H(p)\,H(-p)\right]\big|_{p=j\omega}$$

mais comme $|H(\omega|^2$ *n'est fonction que de* ω^2 *et que* $\omega^2 = -p^2$

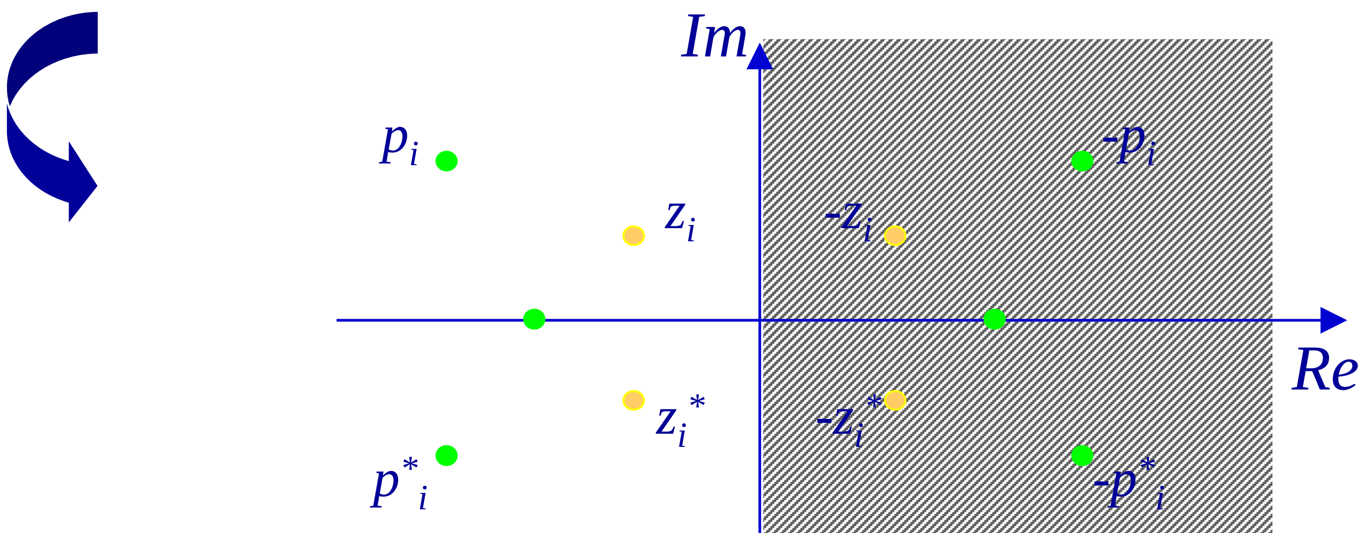
alors $$\boxed{H(p)\,H(-p) = |H(\omega^2)|_{\omega^2=-p^2}}$$

V.3.C Calcul de H(p) à partir de |H(w)|

donc $\boxed{H(p)\,H(-p) = |H(\omega^2)|_{\omega^2=-p^2}}$

inconnu (H(p)) — *connu* ($|H(\omega^2)|$)

H(p) H(-p) possède les pôles et les zéros suivants



On cherche H(p) stable et à déphasage minimum

On ne garde que ces pôles et zéros que l'on associe à H(p)	*On élimine ces pôles et zéros que l'on associe à H(-p)*

V.3.C Calcul de H(p) à partir de |H(w)|

par ex : $$\left|H(\omega)\right|^2 = \frac{1}{1+2\omega^4}$$

d'où $$H(p)H(-p) = \left|H(\omega)\right|^2\Big|_{\omega^2=-p^2} = \frac{1}{1+2\left(-p^2\right)^2}$$

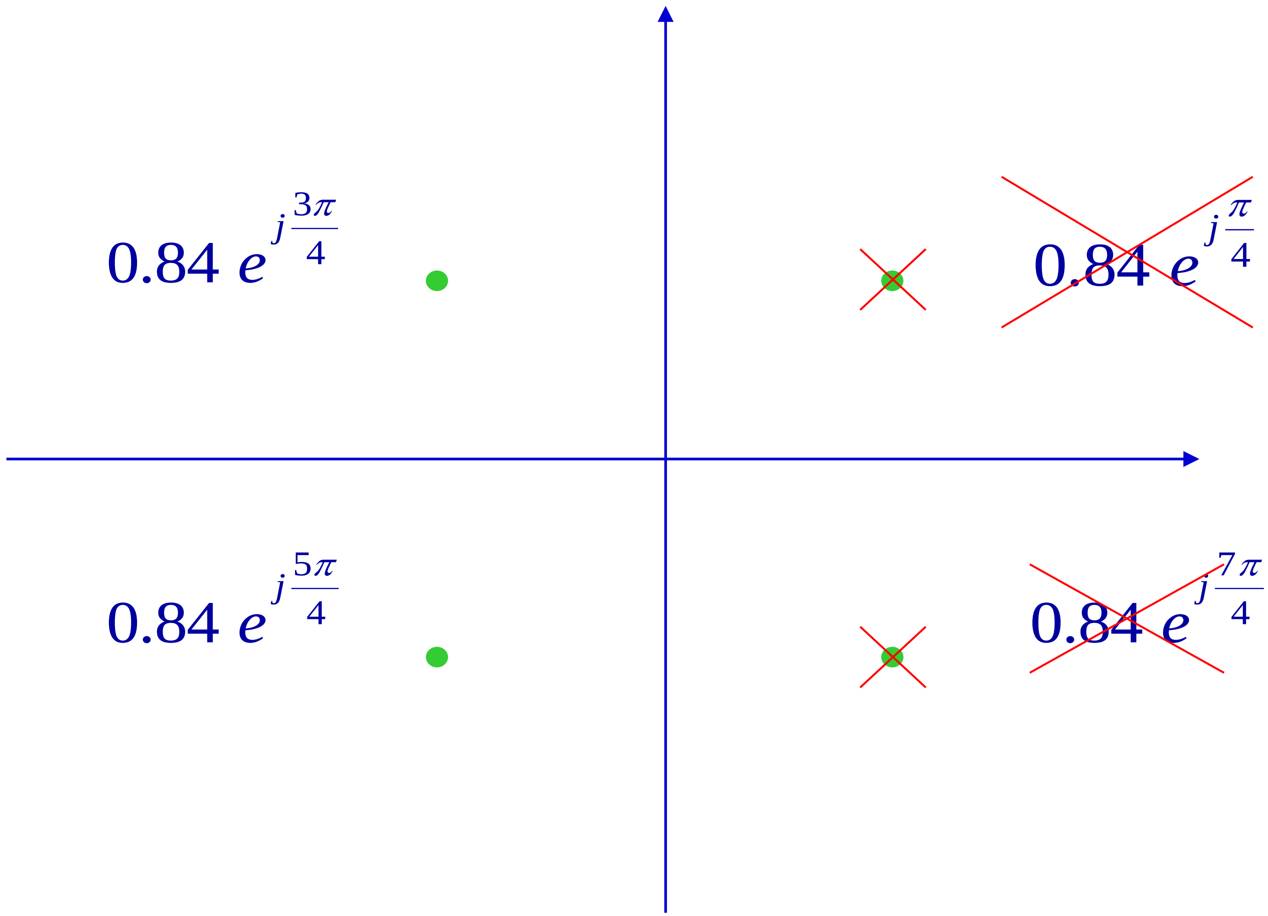
cad $$H(p)H(-p) = \frac{1}{1+2p^4}$$

recherche des pôles et des zéros :

- *pas de zéro*
- *pôles :* $1+2p^4 = 0$ *cad* $p^4 = -0.5 = -0.5e^{j2k\pi} = 0.5e^{j(2k+1)\pi}$

cad $$p = 0.84\, e^{j(2k+1)\frac{\pi}{4}}$$

V.3.C Calcul de H(p) à partir de |H(w)|



cad $$H(p) = \frac{K}{(p - 0.84e^{j\frac{3\pi}{4}})(p - 0.84e^{j\frac{5\pi}{4}})}$$

V.3.C Calcul de H(p) à partir de |H(w)|

$$H(p) = \frac{K}{(p - 0.84e^{j\frac{3\pi}{4}})(p - 0.84e^{j\frac{5\pi}{4}})}$$

cad $$H(p) = \frac{K}{p^2 + 0.84\sqrt{2}\,p + \sqrt{0.5}}$$

Et on peut choisir $K = \sqrt{0.5}$ *Pour obtenir une fct normalisée (gain max = 1)*

donc

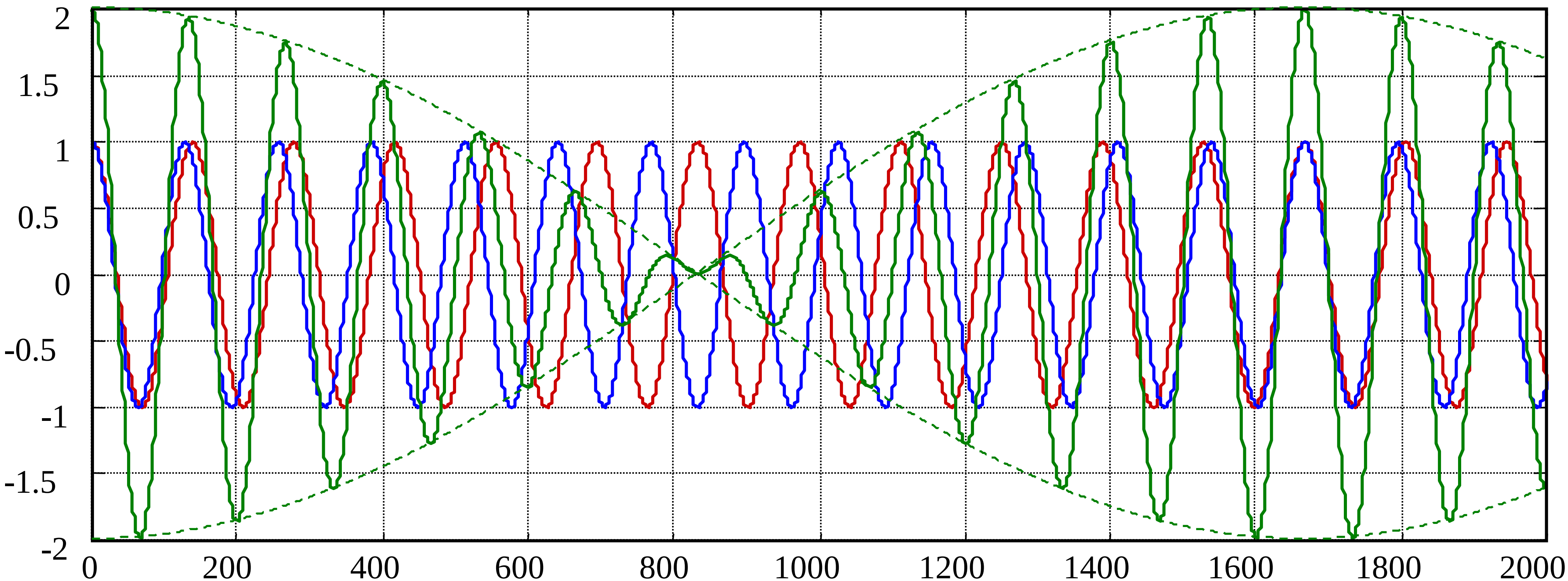
$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + 2\omega^4}$$

$$H(p) = \frac{K}{p^2 + 0.84\sqrt{2}\,p + \sqrt{0.5}}$$

V.4 Filtres Prototypes

V.4.A Distorsion des signaux

V.4.A Distorsion des signaux -Temps de propagation de groupe

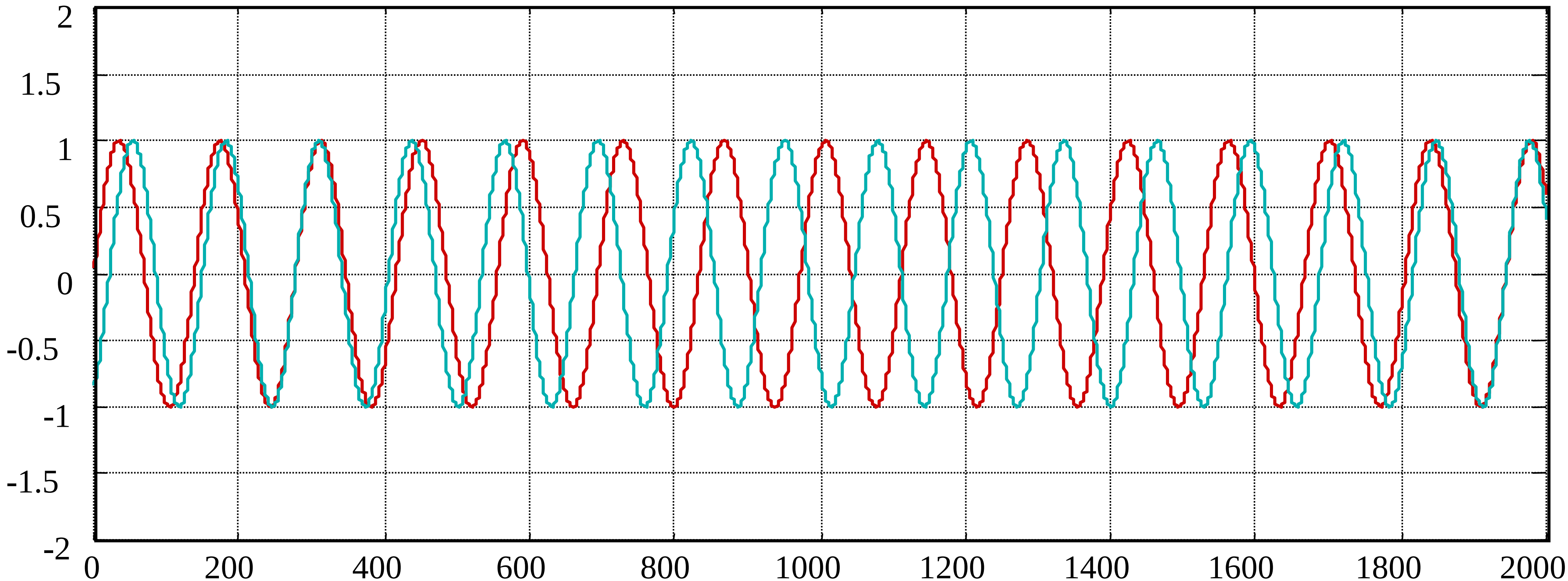


$$e(t) = \cos(\omega_0 - d\omega)t \ + \cos(\omega_0 + d\omega)t$$

$$e(t) = 2\cos\left[\frac{(\omega_0 - d\omega) + (\omega_0 + d\omega)}{2}\ t\right]\cos\left[\frac{(\omega_0 - d\omega) - (\omega_0 + d\omega)}{2}\ t\right]$$

$$\boxed{e(t) = 2\ \cos[\ \omega_0\, t\ ]\ \cos[\ d\omega\ t\ ]}$$

V.4.A Distorsion des signaux -Temps de propagation de groupe



$$s(t) = \cos\left[(\omega_0 - d\omega)t + \varphi_{(\omega_0 - d\omega)}\right] + \cos\left[(\omega_0 + d\omega)t + \varphi_{(\omega_0 + d\omega)}\right]$$

V.4.A Distorsion des signaux -Temps de propagation de groupe

$$s(t) = \cos\left((\omega_0 - d\omega)t + \varphi_{(\omega_0-d\omega)}\right) + \cos\left((\omega_0 + d\omega)t + \varphi_{(\omega_0+d\omega)}\right)$$

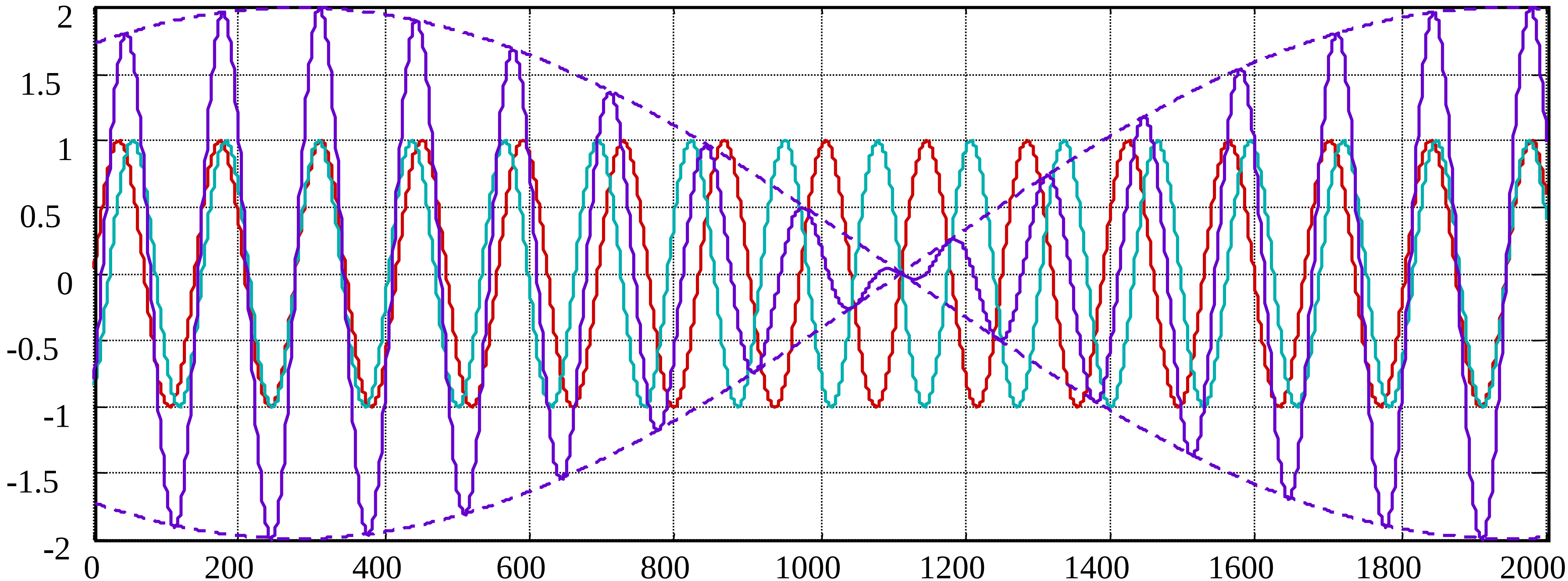
$$s(t) = 2\cos\left(\omega_0 t + \frac{\varphi_{(\omega_0-d\omega)} + \varphi_{(\omega_0+d\omega)}}{2}\right)\cos\left(d\omega\, t + \frac{\varphi_{(\omega_0+d\omega)} - \varphi_{(\omega_0-d\omega)}}{2}\right)$$

$$\varphi_{(\omega_0+d\omega)} = \varphi_{(\omega_0)} + \left.\frac{d\varphi}{d\omega}\right|_{\omega_0} d\omega$$

$$\varphi_{(\omega_0-d\omega)} = \varphi_{(\omega_0)} - \left.\frac{d\varphi}{d\omega}\right|_{\omega_0} d\omega$$

$$\Rightarrow \quad s(t) = 2\cos\left(\omega_0 t + \varphi_{(\omega_0)}\right)\cos\left(d\omega\, t + \left.\frac{d\varphi}{d\omega}\right|_{\omega_0} d\omega\right)$$

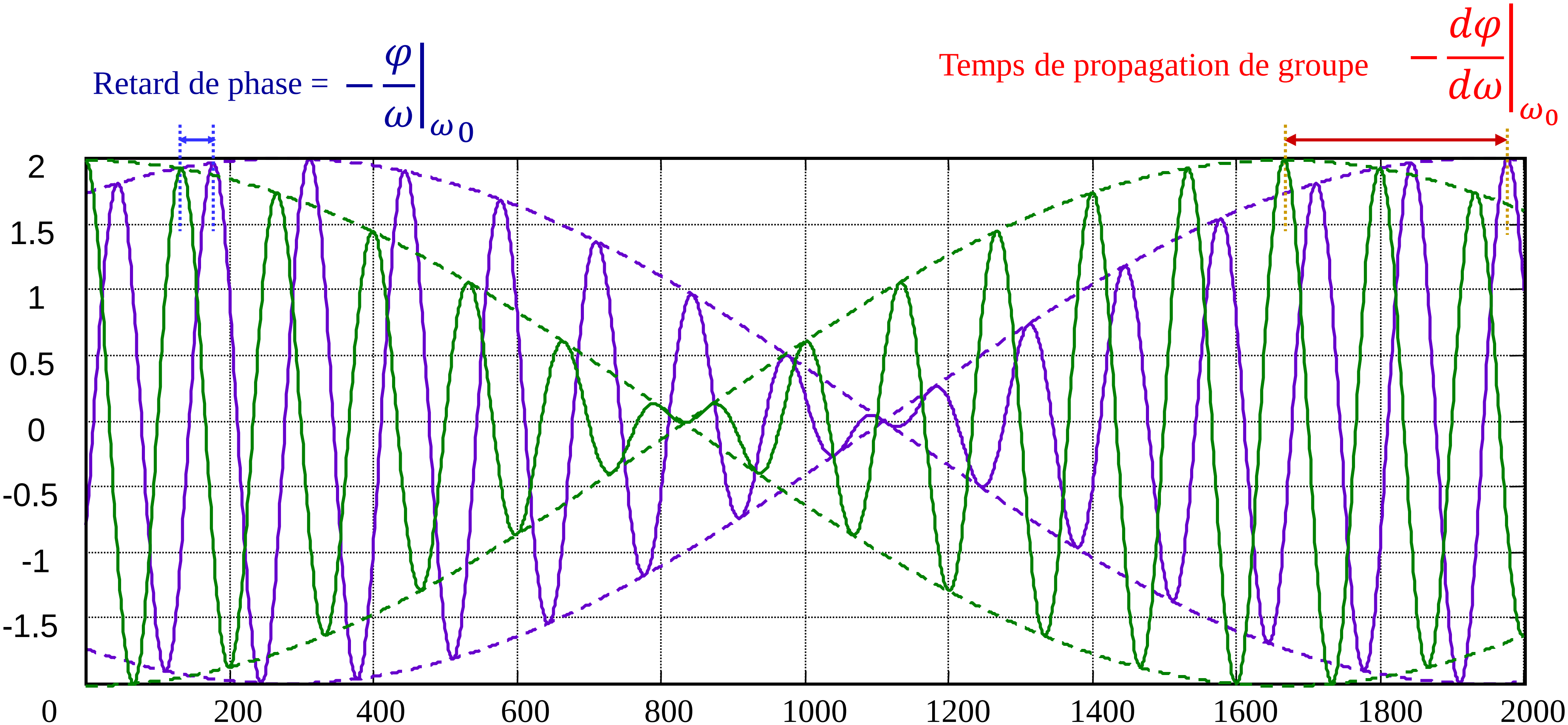
V.4.A Distorsion des signaux -Temps de propagation de groupe



$$s(t) = 2\cos[\omega_0 t + \varphi_{(\omega_0)}] \qquad \cos\left[d\omega\, t + \left.\frac{d\varphi}{d\omega}\right|_{\omega_0} d\omega\right]$$

$$s(t) = 2\cos\left[\omega_0\left(t + \frac{\varphi(\omega_0)}{\omega_0}\right)\right] \quad \cos\left[d\omega\left(t + \left.\frac{d\varphi}{d\omega}\right|_{\omega_0}\right)\right]$$

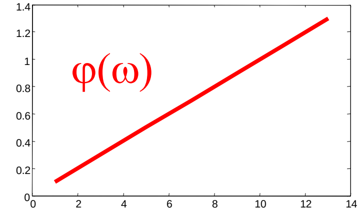
V.4.A Distorsion des signaux -Temps de propagation de groupe

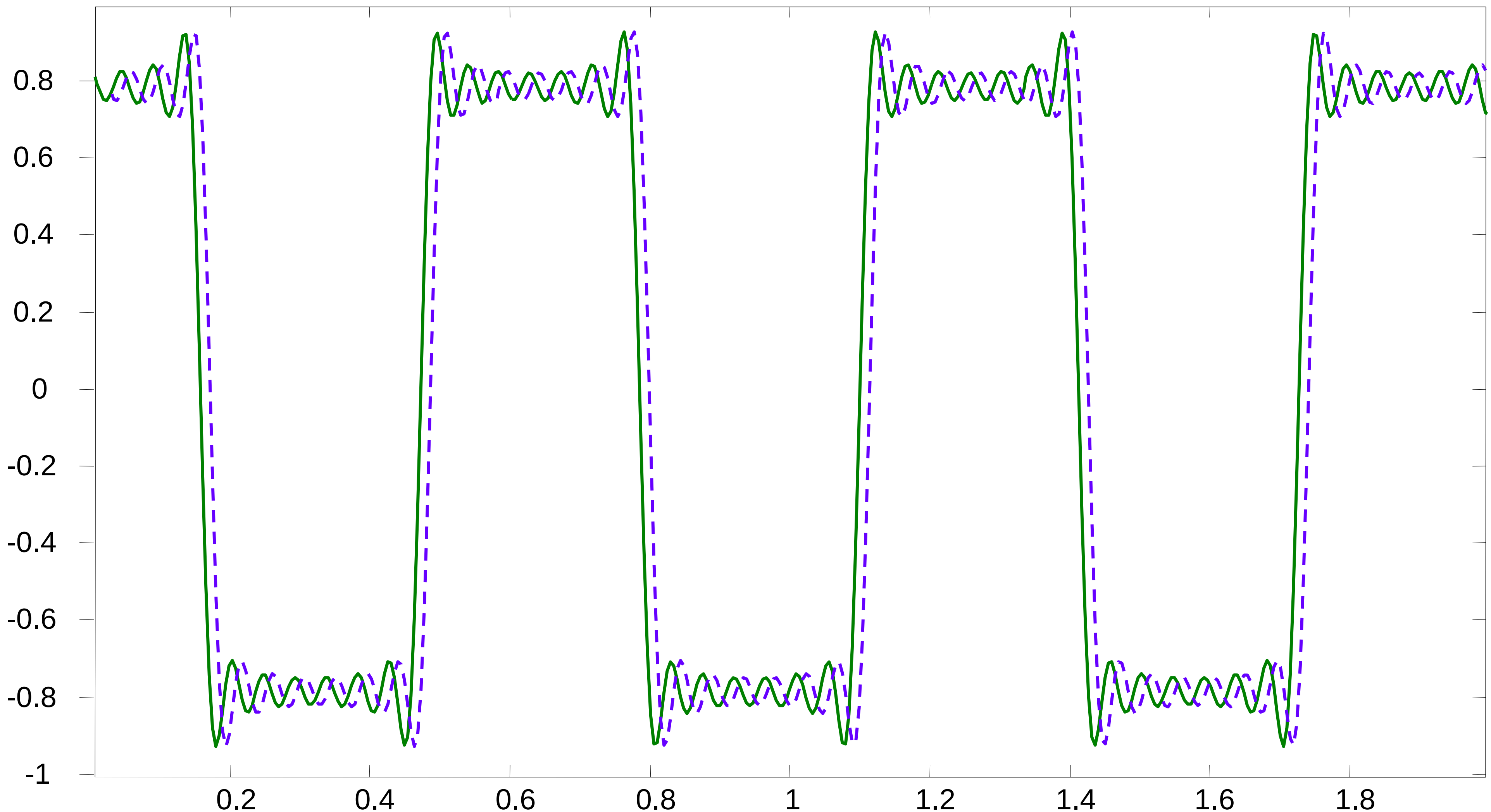


$$e(t) = 2\cos(\omega_0 t)\cos(d\omega\, t)$$

$$s(t) = 2\cos\left(\omega_0\left(t + \left.\frac{\varphi}{\omega}\right|_{\omega_0}\right)\right)\cos\left(d\omega\left(t + \left.\frac{d\varphi}{d\omega}\right|_{\omega_0}\right)\right)$$

V.4.A Distorsion des signaux -Temps de propagation de groupe

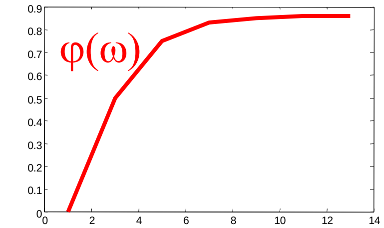




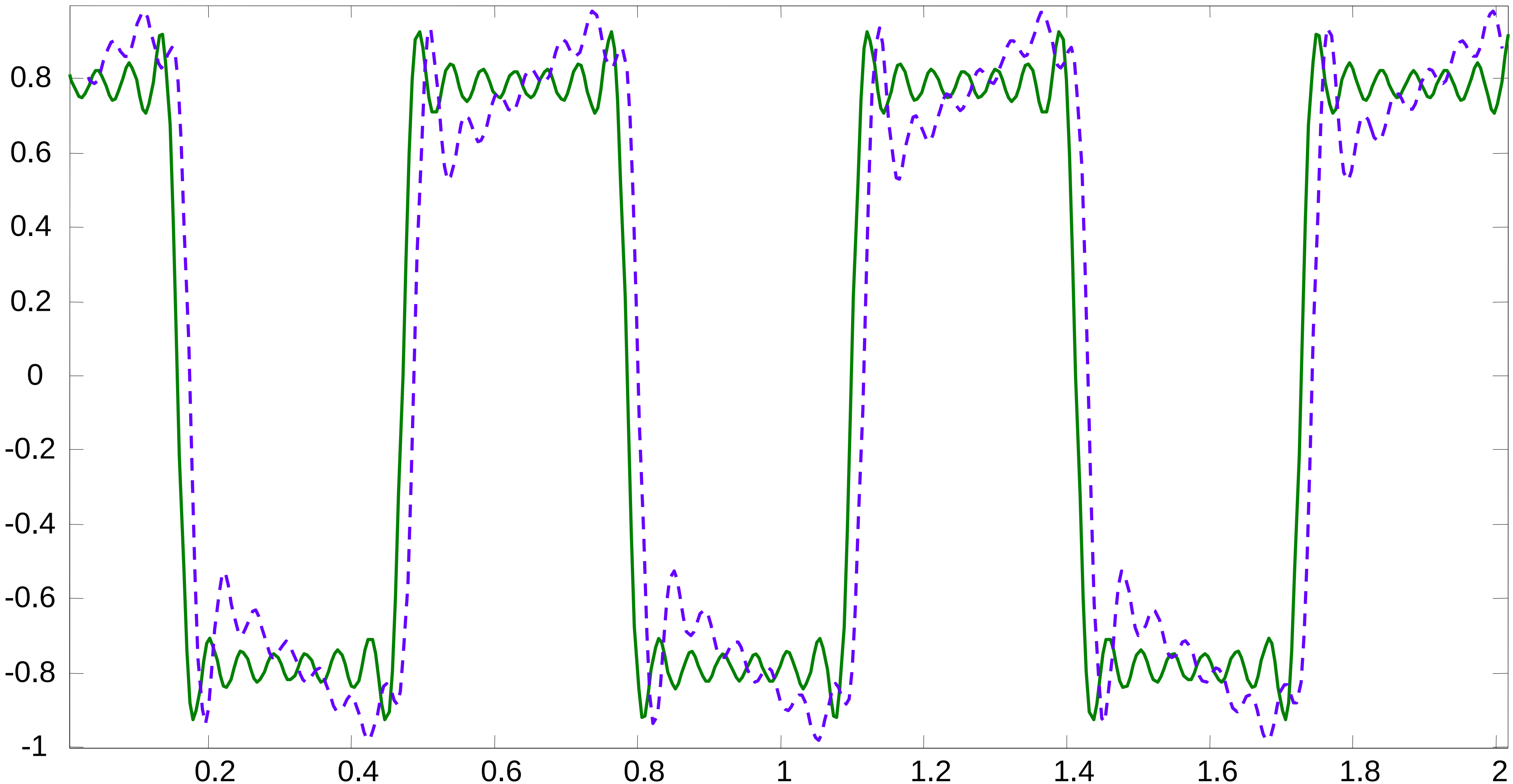
V.4.A Distorsion des signaux -Temps de propagation de groupe

Carré initial

Carré filtré avec déphasage **NON** linéaire en fct fréq



→ Déformation



V.4.A Distorsion des signaux -Temps de propagation de groupe

si *phase est une fonction* *linéaire* *de la fréquence*

cad si $\dfrac{d\varphi}{d\omega} =$ *constante en fonction de la fréquence*

$\Downarrow$

Pas de *déformation* *des signaux qui traversent les filtres*

V.4.B Filtres de Butterworth

V.4.B Filtres de Butterworth

calcul de $|H(\omega)|^2$

$$\left|H(\omega)\right|^2 = \frac{1}{a_n\omega^{2n} + a_{n-1}\omega^{2(n-1)} + \ldots + a_1\omega^2 + 1} = \frac{1}{A^2(\omega^2)}$$

Réponse la plus plate possible

$$\left.\frac{\partial\left(A^2\right)}{\partial(\omega^2)}\right|_{\omega=0} = 0 \quad ; \quad \left.\frac{\partial^2\left(A^2\right)}{\partial(\omega^2)^2}\right|_{\omega=0} = 0 \quad ; \ldots\ldots \quad ; \quad \left.\frac{\partial^{n-1}\left(A^2\right)}{\partial(\omega^2)^{n-1}}\right|_{\omega=0} = 0$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$a_1 = 0 \quad ; \quad a_2 = 0 \quad ; \quad \ldots\ldots \quad ; \quad a_{n-1} = 0$$

V.4.B Filtres de Butterworth

$$\left|H(\omega)\right|^2 = \frac{1}{a_n\,\omega^{2n} + 1}$$

<u>On choisit -3dB comme de gain de référence</u>

cad que ce filtre doit posséder un gain de -3dB à la fréquence de référence $\omega_p = 1$

cad $\quad G(\omega = \omega_p) = -3dB \quad$ Ou encore $\quad \left|H(\omega_p)\right|^2 = \frac{1}{a_n \omega_p{}^{2n} + 1} = \frac{1}{2}$

$a_n = 1/\omega_p{}^{2n} \quad$ d'où $\quad \left|H(\omega)\right|^2 = \dfrac{1}{\dfrac{\omega^{2n}}{\omega_p^{2n}} + 1}$

en fréquence normalisée, on a $\omega_n = \frac{\omega}{\omega_p}$ donc on remplace ω *par* $(\omega_n\ \omega_p)$

$$\boxed{\left|H(\omega_n)\right|^2 = \frac{1}{\omega_n{}^{2n} + 1}}$$

V.4.B Filtres de Butterworth

Calcul de la fonction de transfert $H(p_n)$

$$H(p_n)\,H(-p_n) = \left|H(\omega_n)\right|^2\Big|_{\omega_n{}^2=-p_n{}^2}$$

$$H(p_n)\,H(-p_n) = \frac{1}{\omega_n{}^{2n}+1}\Bigg|_{\omega_n{}^2=-p_n{}^2}$$

$$H(p_n)\,H(-p_n) = \frac{1}{(-p_n{}^2)^n+1} = \frac{1}{(-1)^n\,p_n{}^{2n}+1}$$

On cherche les pôles de $H(p_n)\,H(-p_n)$

$$(-1)^n\,p_n{}^{2n}+1=0$$

V.4.B Filtres de Butterworth

Prenons par exemple une fonction d'ordre 2

$$H(p_n)\,H(-p_n) = \frac{1}{(-1)^2\, {p_n}^4 + 1}$$

pôles $\qquad {p_n}^4 + 1 = 0$

cad $\qquad {p_n}^4 = -1$

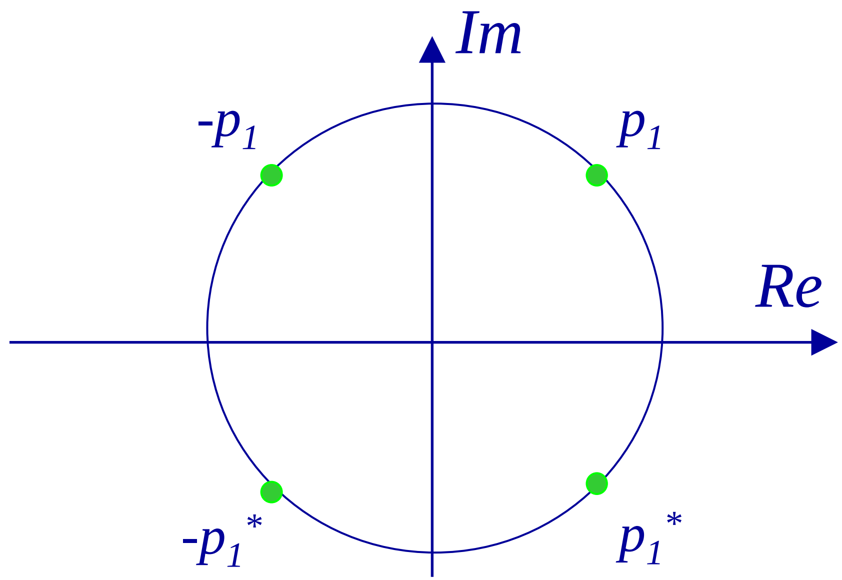
donc $\qquad {p_n}^4 = e^{j(\pi + 2k\pi)} = e^{j(2k+1)\pi}$

donc $\qquad p_n = e^{j(2k+1)\pi/4}$

donc $\quad p_n = e^{j\pi/4}\ ;\ e^{j3\pi/4}\ ;\ e^{j5\pi/4}\ ;\ e^{j7\pi/4}$

qui se répartissent comme suit :

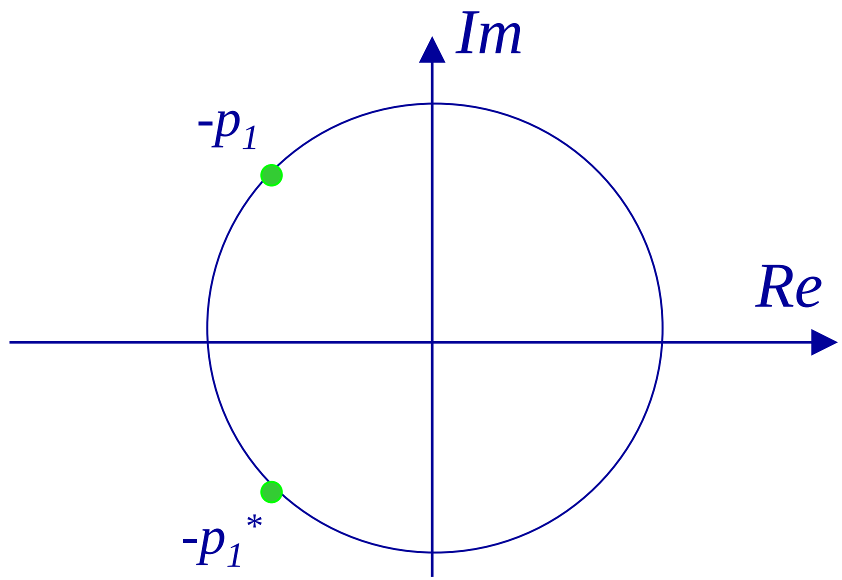
$$p_1 = e^{j\pi/4} \;;\quad -p_1 = e^{j3\pi/4} \;;\quad -p_1^* = e^{j5\pi/4} \;;\quad p_1^* = e^{j7\pi/4}$$



Pour calculer H(p) on ne doit garder que les <u>pôles à partie réelle négative</u>

V.4.B Filtres de Butterworth

$$; \quad -p_1 = e^{j3\pi/4} \; ; \qquad\qquad ; \quad p_1^* = e^{j7\pi/4}$$



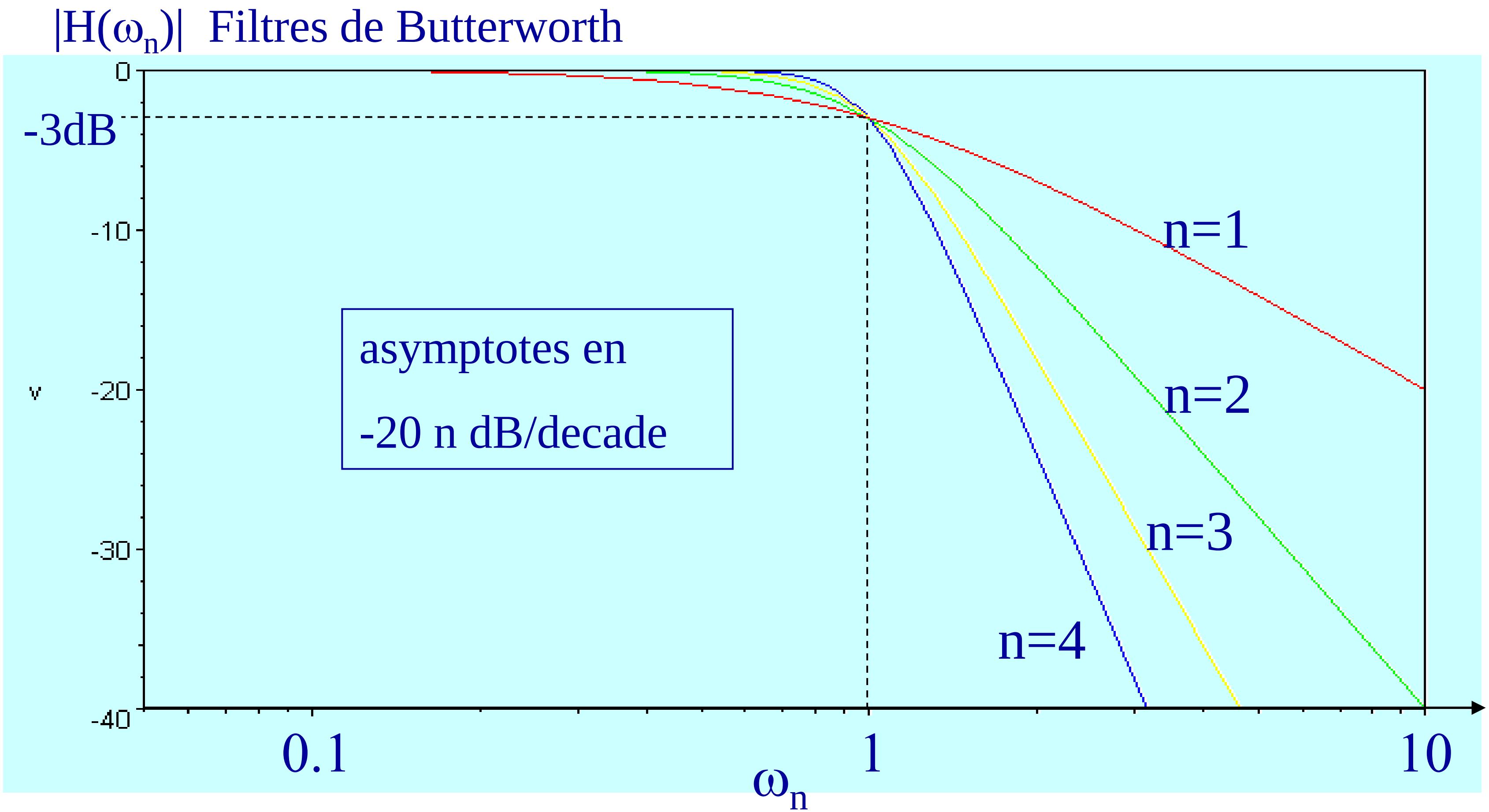
et H(p_n) vaut :
$$H(p_n) = \frac{K}{\left(p_n - e^{j3\pi/4}\right)\left(p_n - e^{j5\pi/4}\right)}$$

cad
$$H(p_n) = \frac{1}{1 + \sqrt{2}\; p_n + p_n^2}$$

V.4.B Filtres de Butterworth

n	$1/H(p_n)$
1	p_n+1
2	$p_n^2+1{,}414p_n+1$
3	$(p_n+1)(p_n^2+p_n+1)$
4	$(p_n^2+0{,}7654p_n+1)(p_n^2+1{,}8478p_n+1)$
5	$(p_n+1)(p_n^2+0{,}6180p_n+1)(p_n^2+1{,}6180p_n+1)$
6	$(p_n^2+0{,}5176p_n+1)(p_n^2+1{,}414p_n+1)(p_n^2+1{,}9318p_n+1)$
7	$(p_n+1)(p_n^2+0{,}4450p_n+1)(p_n^2+1{,}247p_n+1)(p_n^2+1{,}8022p_n+1)$
8	$(p_n^2+0{,}3986p_n+1)(p_n^2+1{,}111p_n+1)(p_n^2+1{,}6630p_n+1)(p_n^2+1{,}9622p_n+1)$

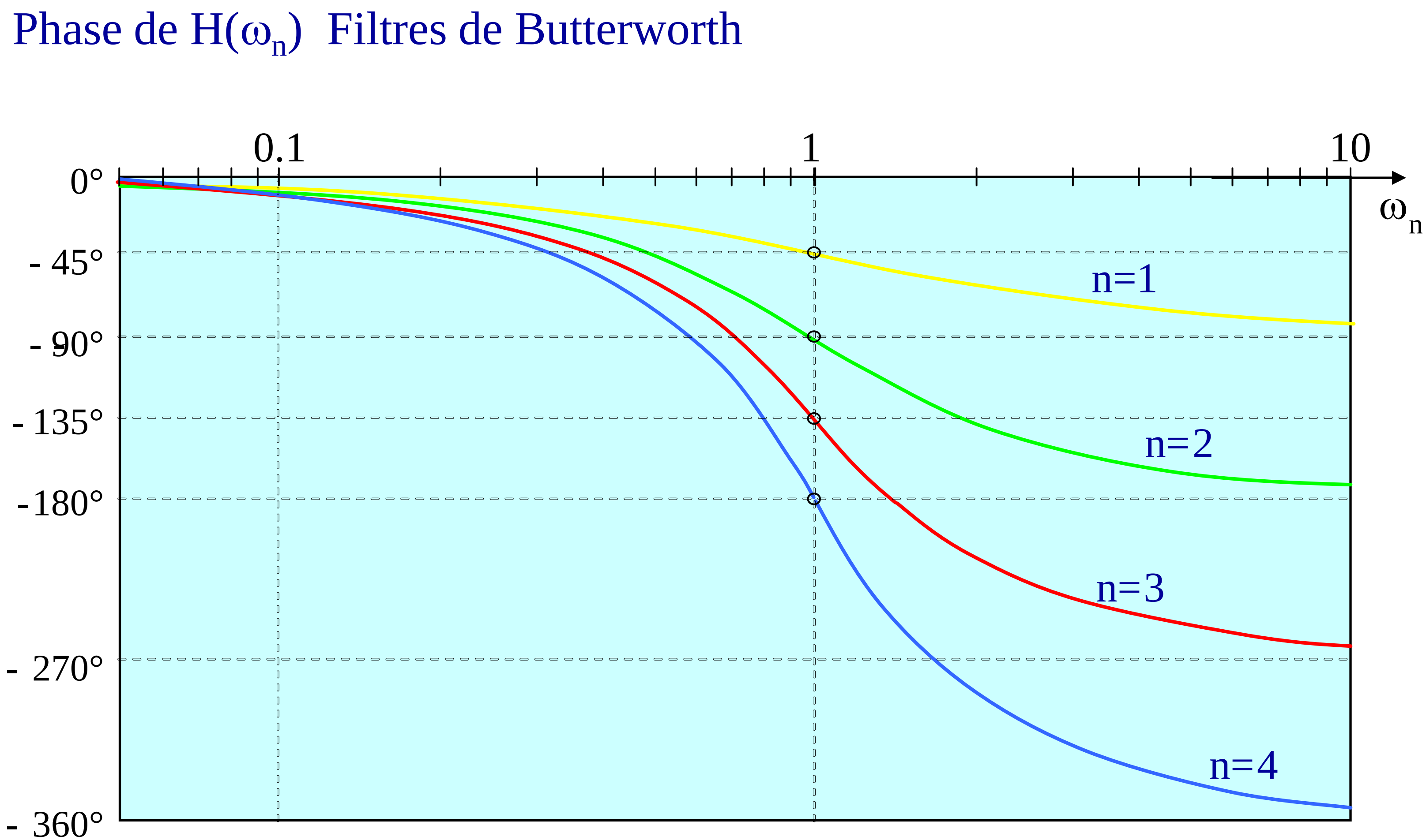
V.4.B Filtres de Butterworth



- pulsation de référence (ω_n=1) =pulsation de coupure à -3dB

- pas d'ondulation dans la bande

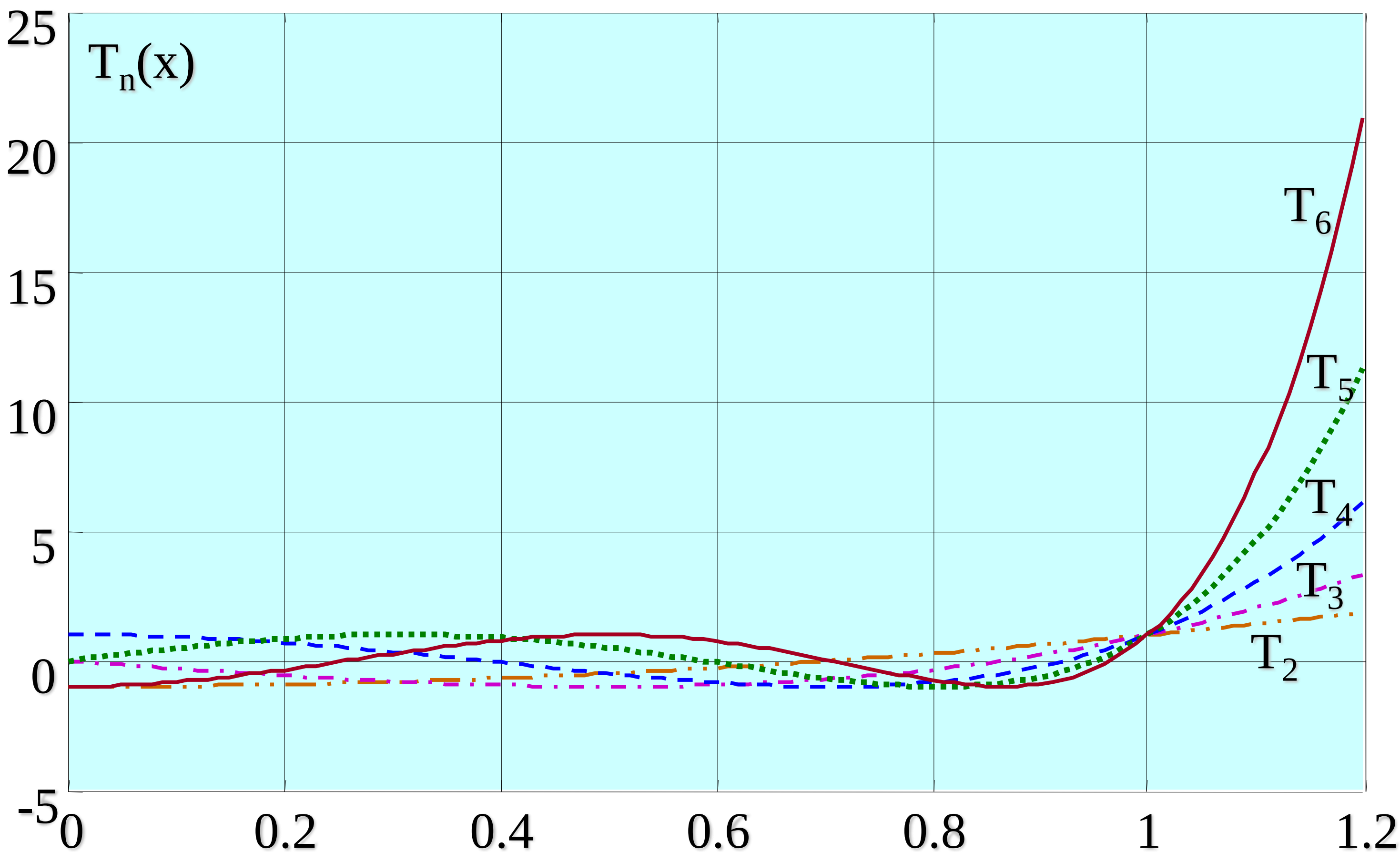
V.4.B Filtres de Butterworth



V.4.C Filtres de Chebychev

Polynomes de Chebychev

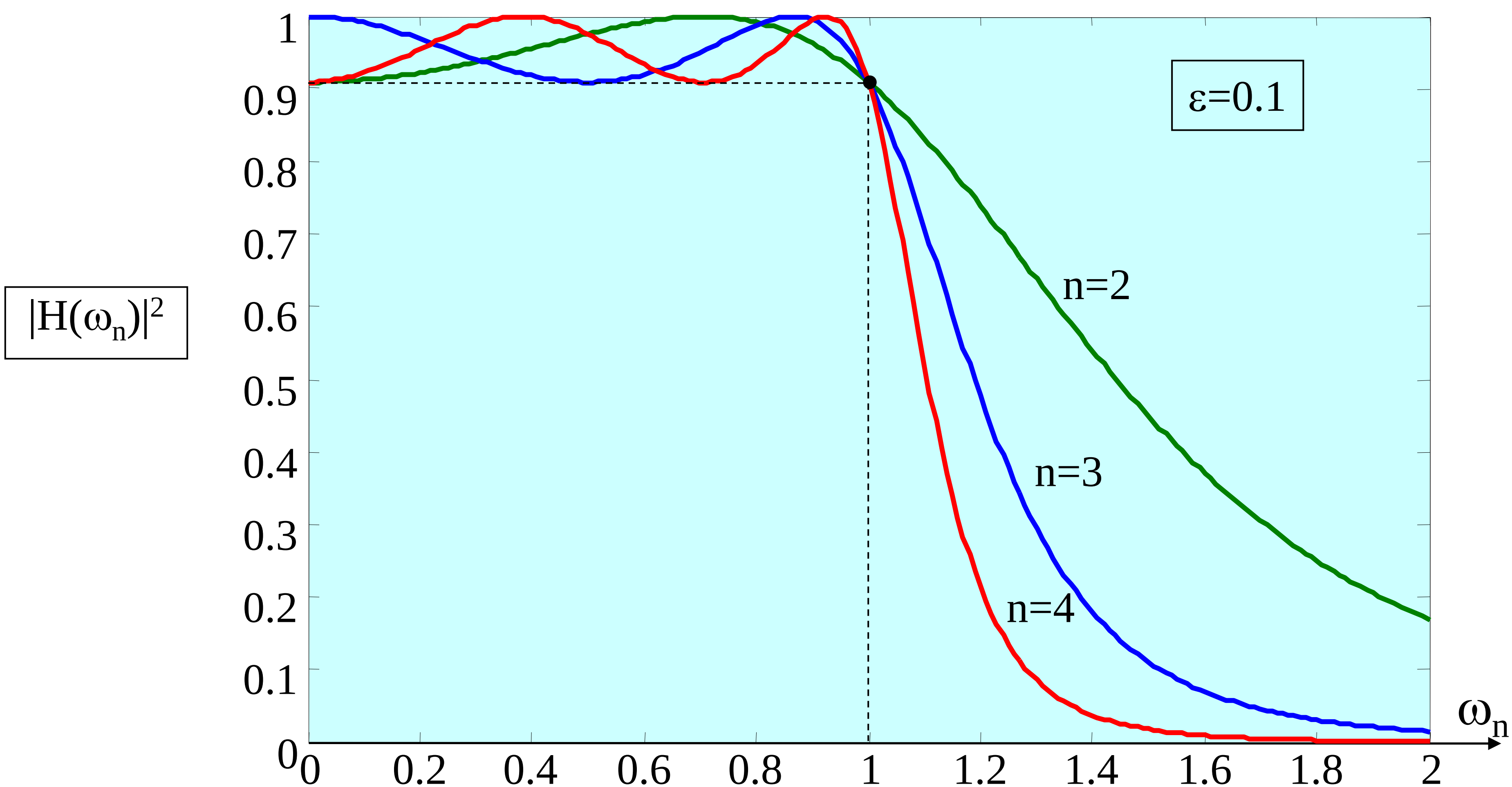
$$T_n(x) = 2\,x\,T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x) \qquad T_0(x) = 1 \qquad T_1(x) = x$$



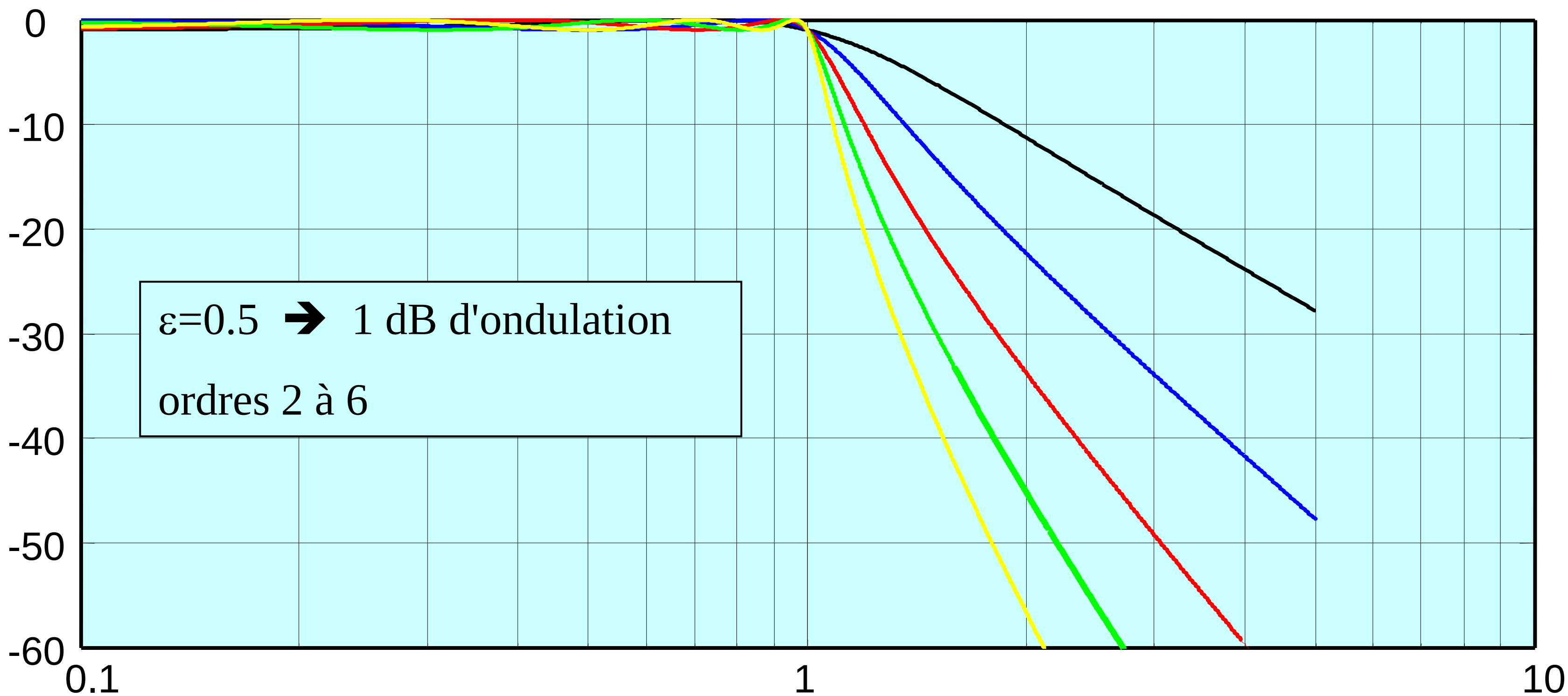
V.4.C Filtres de Chebychev

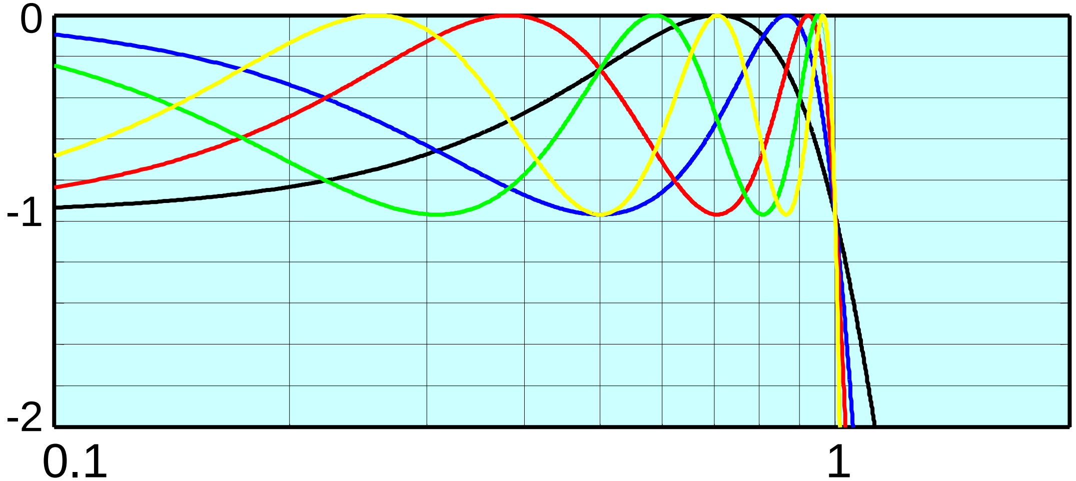
Filtre de Chebychev

$$A^2(\omega_n) = \frac{1}{\left|H(\omega_n)\right|^2} = 1 + \varepsilon^2 T_n^2(\omega_n)$$



V.4.C Filtres de Chebychev





$$A^2(\omega_n) = \frac{1}{|H(\omega_n)|^2} = 1 + \varepsilon^2 T_n^2(\omega_n)$$

V.4.C Filtres de Chebychev

Propriétés de Filtres de Chebychev

$$A^2(\omega_n) = \frac{1}{|H(\omega_n)|^2} = 1 + \varepsilon^2 T_n^2(\omega_n)$$

- n extrema dans la bande passante
- "equal ripple"
- ondulation fonction de ε
- ondulation $\varepsilon=1$ ➔ ondulation=3 dB

  $\varepsilon=0.5$ ➔ ondulation=1 dB
- $|H(\omega_n=1)|$ = - ondulation → $\neq$ -3 dB en général
- asymptotes en -20n dB/decade
- Coupure + raide que Butterworth
- phase – linéaire que Butterworth

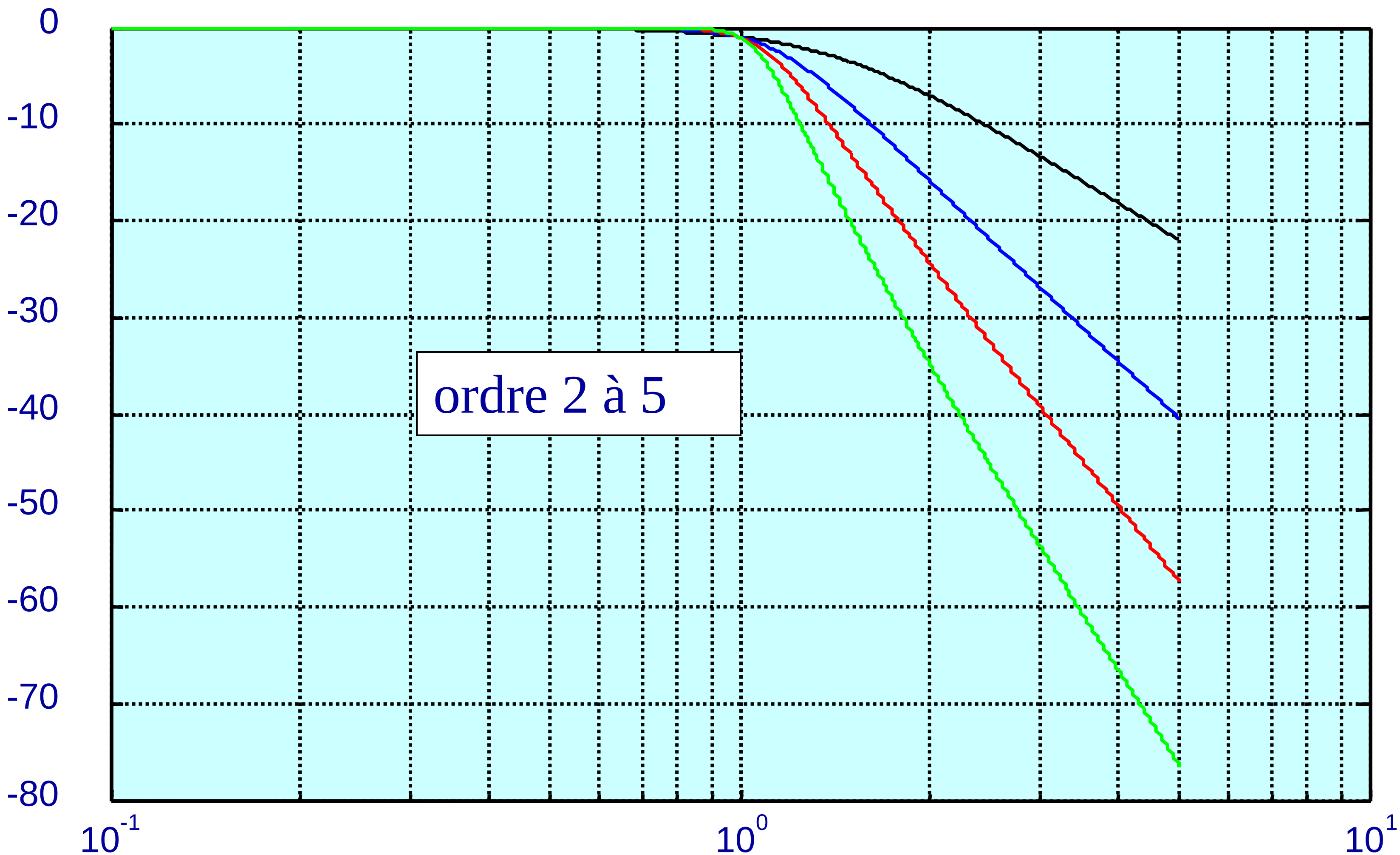
V.4.D Filtres de Legendre

$$A^2(\omega_n) = \frac{1}{\left|H(\omega_n)\right|^2} = 1 + \varepsilon^2 L_n(\omega_n{}^2)$$

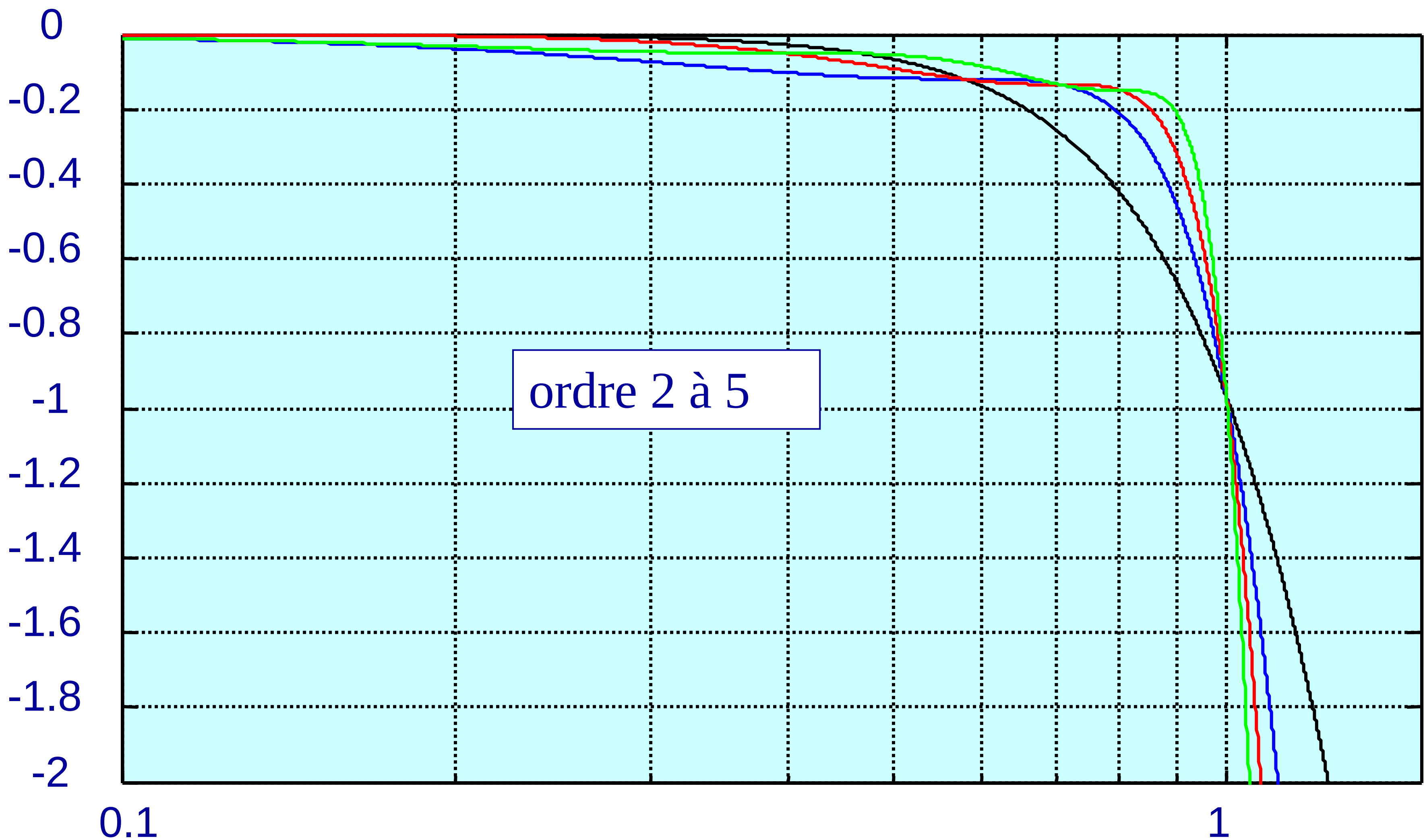
où $L_n(x)$

n	$L_n(x)$
1	x
2	x^2
3	$3x^3 - 3x^2 + x$
4	$6x^4 - 8x^3 + 3x^2$
5	$20x^5 - 40x^4 + 28x^3 - 8x^2 + x$
6	$50x^6 - 120x^5 + 105x^4 - 40x^3 + 6x^2$

V.4.D Filtres de Legendre



V.4.D Filtres de Legendre



ε=1 → gain de -3 dB et donc une ondulation= 3 dB dans la bande passante
ε=0.5 → gain de -1 dB et donc une ondulation= 1 dB dans la bande passante

V.4.D Filtres de Legendre

Propriétés de Filtres de Legendre

- ondulation fonction de ε

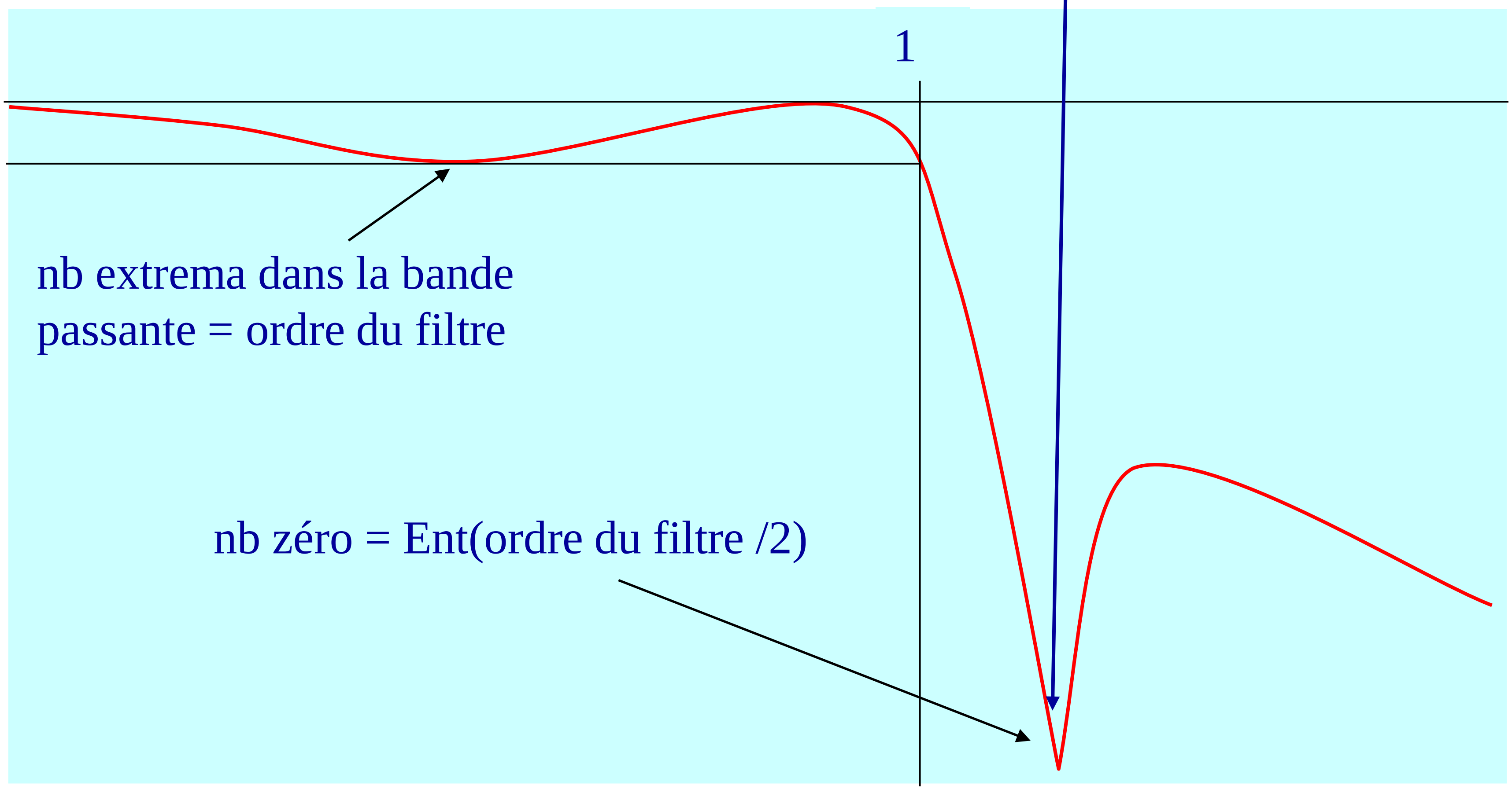
- asymptotes en -20n dB/decade

- Coupure + raide que Butterworth mais moins que Chebychev

- phase – linéaire que Butterworth mais plus que Chebychev

V.4.E Filtres de Cauer

$$|H(\omega_n)|^2 = \frac{N(\omega_n{}^2)}{D(\omega_n{}^2)}$$ ← zéros



V.4.E Filtres de Cauer

Propriétés des Filtres de Cauer

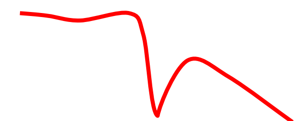
$$|H(\omega_n)|^2 = \frac{N(\omega_n{}^2)}{D(\omega_n{}^2)}$$

- n oscillations dans la bande passante

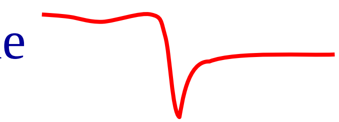
- $|H(\omega_n=1)|$ = - ondulation $\rightarrow$ $\neq$ -3 dB en général

- asymptotes

  - ordres impairs :-20 dB/decade



  - ordres pairs : asymptote horizontale



- Coupure + raide que Chebychev

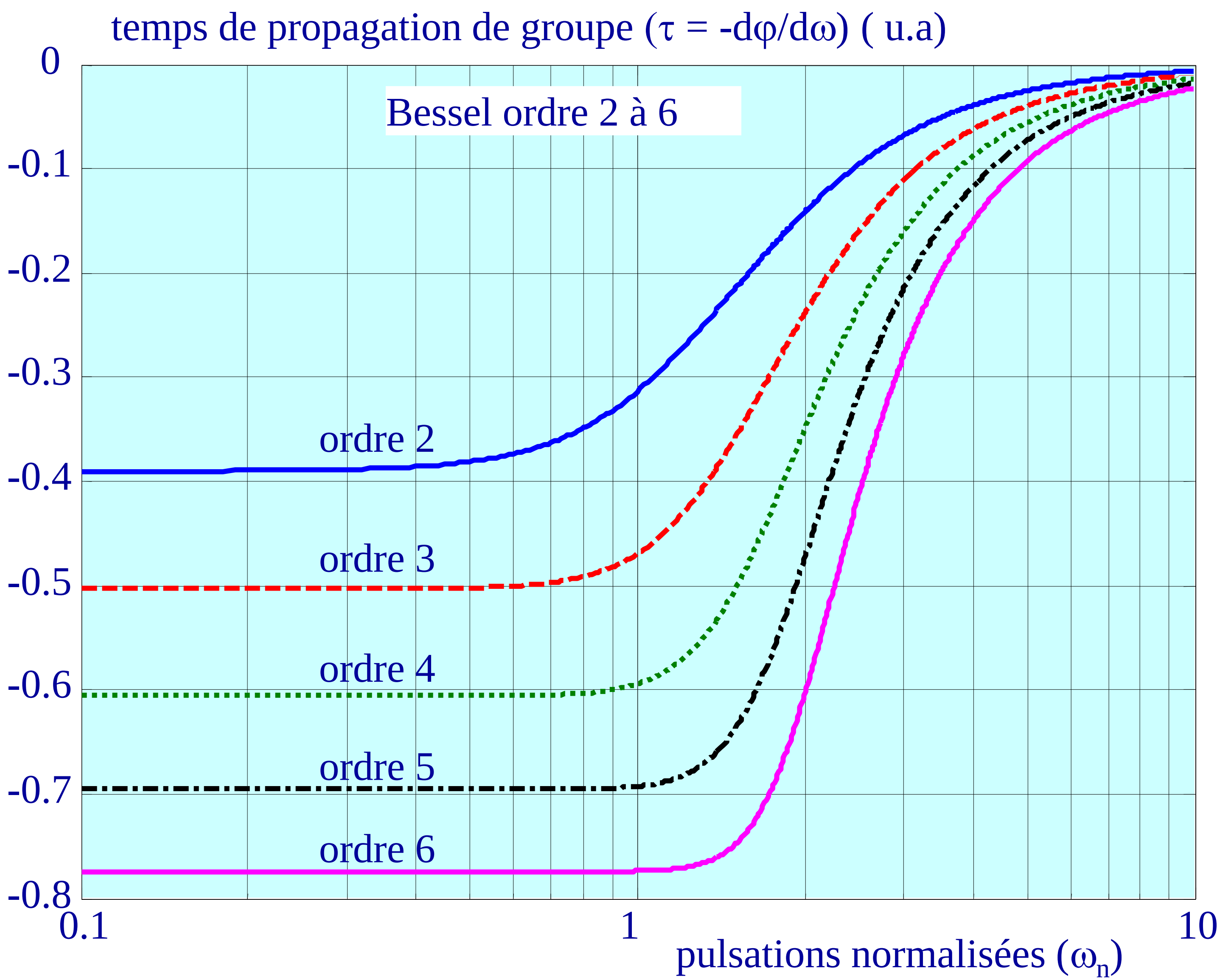
- phase – linéaire que Chebychev

V.4.F Filtres de Bessel

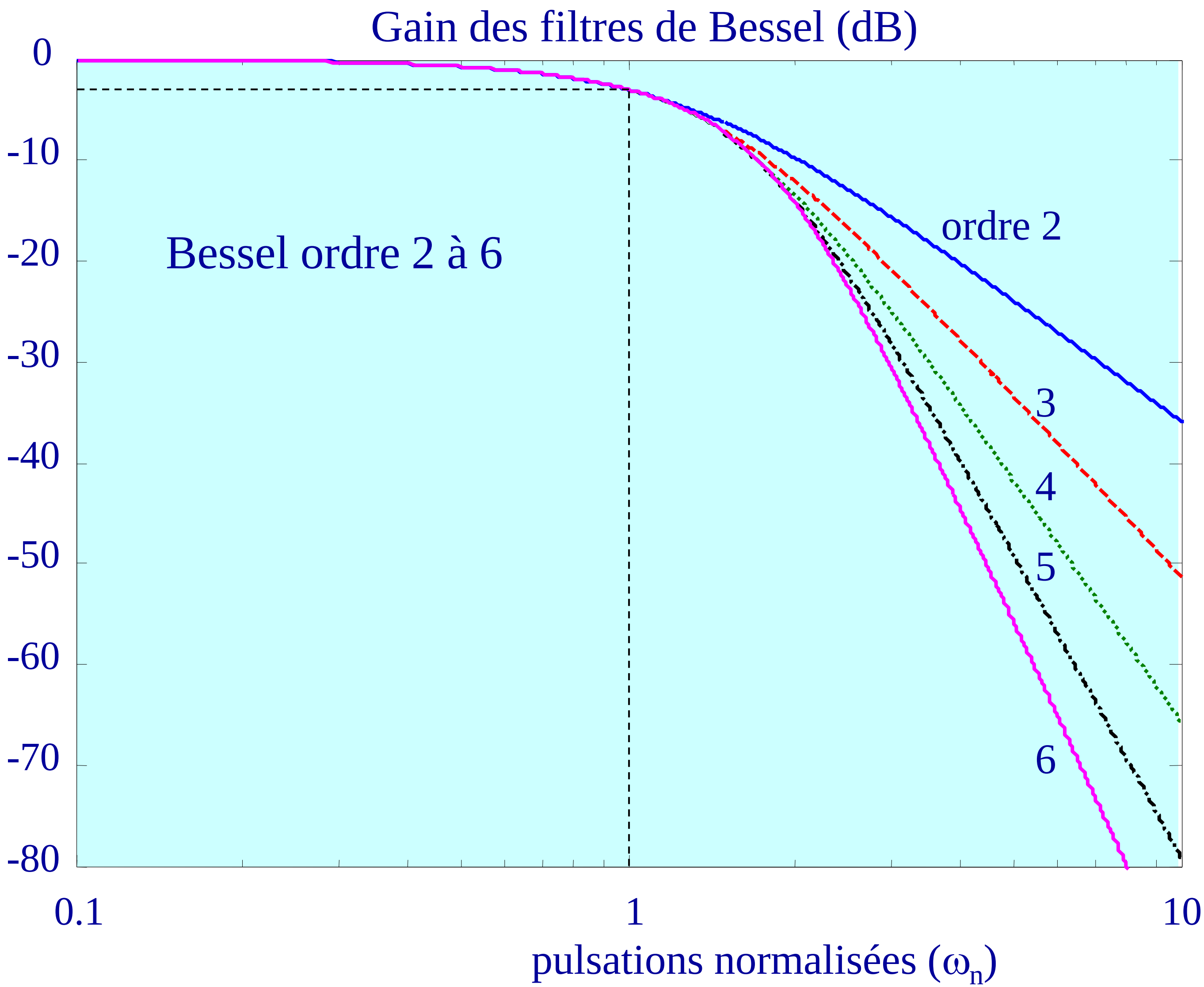
Recherche de la phase la + linéaire possible

Distorsion du signal la + faible possible

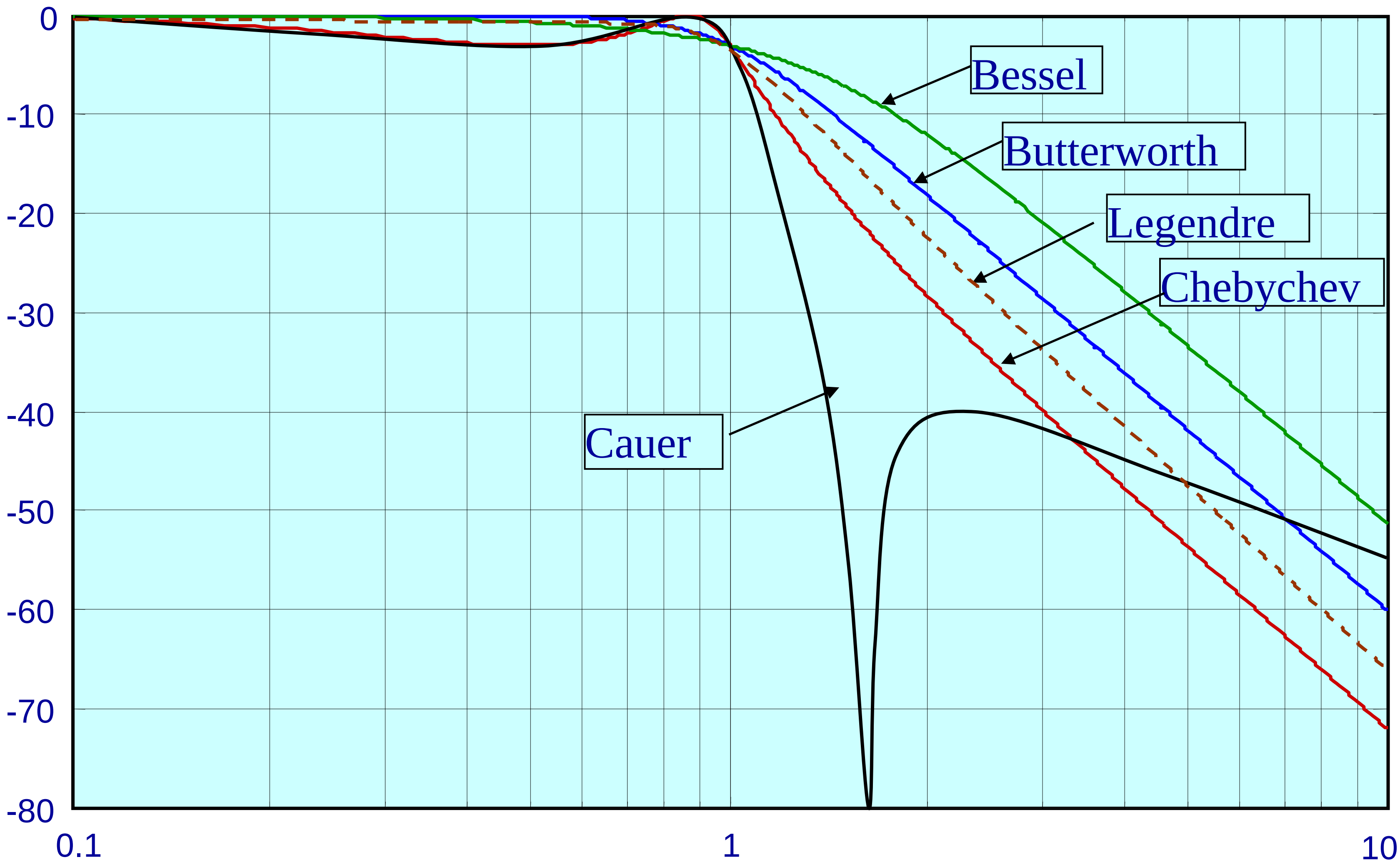
V.4.F Filtres de Bessel



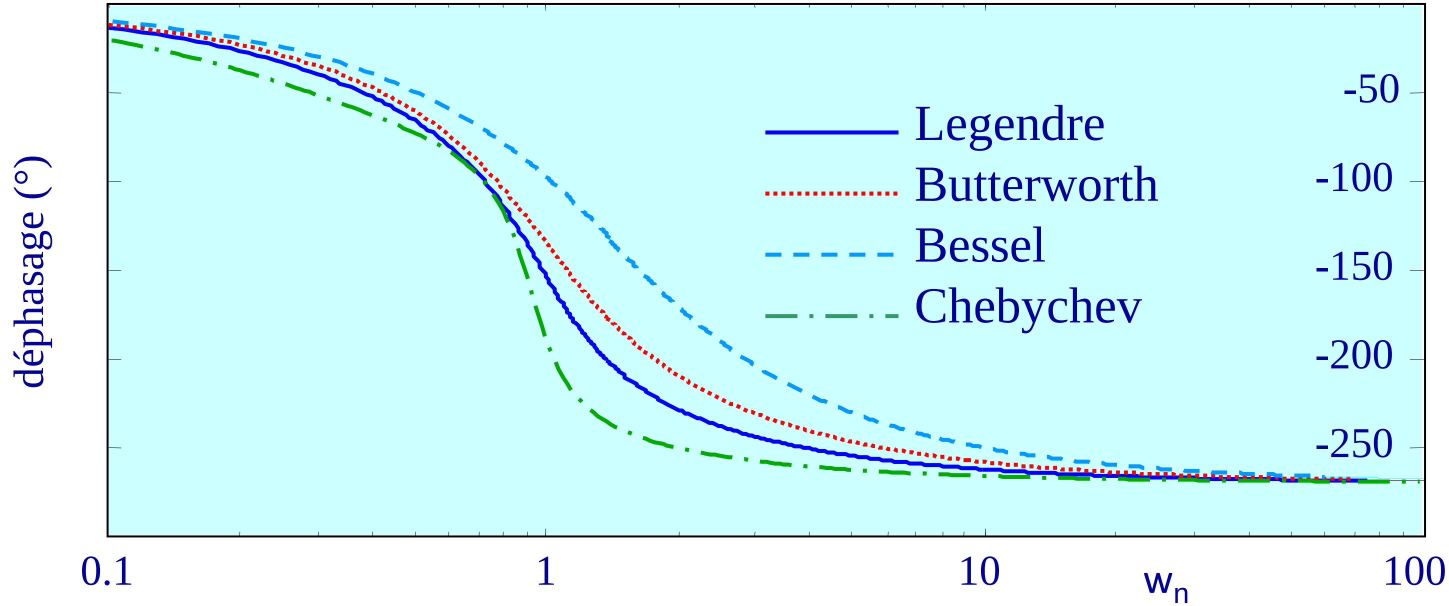
V.4.F Filtres de Bessel



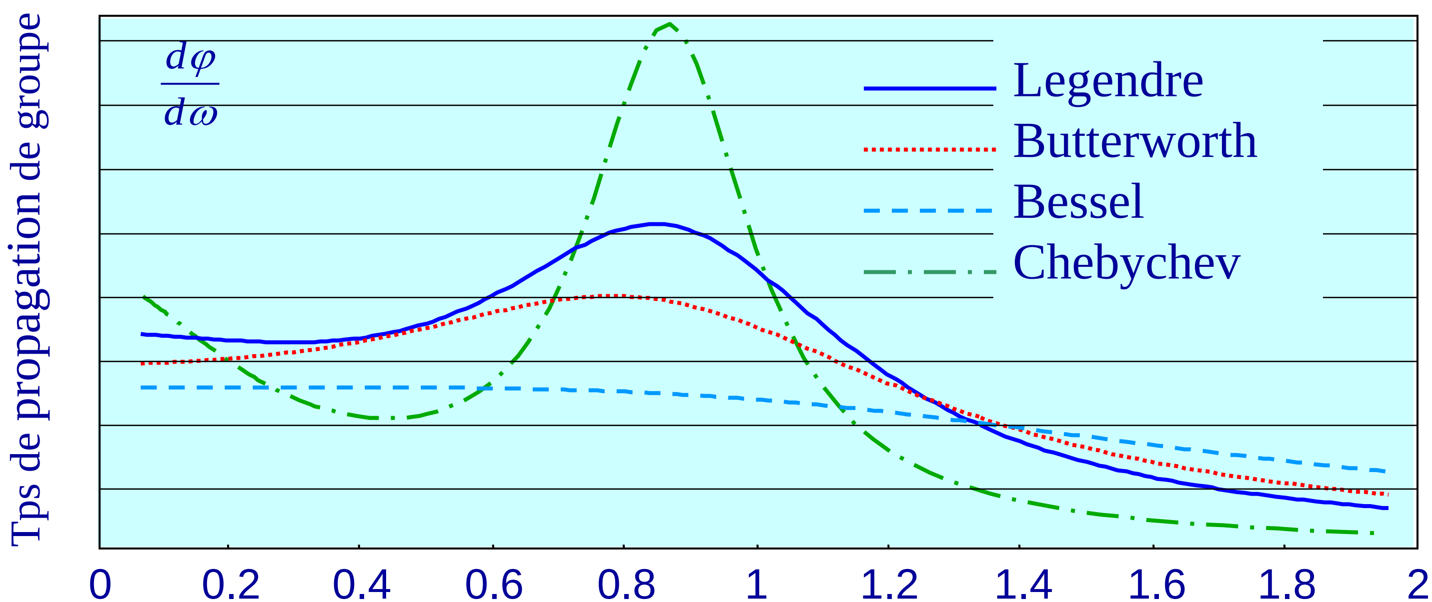
V.4.H Comparaison des prototypes normalisés à – 3 dB



V.4.H Comparaison des prototypes normalisés à – 3 dB



Phases comparées
et linéarité



V.5 Synthèse des Filtres Passifs

Voir poly chapitre V.5 → série d'exercices

V.6 Synthèse des Filtres Actifs

V.6 Synthèse des Filtres Actifs

$$b_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} s(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + b_0 s(t) = a_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} + a_{m-1} \frac{d^{m-1} e(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + a_0 e(t)$$

T.L.

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{a_m\, p^m + a_{m-1}\, p^{m-1} + \ldots + a_0}{b_n\, p^n + b_{n-1}\, p^{n-1} + \ldots + b_0}$$

Pbas_1 Phaut_1 Pbas_2

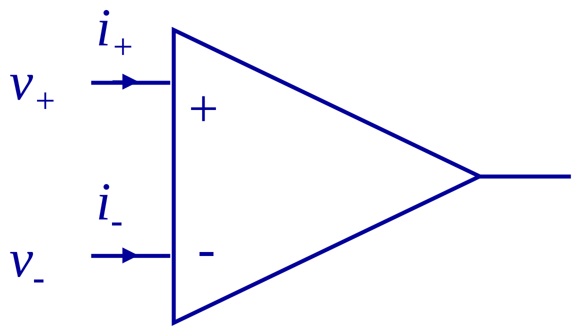
$$H(p) = \prod \left[\begin{array}{ccc} \dfrac{1}{1+\tau p} \times \dfrac{\tau p}{1+\tau p} & \times & \dfrac{1}{1+2\zeta\tau p+\tau^2 p^2} \times \\ \dfrac{\tau p}{1+2\zeta\tau p+\tau^2 p^2} \times & \dfrac{\tau^2 p^2}{1+2\zeta\tau p+\tau^2 p^2} & \times \dfrac{1+\tau'^2 p^2}{1+2\zeta\tau p+\tau^2 p^2} \end{array} \right]$$

Pbande_2 Phaut_2 Cbande_2

V.6.B Rappels sur les montages à AOP

V.6.B Rappel sur les montage à AOP

Rappel sur les Amplificateur Opérationnels Parfaits



$$v_s = G(v_+ - v_-)$$

(G infini)

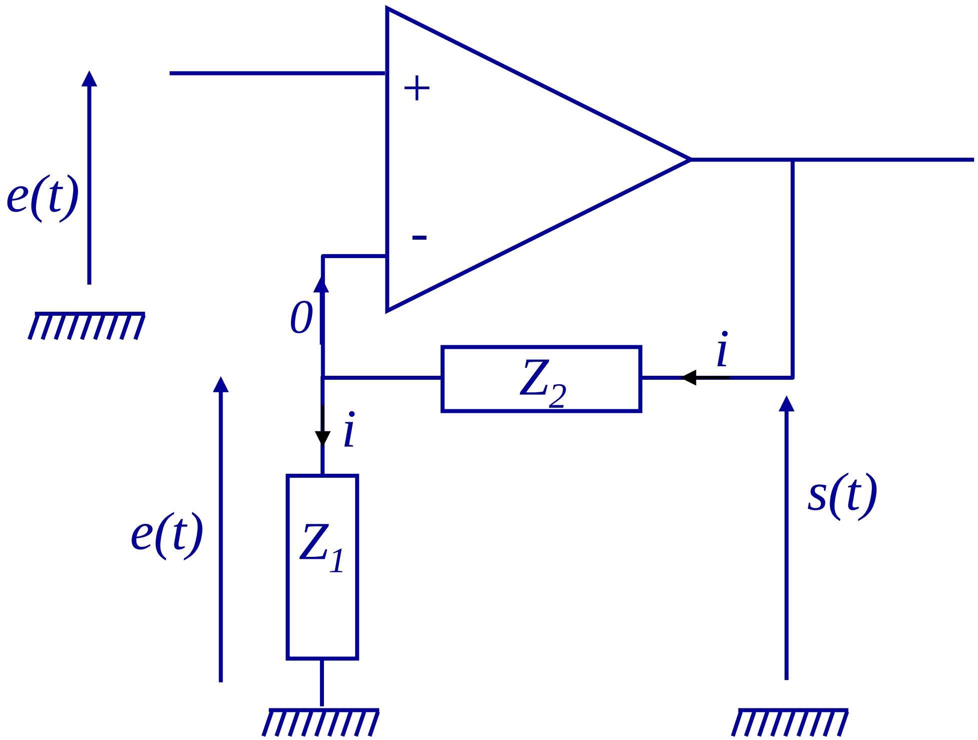
donc pour avoir $v_s \neq \infty$ *(ou* $\pm V_{alim}$*)* *il faut* $\boxed{v_+ = v_-}$

de plus les impédances d'entrée sont infinies

donc i_+ et i_- *sont nul* $\boxed{i_+ = i_- = 0}$

V.6.B Rappel sur les montage à AOP

Ampli non-inverseur



$$v_+ = v_- \Rightarrow v_- = e$$

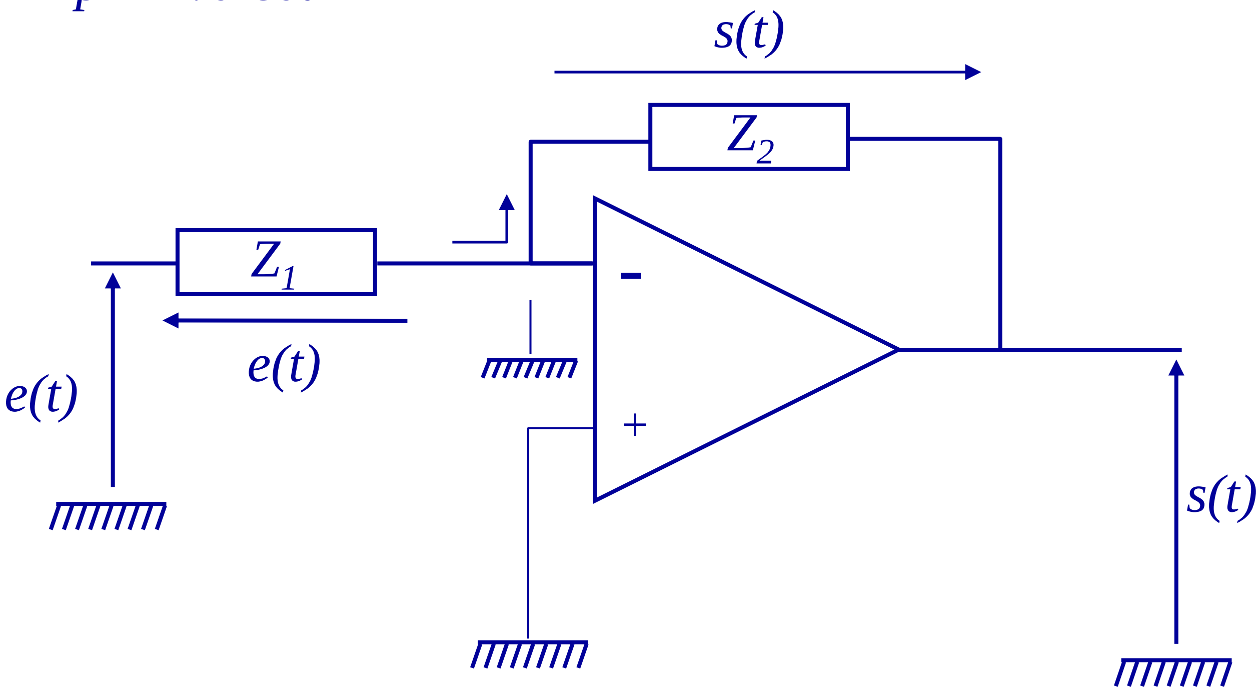
$$e = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} s \Rightarrow s = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right) e$$

si $Z_1 = R_1$ et $Z_2 = R_2$ alors

$$\boxed{s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) e}$$

V.6.B Rappel sur les montage à AOP

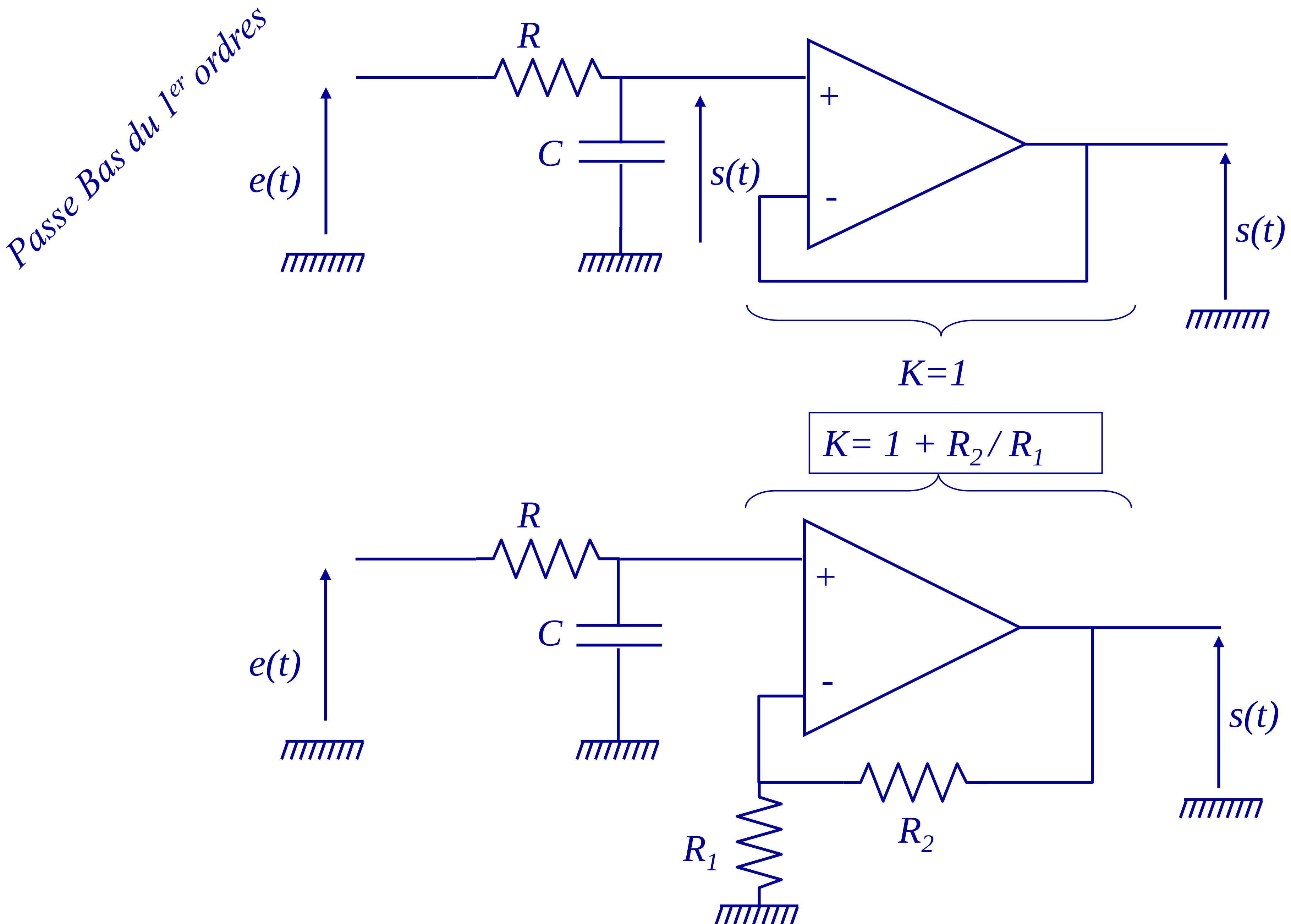
Ampli inverseur



$$v_+ = v_- = 0 \Rightarrow i_{Z_1} = i_{Z_2} \Rightarrow \frac{e}{Z_1} = \frac{-s}{Z_2} \Rightarrow \boxed{\frac{s}{e} = -\frac{Z_2}{Z_1}}$$

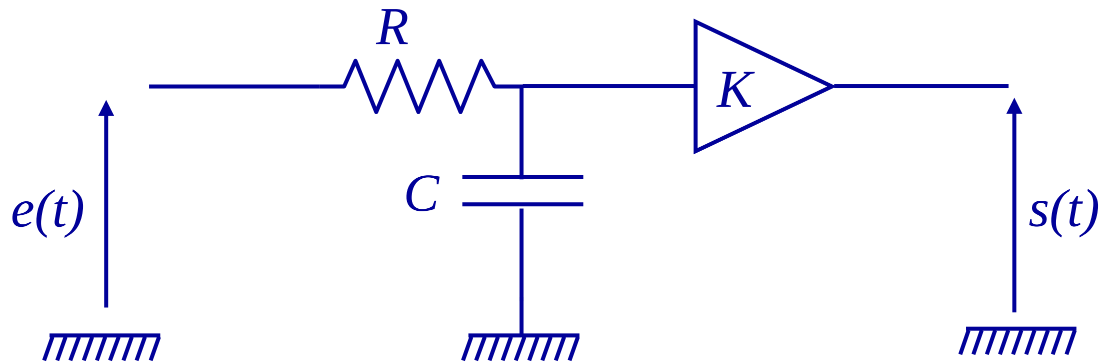
Si $Z_1 = R_1$ *et* $Z_2 = R_2$ $\Rightarrow$ $\boxed{\frac{s}{e} = -\frac{R_2}{R_1}}$

V.6.B Rappel sur les montage à AOP



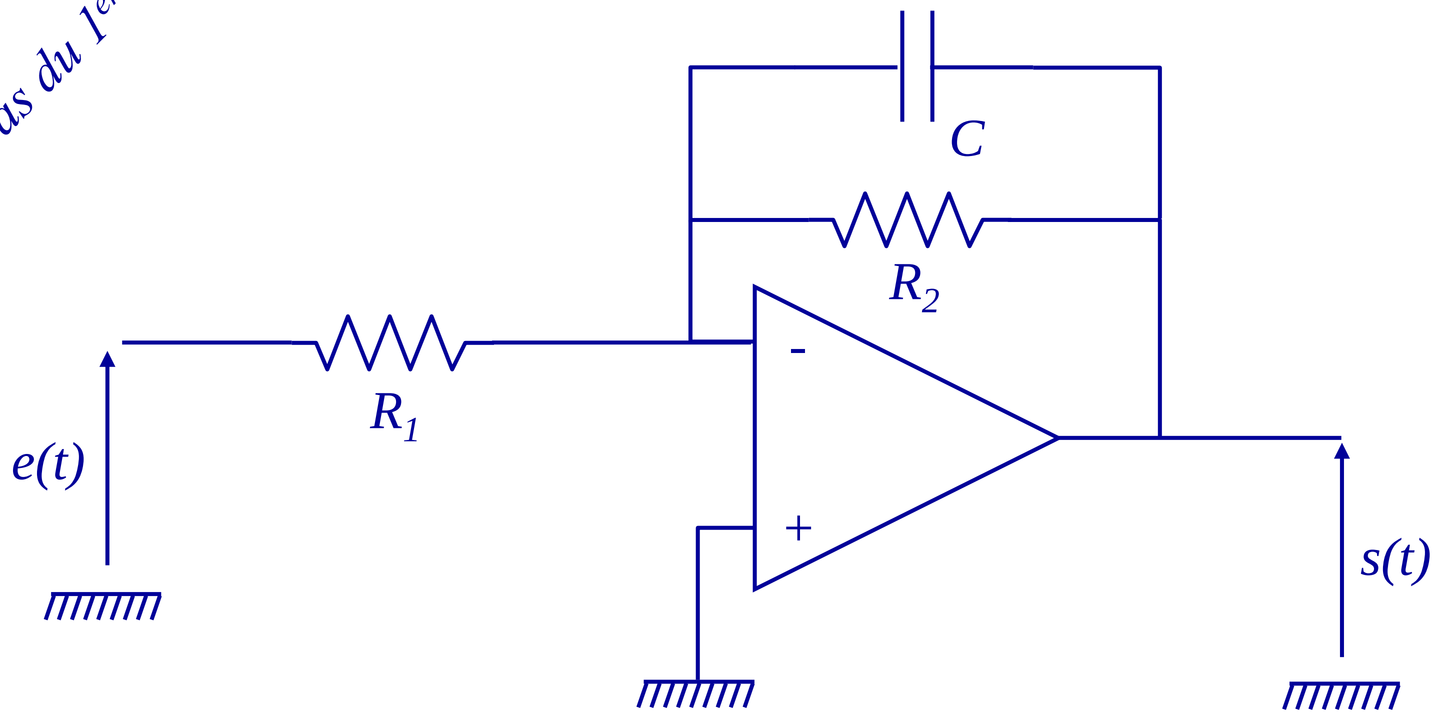
V.6.B Rappel sur les montage à AOP

Passe Bas du 1er ordres



V.6.B Rappel sur les montage à AOP

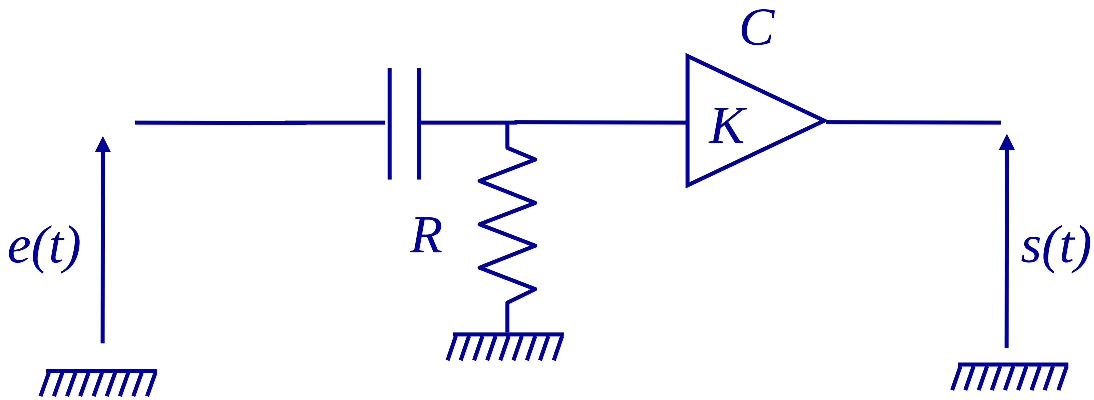
Passe Bas du 1^er ordres



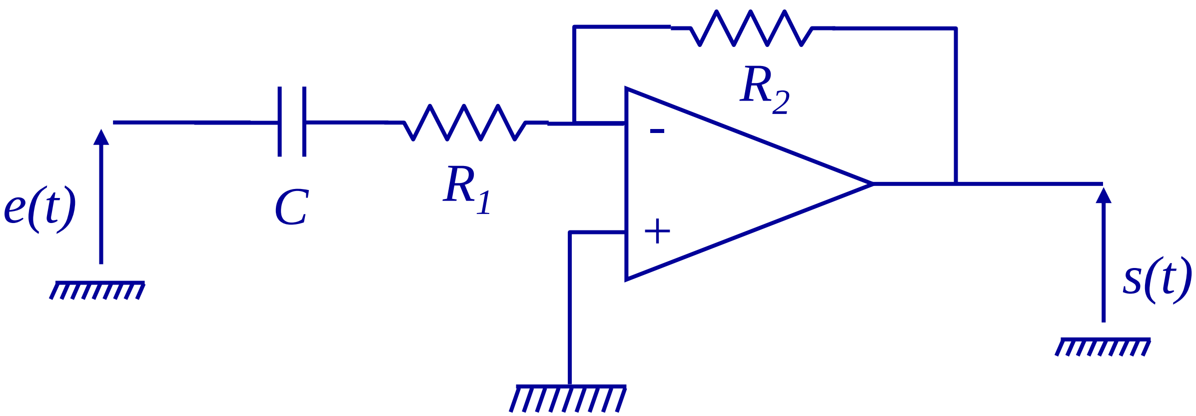
$$\boxed{H=-\frac{R_2//C}{R_1}=-\frac{1}{R_1}\frac{R_2/Cp}{\frac{1}{Cp}+R_2}=\frac{-R_2/R_1}{1+R_2Cp}}$$

V.6.B Rappel sur les montage à AOP

Passe Haut du 1er ordres



$$H = K \frac{RC\,p}{1 + RC\,p}$$



$$H = \frac{-R_2}{R_1 + 1/Cp} = \frac{-R_2 Cp}{1 + R_1 Cp}$$

V.6.C Synthèse par variable d'état

ou

Filtres à intégrateurs

V.6.C Filtres à intégrateurs

Comment réaliser ces différentes fonctions ?

Prenons par exemple un filtre passe haut du second ordre :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K\ p^2}{\dfrac{p^2}{\omega_N^2} + 2\zeta\dfrac{p}{\omega_N} + 1}$$

$$S(p)\left(\frac{p^2}{\omega_N^2} + 2\zeta\frac{p}{\omega_N} + 1\right) = E(p)\,K\ p^2$$

en divisant par $\dfrac{p^2}{\omega_N^2}$

$$S(p)\left(1 + 2\zeta\frac{\omega_N}{p} + \frac{\omega_N^2}{p^2}\right) = E(p)\,K\ \omega_N^2$$

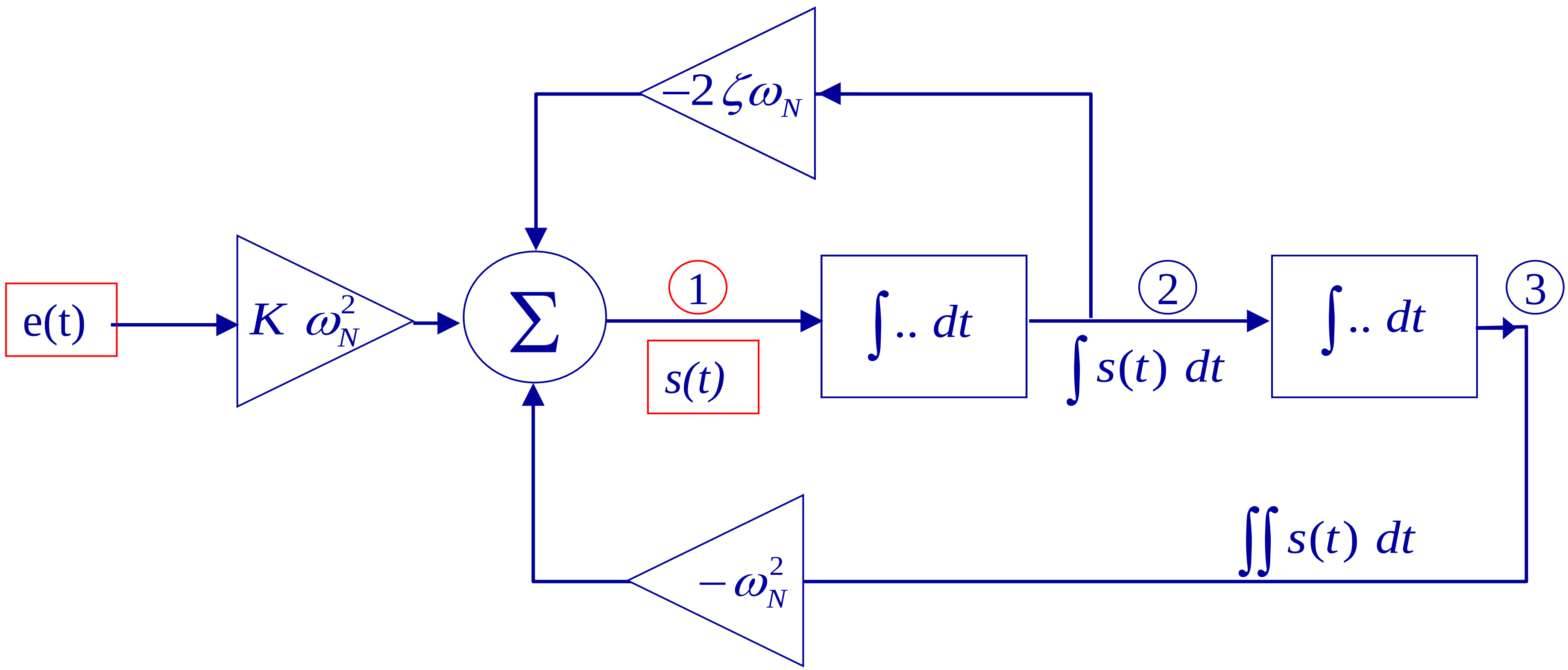
$$S(p) = K\ \omega_N^2\,E(p) \ - 2\zeta\omega_N\frac{S(p)}{p} \quad - \omega_N^2\frac{S(p)}{p^2}$$

TL^{-1}

$$s(t) = \ K\ \omega_N^2\,e(t) \quad - \quad 2\zeta\omega_N\int s(t)\,dt \ - \omega_N^2\iint s(t)\,dt$$

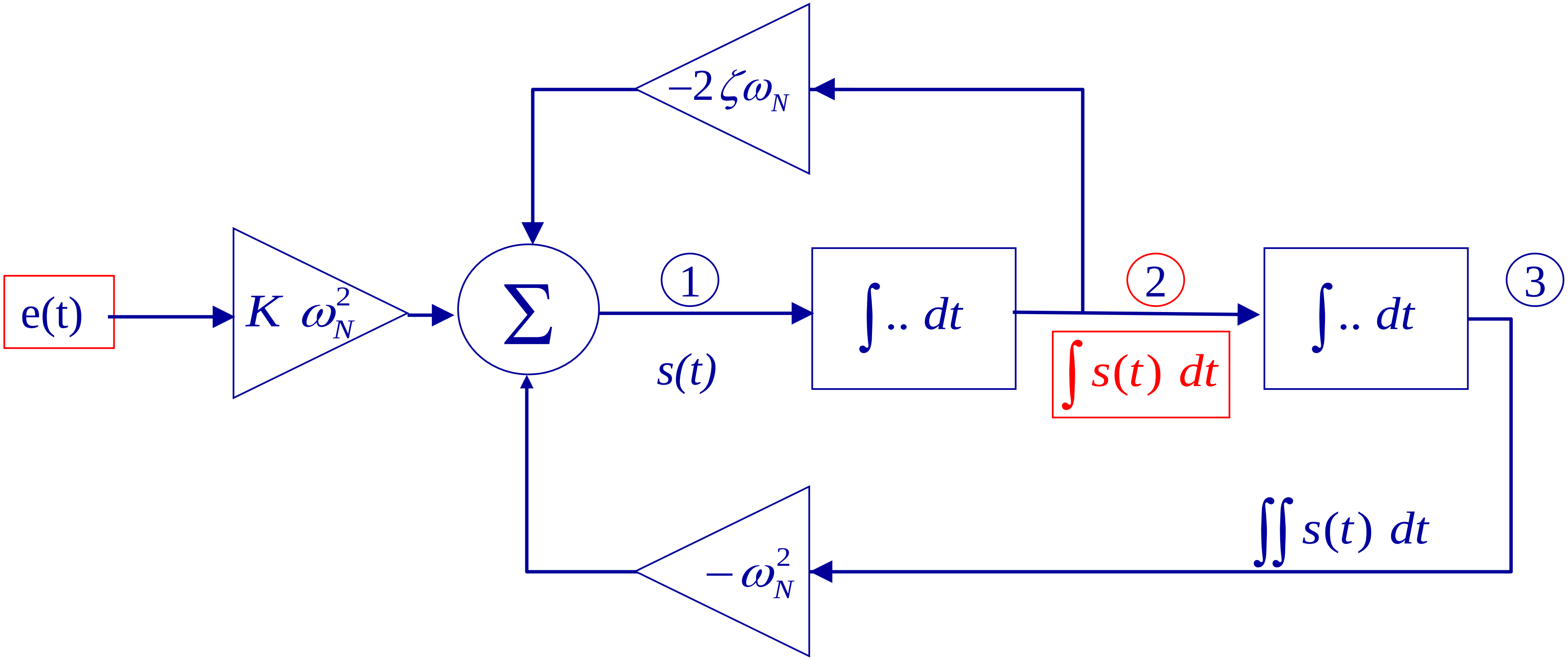
V.6.C Filtres à intégrateurs

$$s(t) = K\ \omega_N^2\, e(t) \; - \; 2\zeta\omega_N \int s(t)\,dt \; - \; \omega_N^2 \iint s(t)\,dt$$



en sortie 1 *on obtient* $s_1(t)$ *= réponse du filtre passe haut du second ordre*

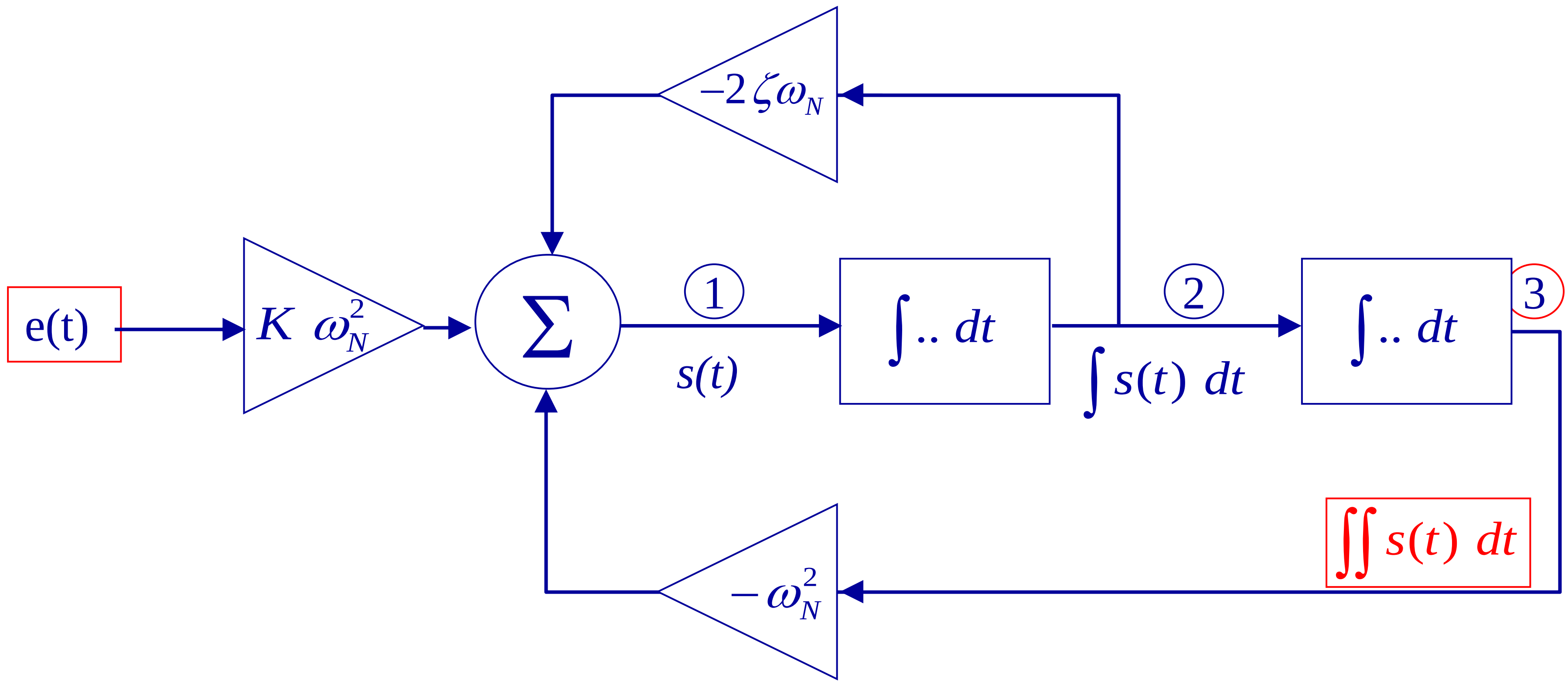
V.6.C   Filtres à intégrateurs



et en sortie 2 *on obtient* $\int s(t)\ dt \longrightarrow \dfrac{S(p)}{p} = \dfrac{1}{p}\ \dfrac{K\ p^2}{\dfrac{p^2}{\omega_N^2} + 2\zeta\dfrac{p}{\omega_N} + 1}\ E(p)$

cad $\quad S_2(p) = \dfrac{K\ p}{\dfrac{p^2}{\omega_N^2} + 2\zeta\dfrac{p}{\omega_N} + 1}\ E(p)$ *qui est un <u>passe bande</u> du second ordre*

V.6.C Filtres à intégrateurs



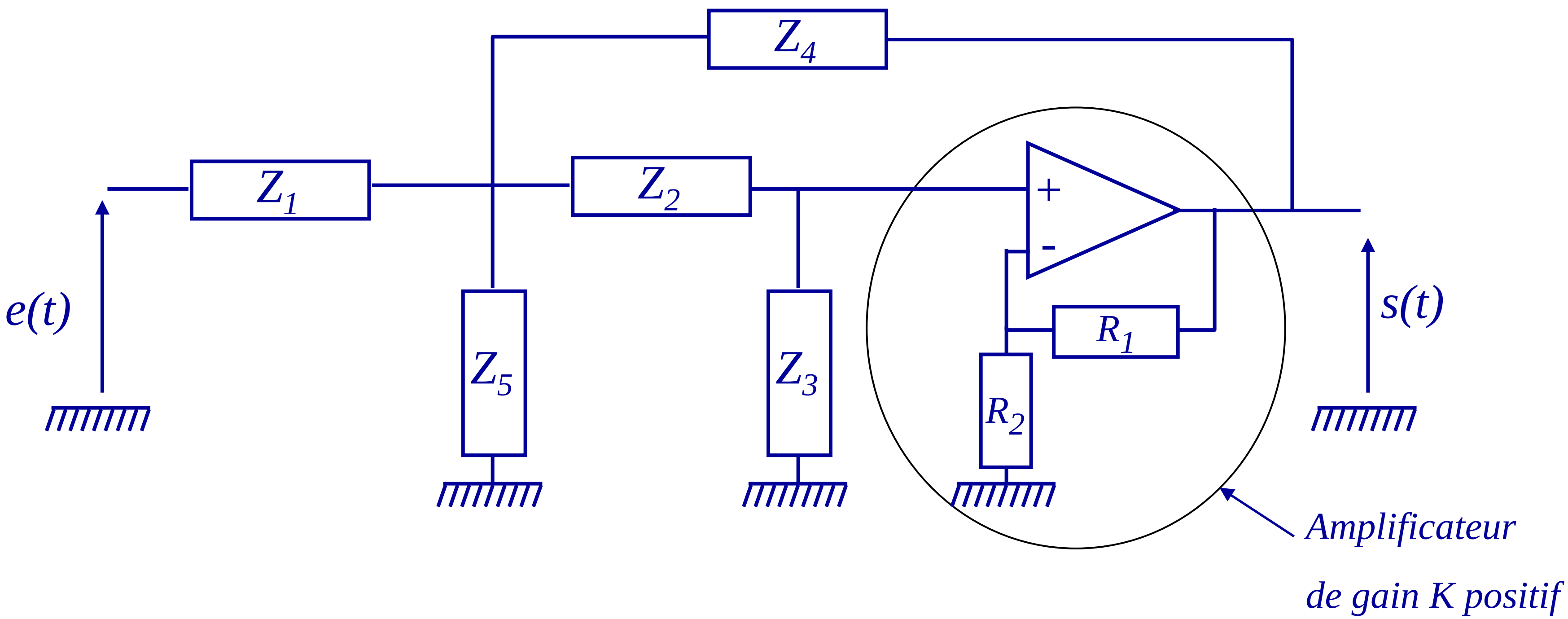
et en sortie 3 *on obtient* $\iint s(t)\ dt$

cad $S_3(p) = \dfrac{S}{p^2} = \dfrac{K}{\dfrac{p^2}{\omega_N^2} + 2\zeta\dfrac{p}{\omega_N} + 1} E(p)$ *qui est un* *passe bas* *du second ordre*

V.6.D Filtres de Sallen Key

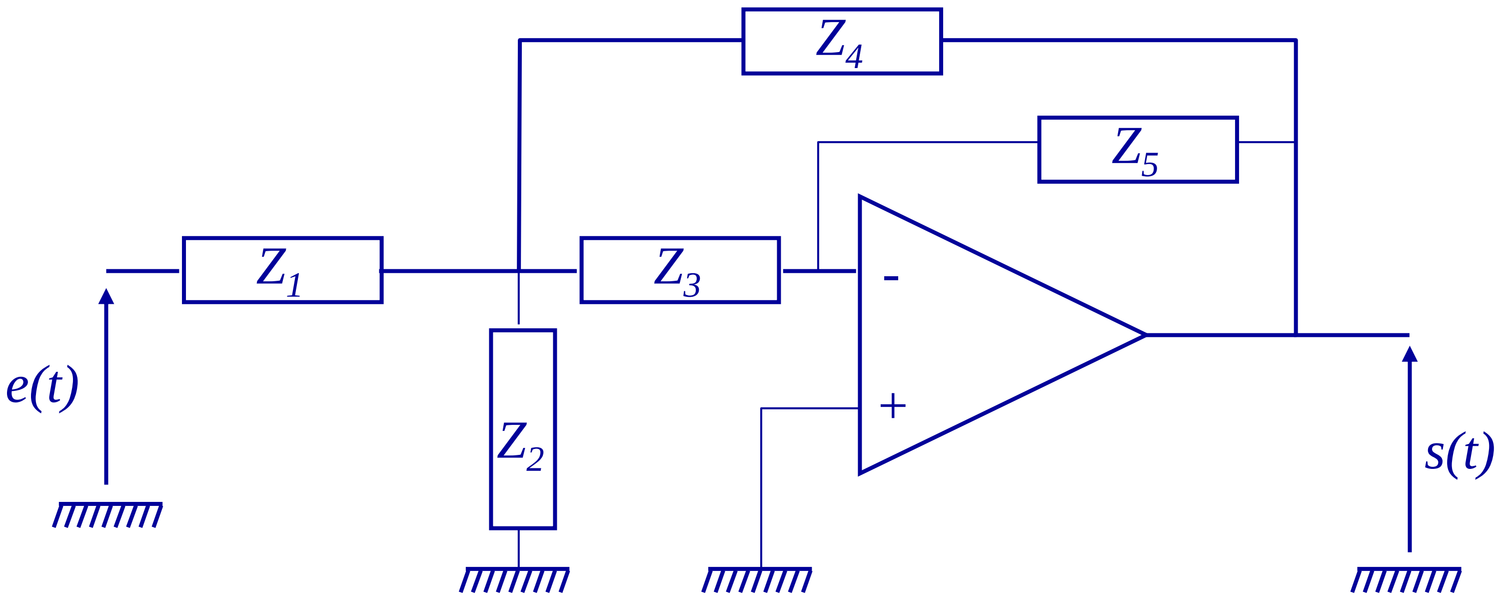
V.6.D Filtres de Sallen Key

Structure Générale de Sallen-Key du 2eme ordre



(développés dans le chapitre suivant)

Structure Générale de Rauch du 2^eme^ ordre

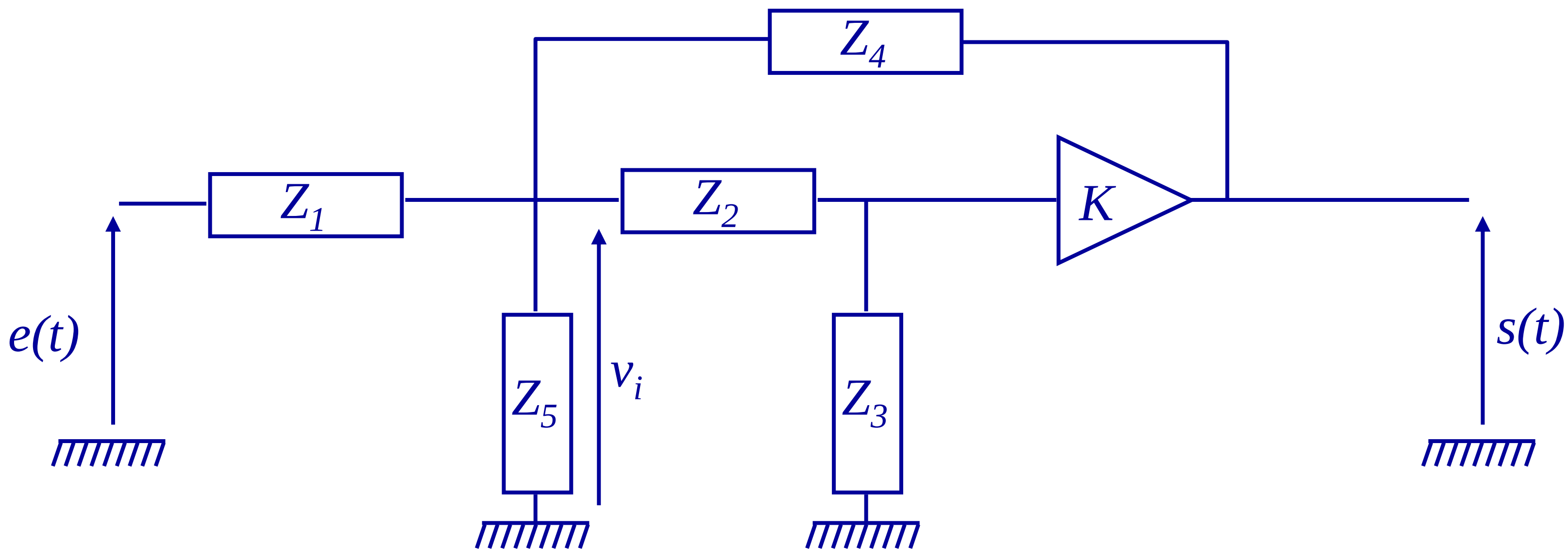


mais les structures à 1 AOP de type Sallen-Key ou Rauch ont une sensibilité croissante avec le coefficient de qualité $Q=1/(2\zeta)$

➔ Utilisable avec des $Q<15$ cad $\zeta>0.03$

V.6.D Filtres de Sallen Key

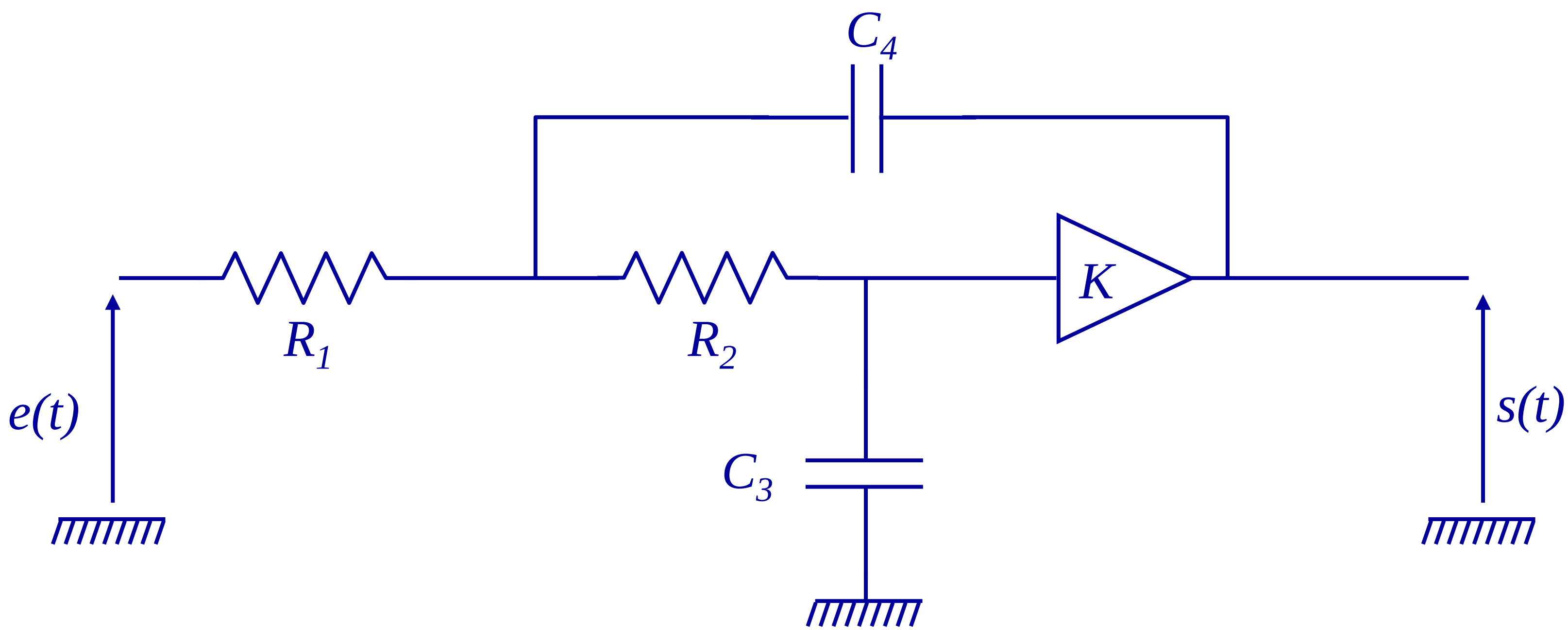
Structure Générale des Sallen-Key du 2eme ordre



$$H = \frac{K\,Y_1\,Y_2}{\left(Y_1 + Y_4 + Y_5 + \dfrac{1}{Z_2 + Z_3}\right)\left(Y_2 + Y_3\right) - K\,Y_2\,Y_4}$$

V.6.D Filtres de Sallen Key

Passe Bas de Sallen-Key (2eme ordre)



$$Z_1 = R_1$$

$$Z_2 = R_2$$

$$Y_3 = C_3 p$$

$$Y_4 = C_4 p$$

$$Z_5 = \infty$$

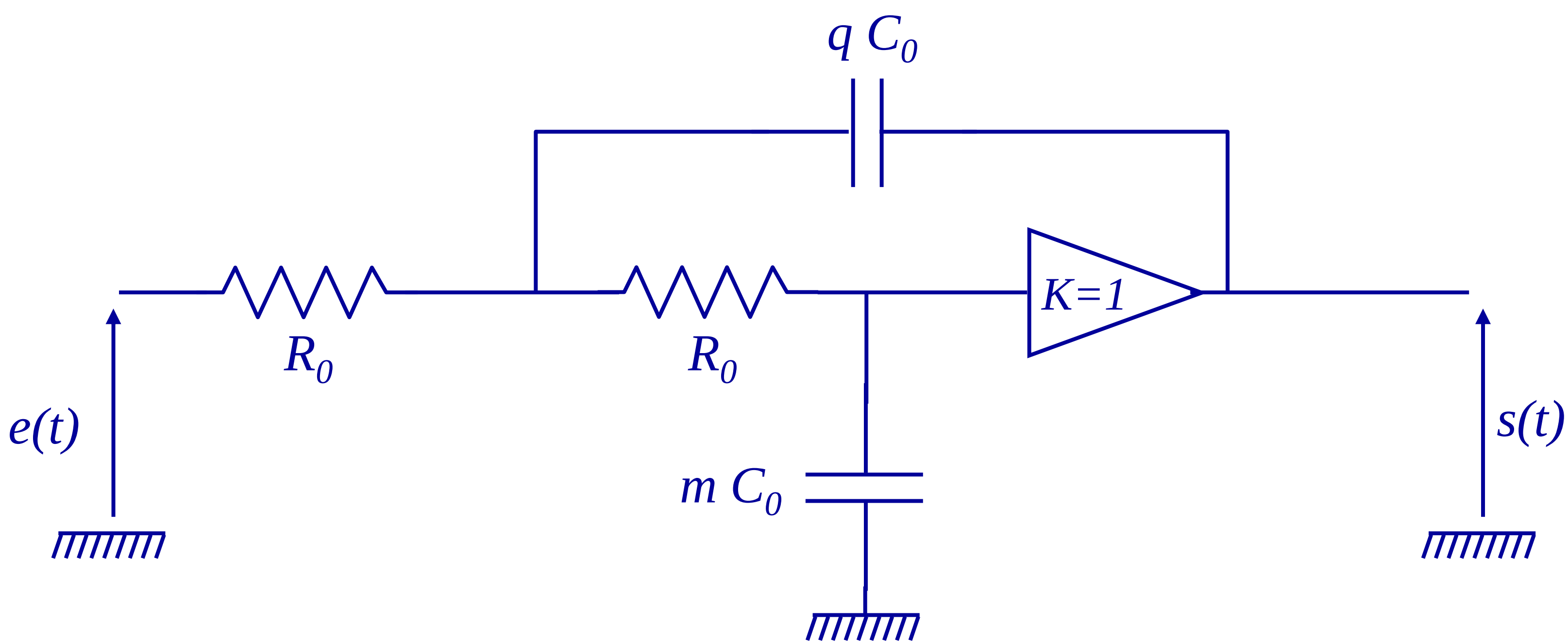
$$H = \frac{K}{R_1 R_2 C_3 C_4 p^2 + \left[\left(R_1 + R_2\right) C_3 + R_1 C_4 \left(1 - K\right)\right] p + 1}$$

V.6.D Filtres de Sallen Key

Passe Bas de Sallen-Key

$$H = \frac{K}{R_1 R_2 C_3 C_4 p^2 + \left[\left(R_1 + R_2\right) C_3 + R_1 C_4 \left(1 - K\right)\right] p + 1}$$

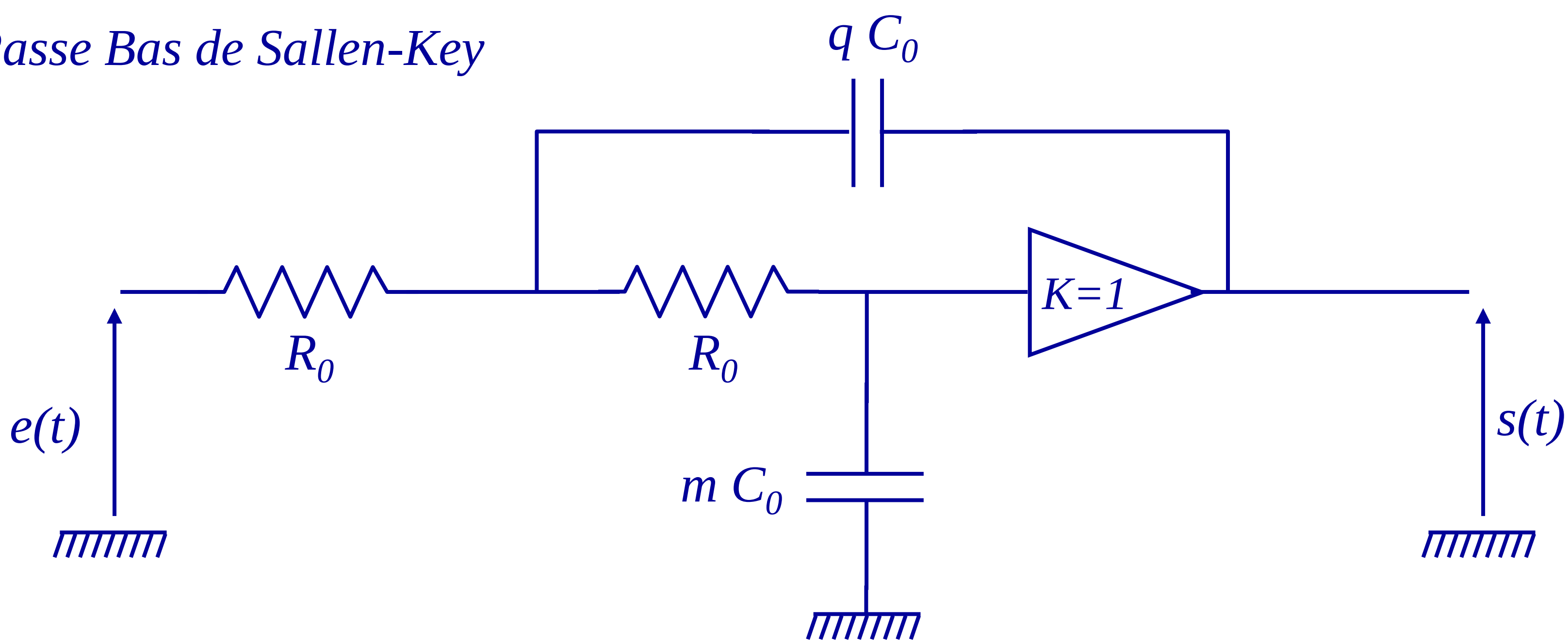
$R_1 = R_2 = R_0$ $\quad C_4 = q\ C_0$ $\quad C_3 = m\ C_0$ $\quad K=1$



$$H = \frac{1}{mq\left(R_0 C_0\right)^2 p^2 + 2m R_0 C_0 p + 1}$$

V.6.D Filtres de Sallen Key

Passe Bas de Sallen-Key



$$H = \frac{1}{mq\left(R_0 C_0\right)^2 p^2 + 2\, m\, R_0 C_0\, p + 1}$$

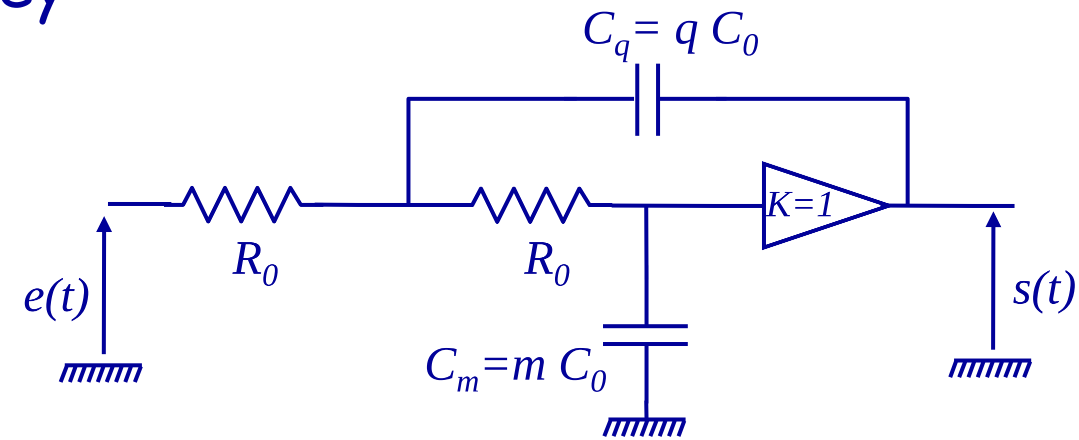
$$H = \frac{1}{\dfrac{p^2}{\omega_N{}^2} + 2\zeta \dfrac{p}{\omega_N} + 1}$$

$$\omega_N = \frac{1}{R_0 C_0 \sqrt{m\, q}}$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{m}{q}} \qquad Q = \frac{1}{2\zeta} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{q}{m}}$$

V.6.D Filtres de Sallen Key

Normalisation



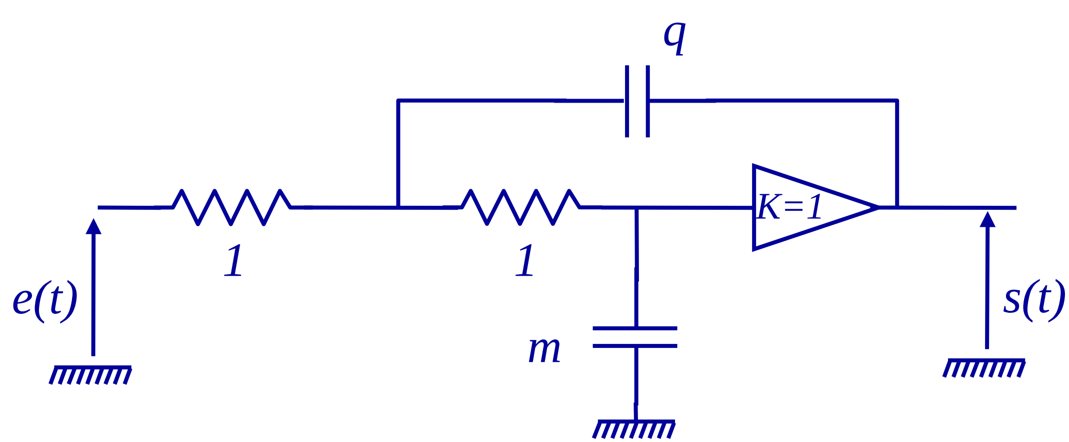
Impédance de référence : R_0 Pulsation de référence : $\omega_0 = \dfrac{1}{R_0 C_0}$

$$c_0 = R_0\, C_0\, \omega_0 = 1$$

$$r_0 = \frac{R_0}{R_0} = 1$$

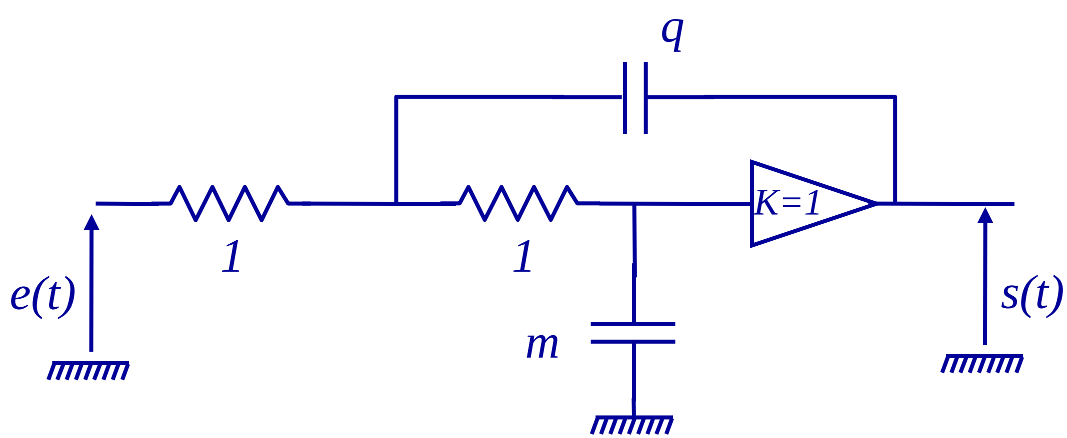
$$c_m = m\, c_0$$

$$c_q = q\, c_0$$



V.6.D Filtres de Sallen Key

Normalisation



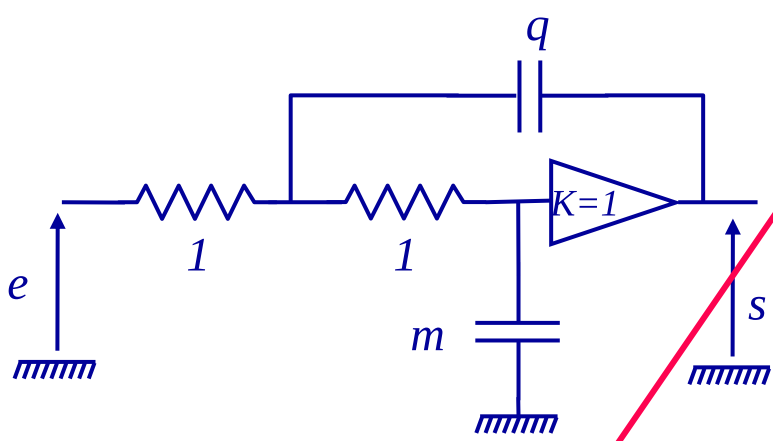
$$H = \frac{1}{mq\left(R_0 C_0\right)^2 p^2 + 2m R_0 C_0 p + 1} \qquad \text{où} \qquad \omega_0 = \frac{1}{R_0 C_0}$$

$$\longrightarrow H = \frac{1}{mq\left(\frac{1}{\omega_0{}^2}\right)p^2 + 2m\left(\frac{1}{\omega_0}\right)p + 1} \longrightarrow \boxed{H = \frac{1}{mq\, p_n{}^2 + 2m\, p_n + 1}}$$

V.6.D Filtres de Sallen Key

Exemple de filtre Passe Bas

Butterworth d'ordre 2



N	CIRCUIT	m	q	V_m	F_m	FONCTION DE TRANSMISSION
2	1	0.7071	1.4142	-	-	$(P^2+1.4142P+1)$
3	1 2	0.5000 1.0000	1.9999	1.15	0.707	$(P^2+1.0000P+1)$ $(P+1)$
4	1 2	0.9238 0.3826	1.0823 2.6131	- 1.41	- 0.840	$(P^2+1.8477P+1)$ $(P^2+0.7653P+1)$
5	1 2 3	0.8090 0.3090 1.0000	1.2360 3.2360	- 1.70	- 0.899	$(P^2+1.6180P+1)$ $(P^2+0.6180P+1)$ $(P+1)$
6	1 2 3	0.9659 0.7071 0.2588	1.0352 1.4142 3.8636	- - 1.99	- - 0.930	$(P^2+1.9318P+1)$ $(P^2+1.4142P+1)$ $(P^2+0.5176P+1)$
7	1 2 3 4	0.9009 0.6234 0.2225 1.0000	1.1099 1.6038 4.4939	- 1.02 2.30	- 0.471 0.949	$(P^2+1.8019P+1)$ $(P^2+1.2469P+1)$ $(P^2+0.4450P+1)$ $(P+1)$
8	1 2 3 4	0.9807 0.8314 0.5555 0.1950	1.0195 1.2026 1.7999 5.1258	- - 1.08 2.61	- - 0.618 0.961	$(P^2+1.9615P+1)$ $(P^2+1.6629P+1)$ $(P^2+1.1111P+1)$ $(P^2+0.3901P+1)$
9	1 2 3 4 5	0.9396 0.7660 0.5000 0.1736 1.0000	1.0641 1.3054 1.9999 5.7587	- - 1.15 2.92	- - 0.707 0.969	$(P^2+1.8793P+1)$ $(P^2+1.5320P+1)$ $(P^2+1.0000P+1)$ $(P^2+0.3472P+1)$ $(P+1)$

Tableau Bu 5. — Filtres passe-bas et passe-haut de Butterworth. Valeur des éléments et des grandeurs de réglage.

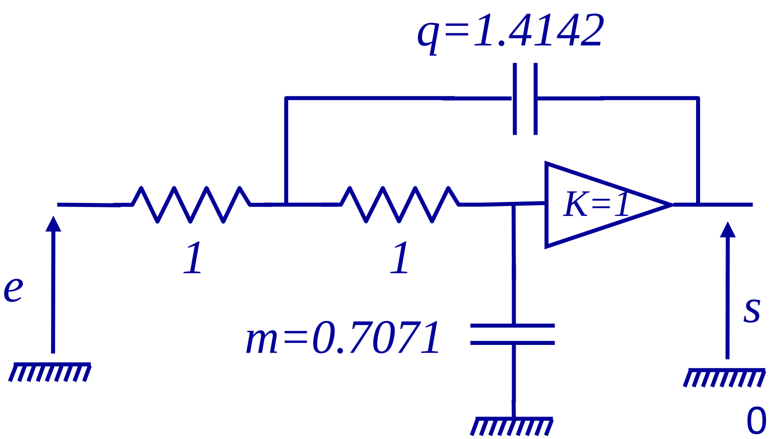
Passe Bas d'ordre 2 de Salen-Key : $m=0.7071\ ;\ q=1.4142$

$$\zeta=\sqrt{\frac{m}{q}}=0.707$$

$$H=\frac{1}{p_n^{\,2}+1.4142\,p_n+1}$$

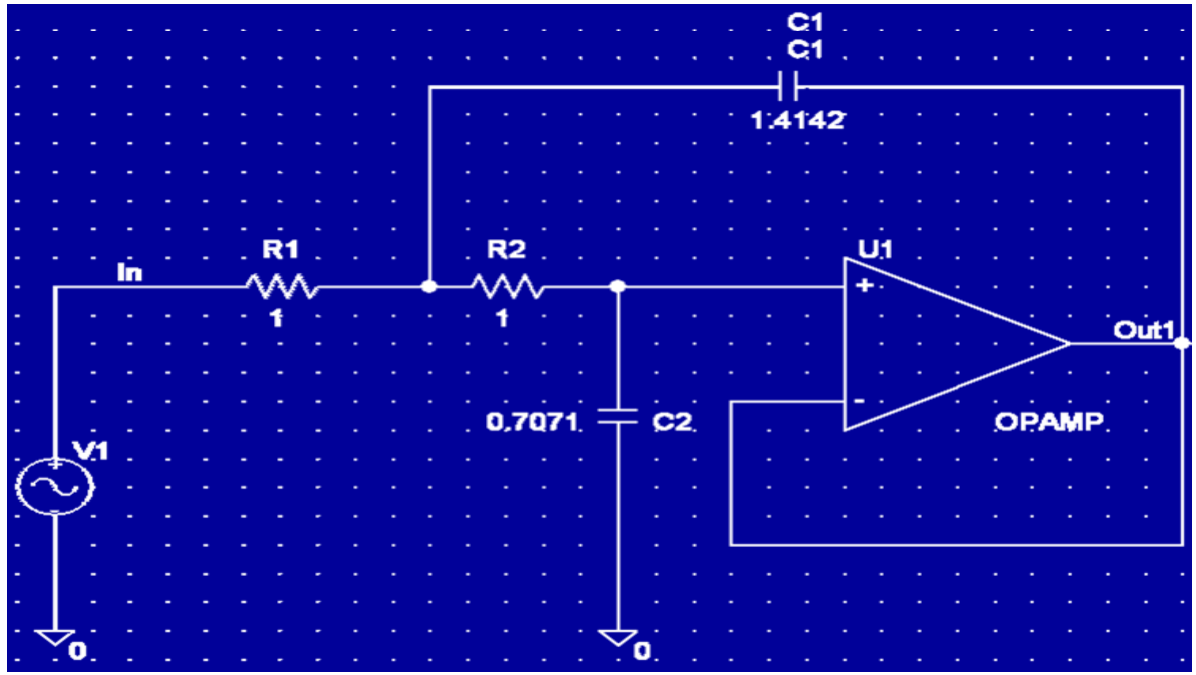
V.6.D Filtres de Sallen Key

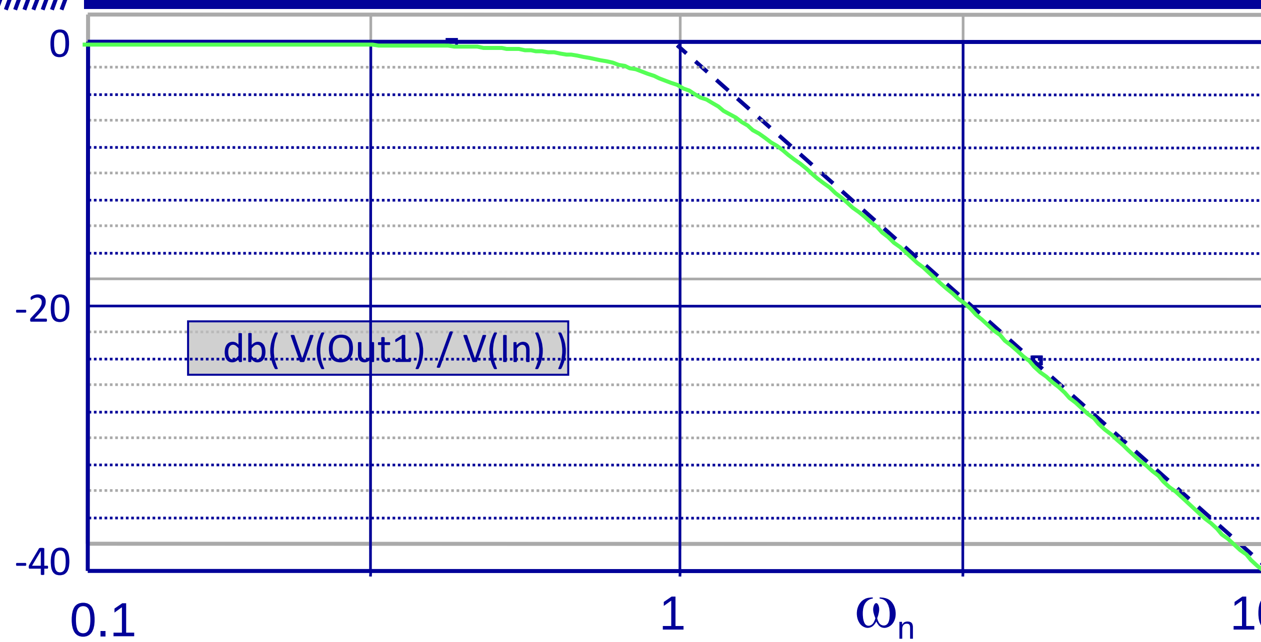
filtre normalisé



$$\zeta = \sqrt{\frac{m}{q}} = 0.707$$

PasseBasOrdre2_Normalise_Parfait.sch





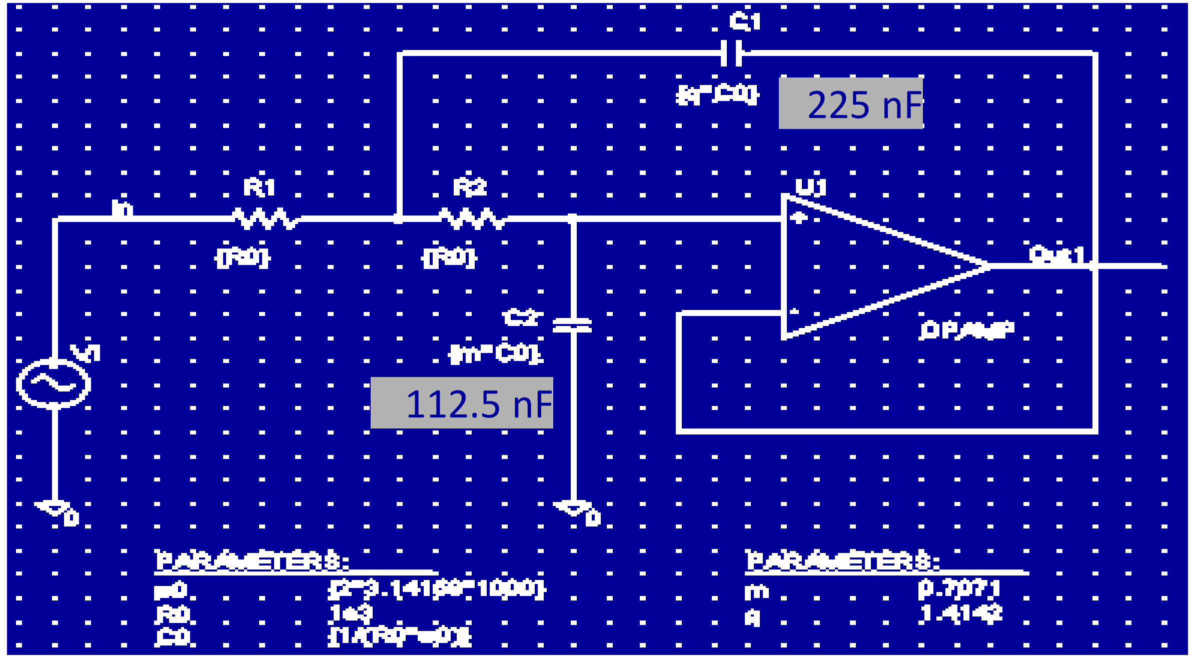
V.6.D Filtres de Sallen Key

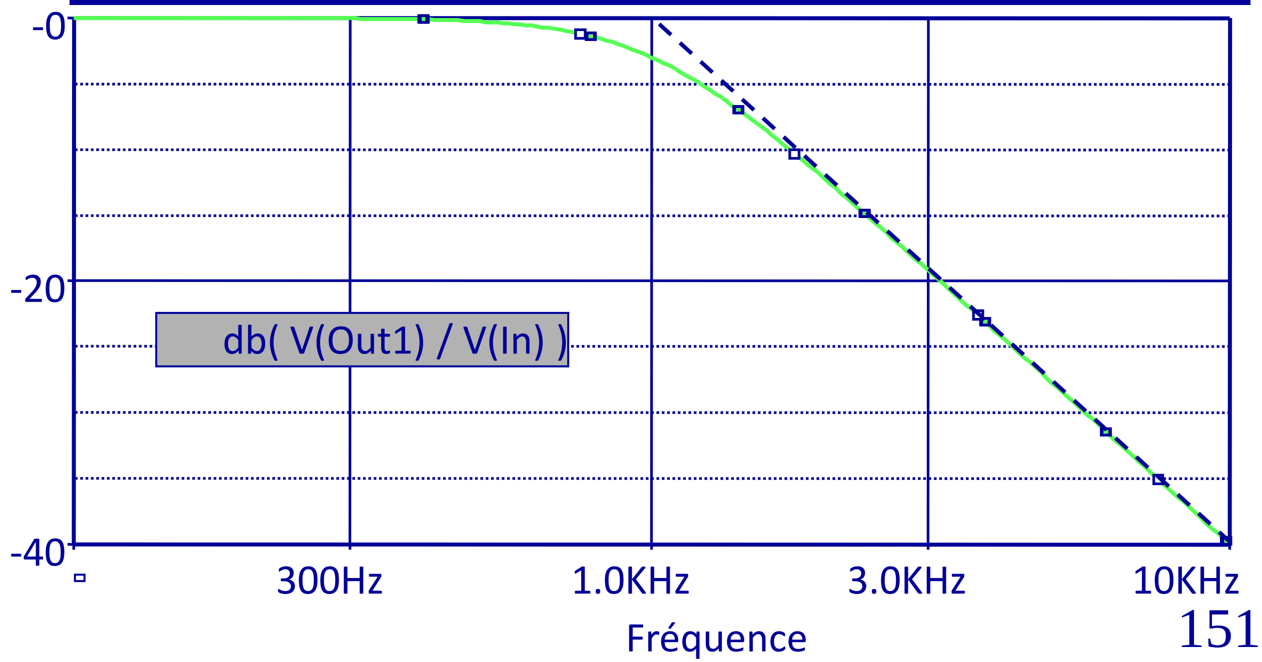
filtre dénormalisé à f_0 = 1 kHz

$$R_0 = 1k\Omega \qquad \omega_0 = 2\pi 10^3$$

$$C_0 = \frac{1}{R_0\omega_0} = 159\,nF$$

PasseBasOrdre2_Parfait.sch





V.6.D Filtres de Sallen Key

Exemple d'un filtre Passe Bas

Prototype de Butterworth d'ordre 4

N	CIRCUIT	m	q	V_m	F_m	FONCTION DE TRANSMISSION
2	1	0.7071	1.4142	-	-	$(P^2+1.4142P+1)$
3	1 2	0.5000 1.0000	1.9999	1.15	0.707	$(P^2+1.0000P+1)$ $(P+1)$
4	1 2	0.9238 0.3826	1.0823 2.6131	- 1.41	- 0.840	$(P^2+1.8477P+1)$ $(P^2+0.7653P+1)$
5	1 2 3	0.8090 0.3090 1.0000	1.2360 3.2360	- 1.7[illegible]	- 0.899	$(P^2+1.6180P+1)$ $(P^2+0.6180P+1)$ $(P+1)$
6	1 2 3	0.9659 0.7071 0.2588	1.0352 1.4142 3.8636	- - 1.99	- - 0.930	$(P^2+1.9318P+1)$ $(P^2+1.4142P+1)$ $(P^2+0.5176P+1)$
7	1 2	0.9009 0.6234	1.1099 1.6038	- 1.02	- 0.471	$(P^2+1.8019P+1)$ $(P^2+1.2469P+1)$

Tableau Bu 5. — Filtres passe-bas et passe-haut de Butterworth. Valeur des éléments et des grandeurs de réglage.

$m_1 = 0.9238$; $q_1 = 1.0823$

$m_2 = 0.3826$; $q_2 = 2.6131$

$$\zeta_1 = \sqrt{\frac{m_1}{q_1}} = 0.924$$

$$\zeta_2 = \sqrt{\frac{m_2}{q_2}} = 0.383$$

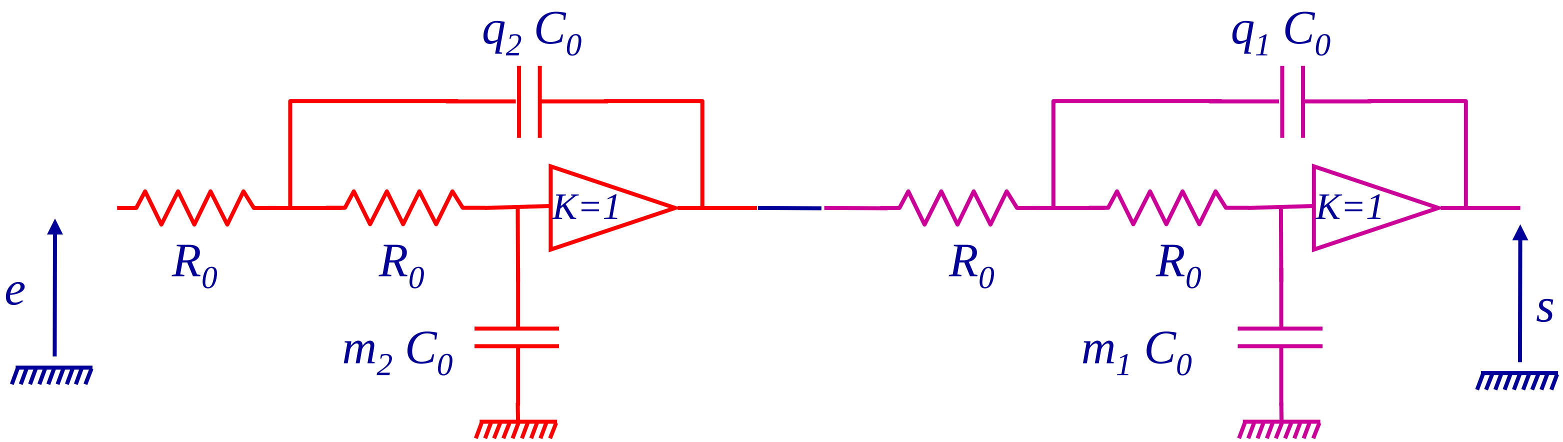
résonance $G(\omega_r = 0.840\,\omega_0) = V_m = 1.41$

$$H = \frac{1}{p_n^{\,2} + 1.8477\,p_n + 1}\;\frac{1}{p_n^{\,2} + 0.7653\,p_n + 1}$$

V.6.D Filtres de Sallen Key

Passe Bas de Sallen-Key : exemple Passe Bas de Butterworth d'ordre 4

$$H = \frac{1}{p_n^2 + 0.7653\, p_n + 1} \qquad \frac{1}{p_n^2 + 1.8477\, p_n + 1}$$



$m2=0.3826\ ;\ q2=2.6131$

$m1=0.9238\ ;\ q1=1.0823$

$G(\omega_r = 0.840\ \omega_0) = V_m = 1.41$

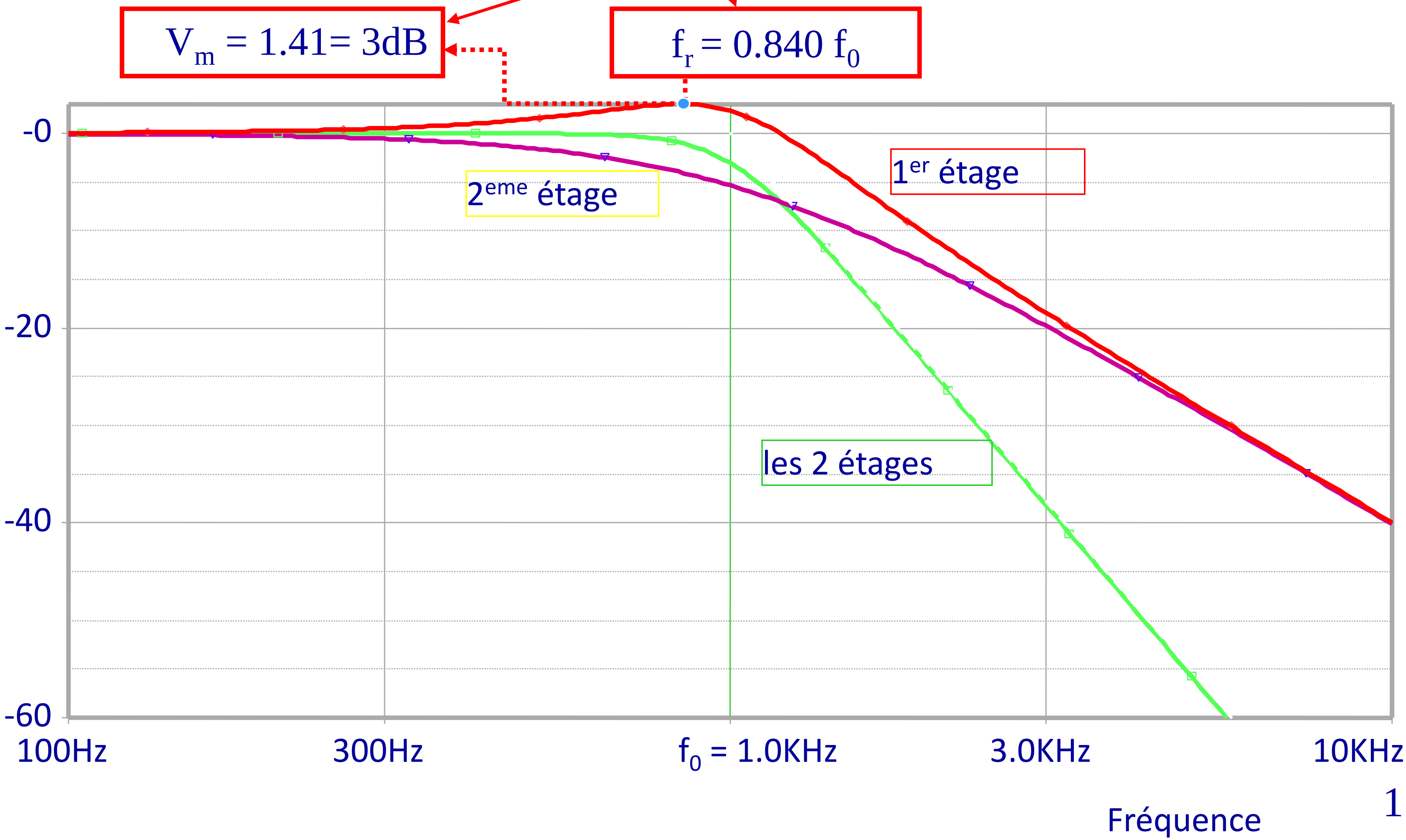
PasseBasOrdre4_Parfait.sch

Les Q élevé en tête

V.6.D Filtres de Sallen Key

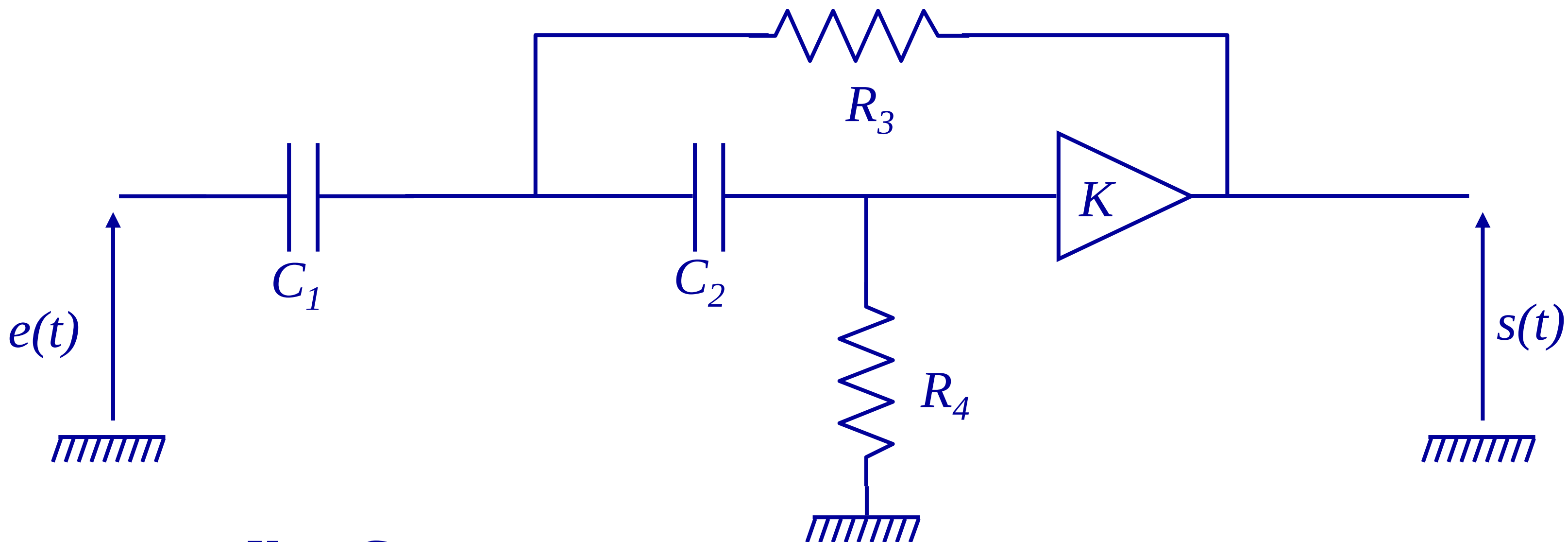
Passe Bas de Sallen-Key : exemple Passe Bas de Butterworth d'ordre 4

4	1	0.9238	1.0823	–	–	$(P^2+1.8477P+1)$
	2	0.3826	2.6131	1.41	0.840	$(P^2+0.7653P+1)$



V.6.D Filtres de Sallen Key

Passe Haut *de Sallen-Key*



$$Y_1 = C_1 p$$

$$Y_2 = C_2 p$$

$$Z_3 = R_3$$

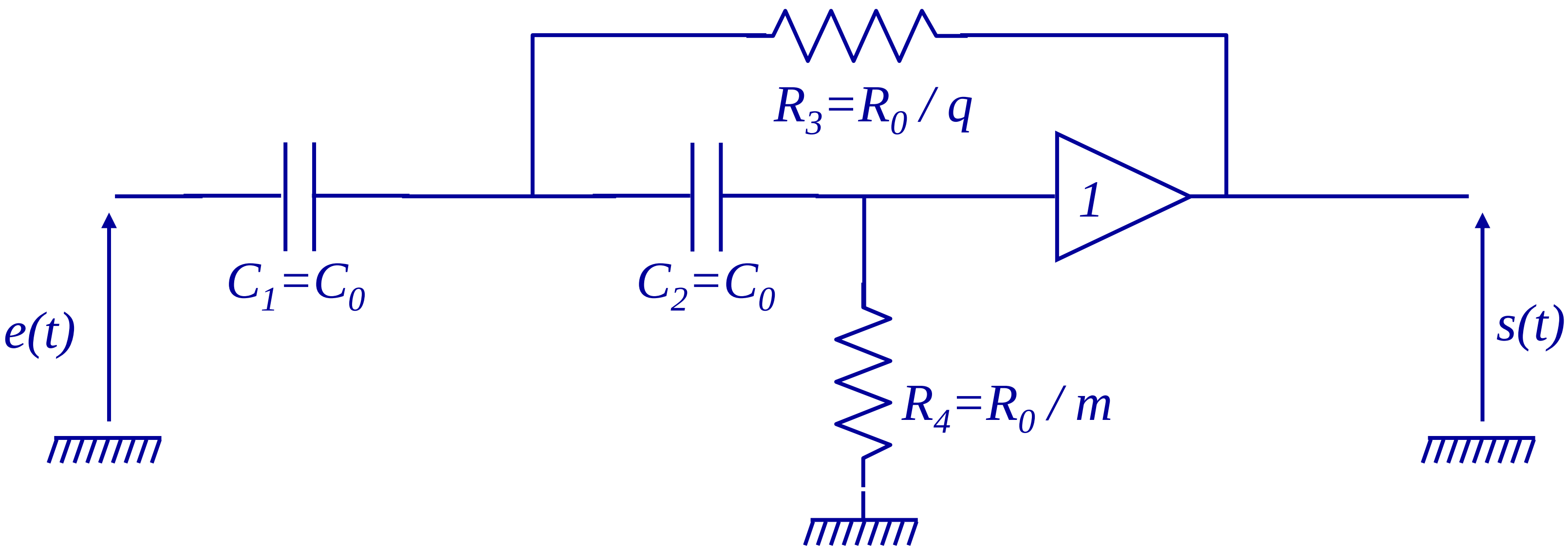
$$Z_4 = R_4$$

$$Z_5 = \infty$$

$$H = \frac{K\, R_3\, R_4 C_1\, C_2\, p^2}{R_3\, R_4 C_1\, C_2 p^2 + \left[R_3\left(C_1 + C_2\right) + C_2\left(1 - K\right) R_4\right] p + 1}$$

V.6.D Filtres de Sallen Key

Passe Haut de Sallen-Key

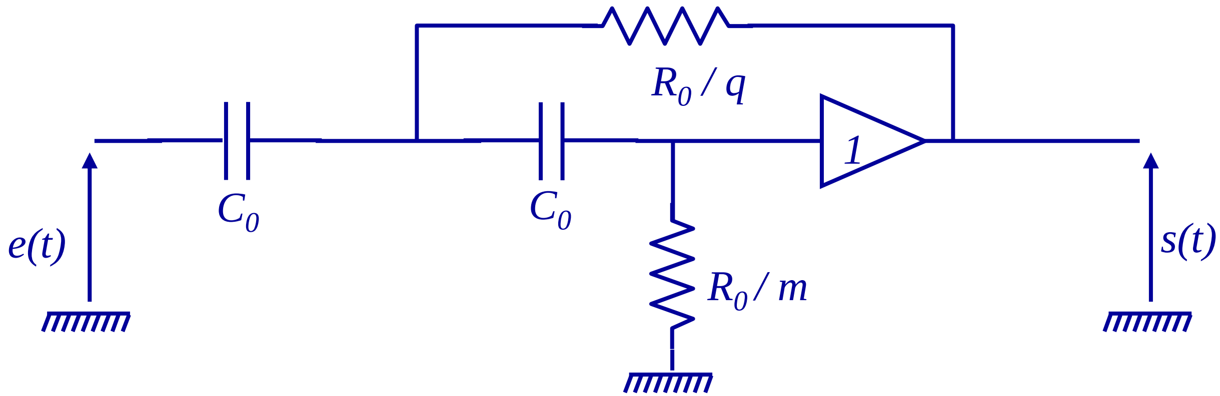


$C_1 = C_2 = C_0$ $\qquad R_4 = R_0/m$ $\qquad R_3 = R_0/q$ $\qquad K=1$

$$H = \frac{R_0^{\,2} C_0^{\,2} p^2 / (mq)}{R_0^{\,2} C_0^{\,2} p^2 / (mq) + 2 R_0 C_0 p / q + 1}$$

V.6.D Filtres de Sallen Key

Passe Haut de Sallen-Key



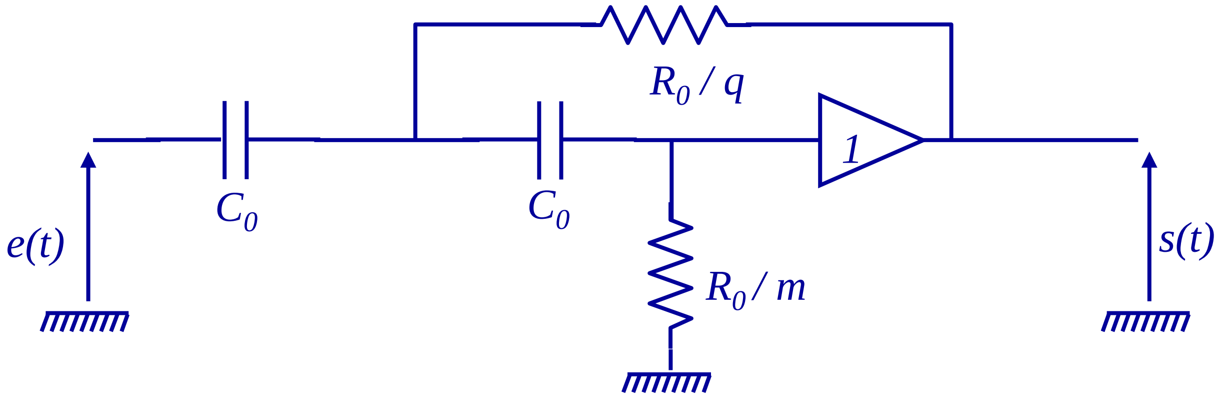
$$H = \frac{R_0^{\,2} C_0^{\,2} p^2/(mq)}{R_0^{\,2} C_0^{\,2} p^2/(mq) + 2 R_0 C_0 p/q + 1}$$

$$H = \frac{\dfrac{p^2}{\omega_N^{\,2}}}{\dfrac{p^2}{\omega_N^{\,2}} + 2\zeta \dfrac{p}{\omega_N} + 1}$$

$$\omega_N = \frac{\sqrt{mq}}{R_0 C_0} \qquad \zeta = \sqrt{\frac{m}{q}}$$

V.6.D Filtres de Sallen Key

Passe Haut de Sallen-Key



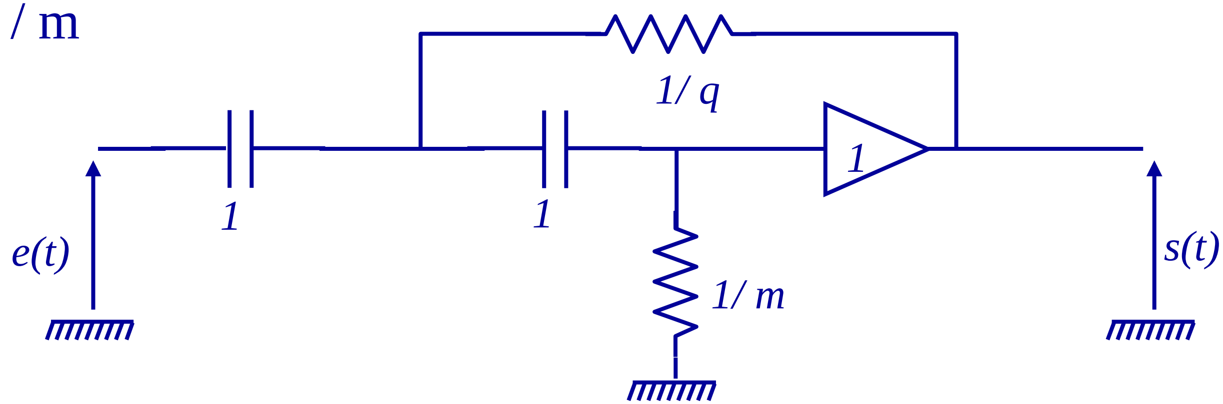
avec R_0 et $\omega_0 = \dfrac{1}{R_0 C_0}$

$R_0 \longrightarrow 1$

$C_0 \longrightarrow 1$

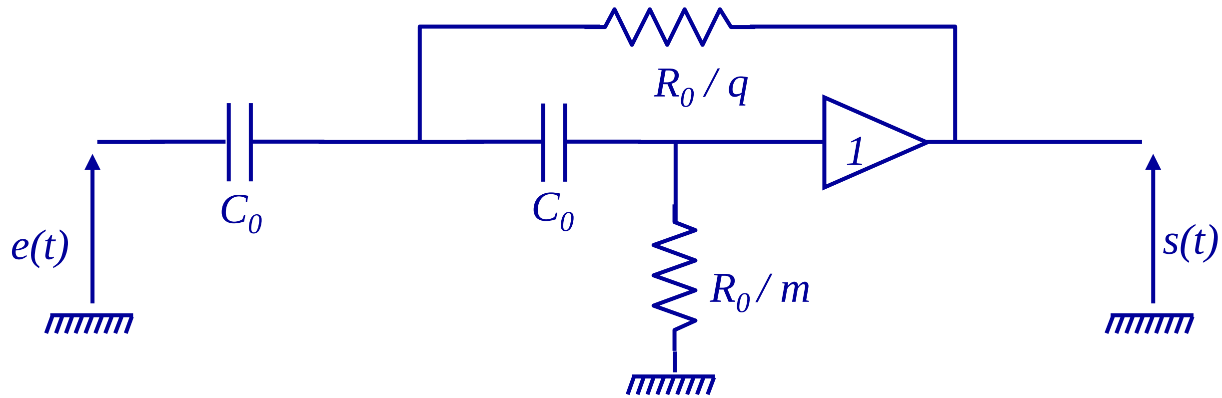
$R_0 / q \longrightarrow 1 / q$

$R_0 / m \longrightarrow 1 / m$



V.6.D Filtres de Sallen Key

Normalisation



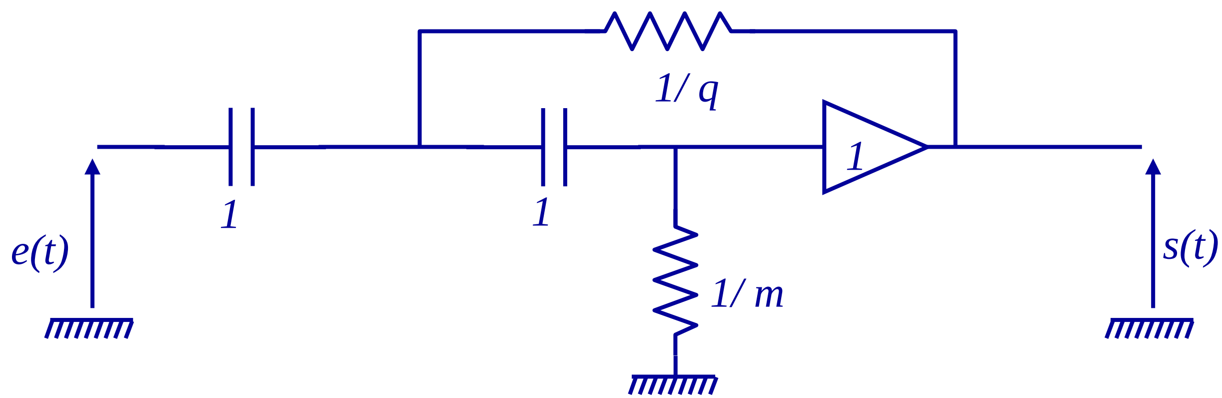
Impédance de référence : R_0

Pulsation de référence : $\omega_0 = \dfrac{1}{R_0 C_0}$

$$c_0 = R_0\, C_0\, \omega_0 = 1$$

$$r_m = \frac{R_0 / m}{R_0} = \frac{1}{m}$$

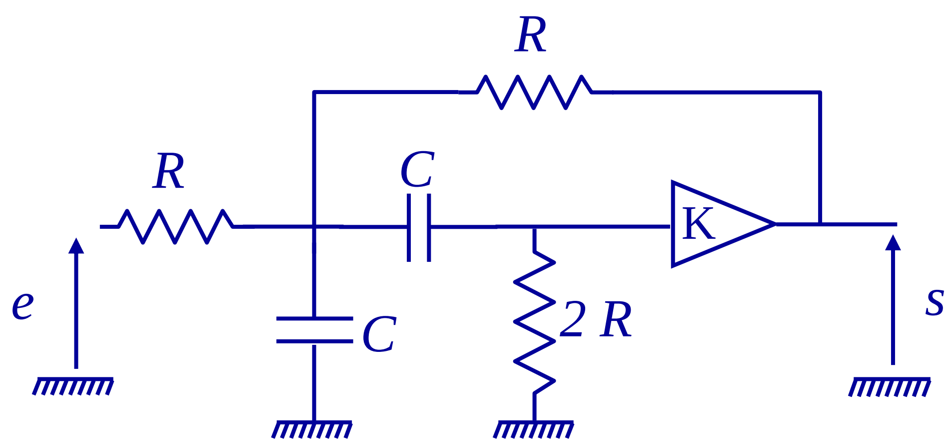
$$r_q = \frac{R_0 / q}{R_0} = \frac{1}{q}$$

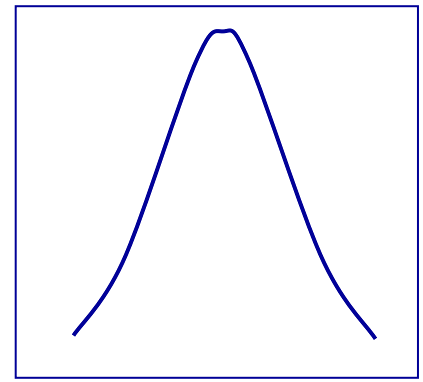


V.6.D Filtres de Sallen Key

Passe Bande *de Sallen-Key*

Fonction du 2^eme^ ordre (mais pentes en ± 20dB/dec) ➔ ***Passe Bande du 1^er^ ordre***





$$H = \frac{K\,p/\omega_0}{p^2/\omega_0^{\,2} + 2\zeta\,p/\omega_0 + 1} \qquad \omega_0 = \frac{1}{RC} \qquad \zeta = \frac{3-K}{2}$$

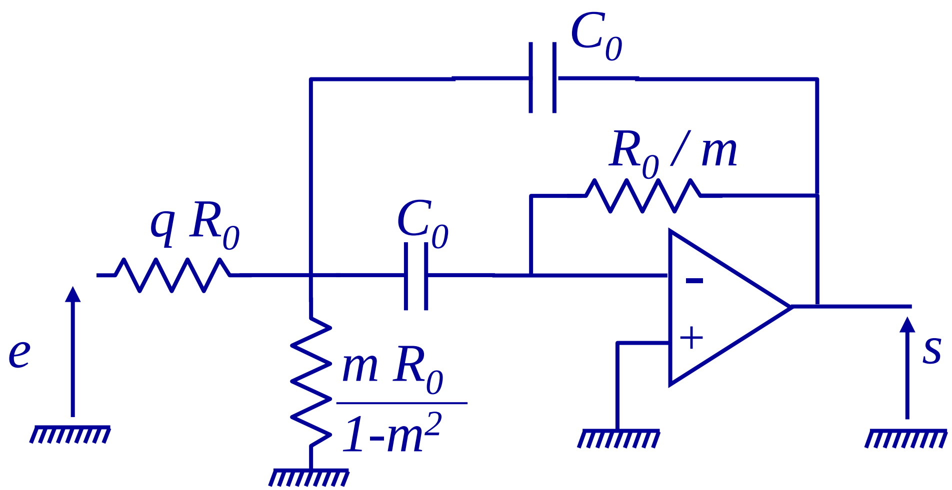
Gain à ω_0 : $$G_0 = \frac{K}{3-K}$$

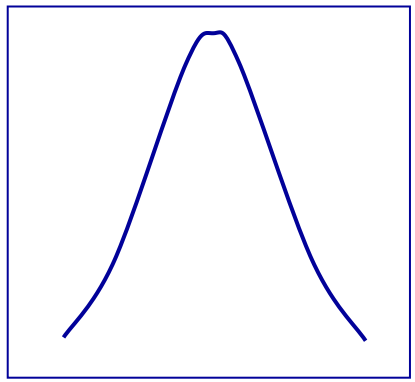
mais structure trop sensible aux écarts de valeur

V.6.D Filtres de Sallen Key

Passe Bande de Rauch

Fonction du 2ème ordre (mais pentes en ± 20dB/dec) ➔ ***Passe Bande du 1er ordre***





$$G_0 = \frac{1}{4}$$

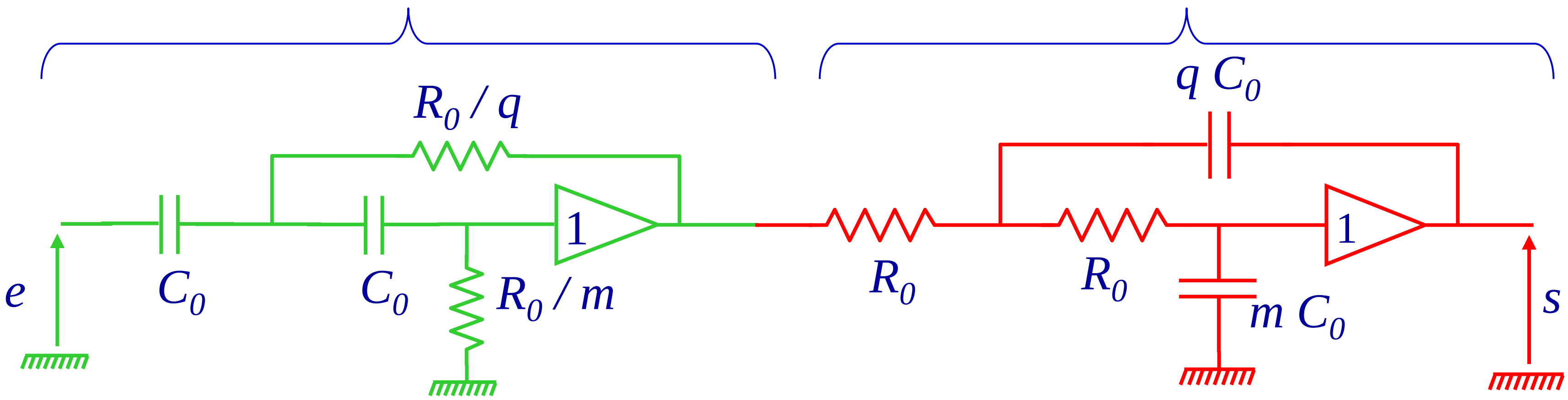
$$H = \frac{m\, p_n}{p_n^{\,2} + 2\, m\, p_n + 1} \qquad \zeta = m \qquad \omega_N = 1$$

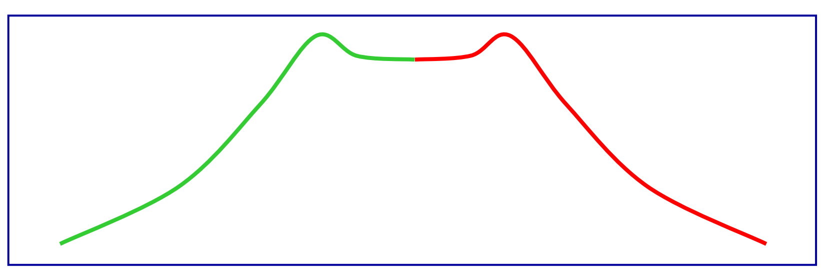
V.6.D Filtres de Sallen Key

*Passe Bande de Sallen-Key du **2eme ordre** (pentes en $1/p^2$ en ± 40 dB/dec)*

Association

d'un filtre Passe Haut du 2eme ordre et d'un filtre Passe Bas du 2eme ordre

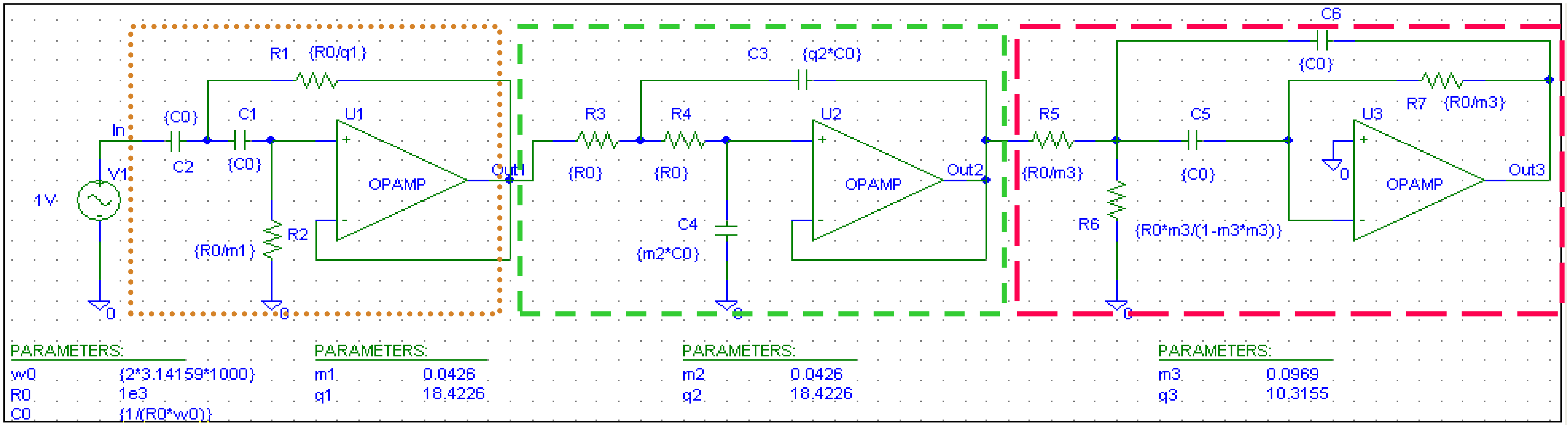


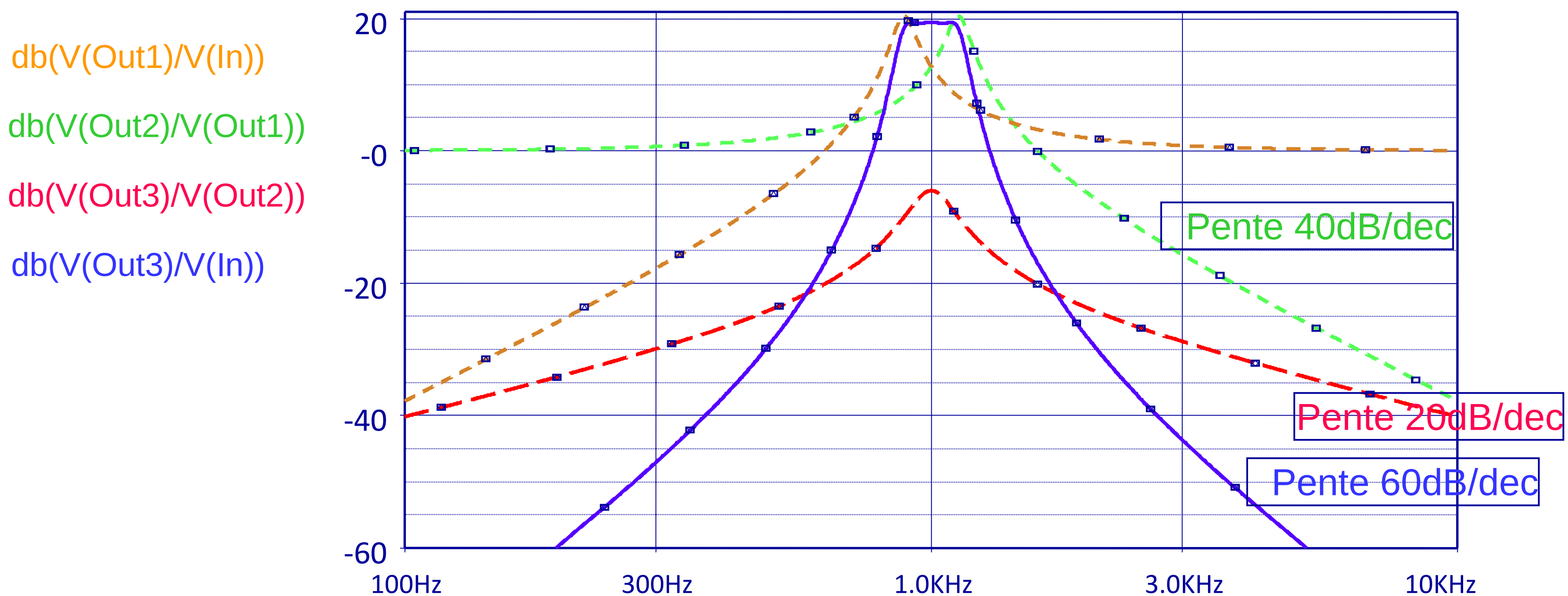


V.6.D Filtres de Sallen Key

Chebychev Ordre 3 de bande relative de 20% (pentes en $1/p^3$ ± 60dB/dec)

PasseBandeOrdre3_Chebychev_0.20_Parfait.sch





V.6.E Filtres de Sallen Key - sensibilité

Rappel sur la sensibilité

Soit une fonction $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$,

la sensibilité notée $S_{x_i}^{f}$ *vaut :*

$$\boxed{S_{x_i}^{f} = \frac{\partial f / f}{\partial x_i / x_i} = x_i \frac{\partial f / \partial x_i}{f} = x_i \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\ln(f)\right]}$$

Elle représente la variation relative de la fonction f par rapport à la variation relative du paramètre x_i

exemple : $f(x,y) = x^2 + 3y$

$$S_x^f = \frac{\partial f / f}{\partial x / x} = x \frac{\partial f / \partial x}{f} = x \frac{2x}{x^2 + 3y}$$

$$S_y^f = \frac{\partial f / f}{\partial y / y} = y \frac{\partial f / \partial y}{f} = y \frac{3}{x^2 + 3y}$$

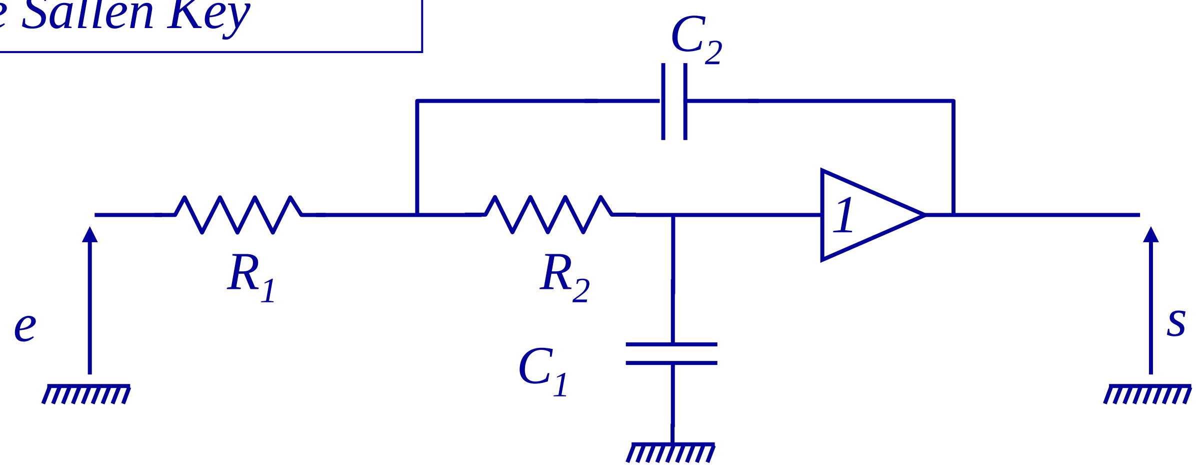
A.N : en $x=1$ *et* $y=1$ $\quad S_x^f = 0.5$ *(50%)* $\quad S_y^f = 0.75$ *(75%)*

si x varie 20% (dx/x = 0.2) alors f varie de $[dx/x]*[S_x]$ *soit 0.2 * 0.5 = 0.1 = (10%)*

si y varie 20% (dy/y = 0.2) alors f varie de $[dy/y]*[S_y]$ *soit 0.2 * 0.75 = 0.15 = (15%)*

V.6.E Filtres de Sallen Key - sensibilité

Sensibilité d'un filtre de Sallen Key

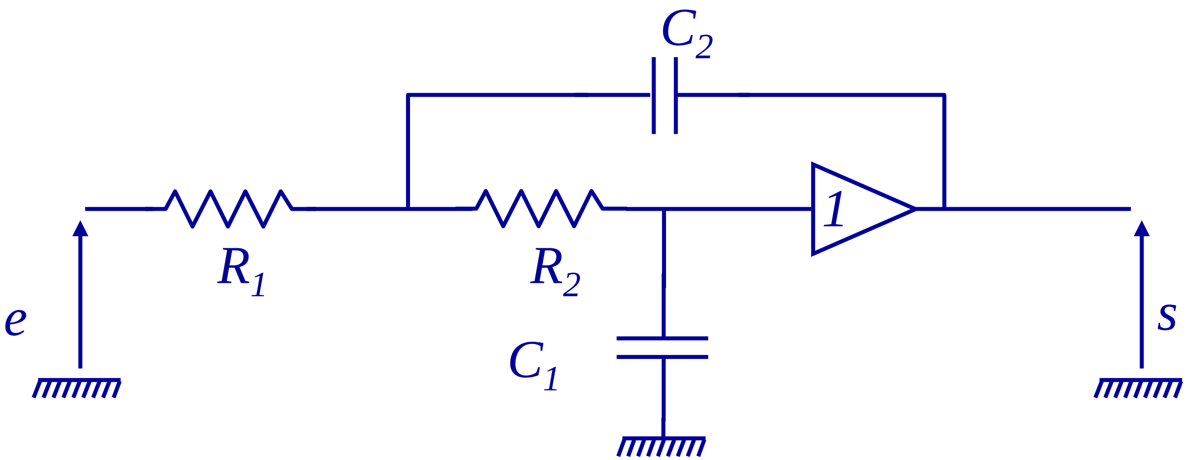


$$H = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + \left[\left(R_1 + R_2 \right) C_1 \right] p + 1}$$

$$\omega_N = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \qquad \zeta = \frac{C_1 \left[R_1 + R_2 \right]}{2\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

V.6.E Filtres de Sallen Key - sensibilité

Sensibilité d'un filtre de Sallen Key



$$\omega_N = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$\zeta = \frac{C_1 [R_1 + R_2]}{2\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$S_{R_i}^{\omega_N} = \frac{\partial \omega_N / \omega_N}{\partial R_i / R_i} = R_i \frac{\partial}{\partial R_i} [\ln(\omega_N)]$$

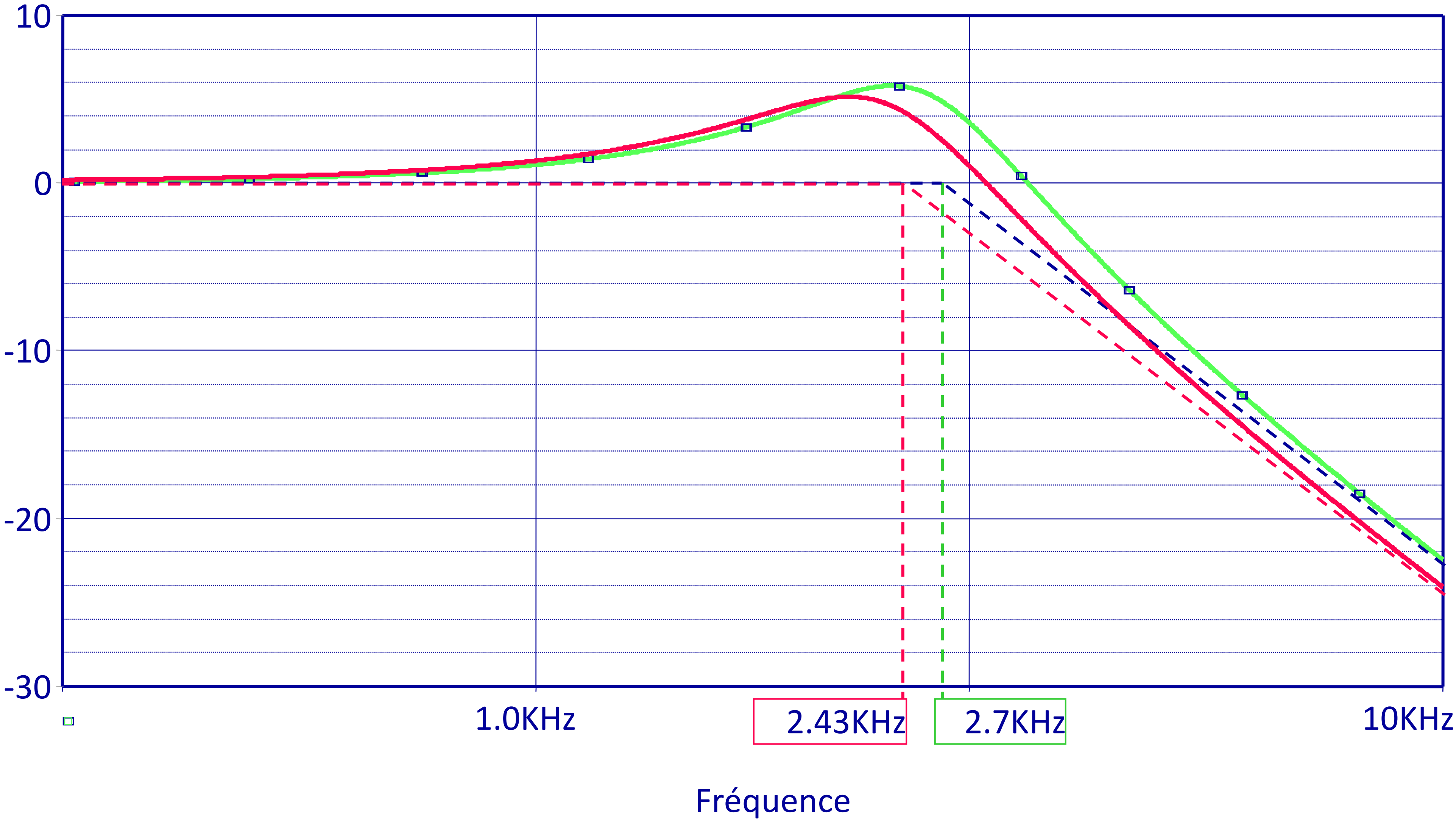
$$S_{R_1}^{\omega_N} = R_1 \frac{\partial}{\partial R_1}\left[\ln\left(\frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}\right)\right] = -\frac{1}{2} R_1 \frac{\partial}{\partial R_1}[\ln(R_1 R_2 C_1 C_2)] = -\frac{1}{2} R_1 \underbrace{\frac{\partial}{\partial R_1}[\ln(R_1)]}_{1/R_1} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{R_2}^{\omega_N} = S_{C_1}^{\omega_N} = S_{C_2}^{\omega_N} = -\frac{1}{2}$$

V.6.E Filtres de Sallen Key - sensibilité

Sensibilité d'un filtre de Sallen Key

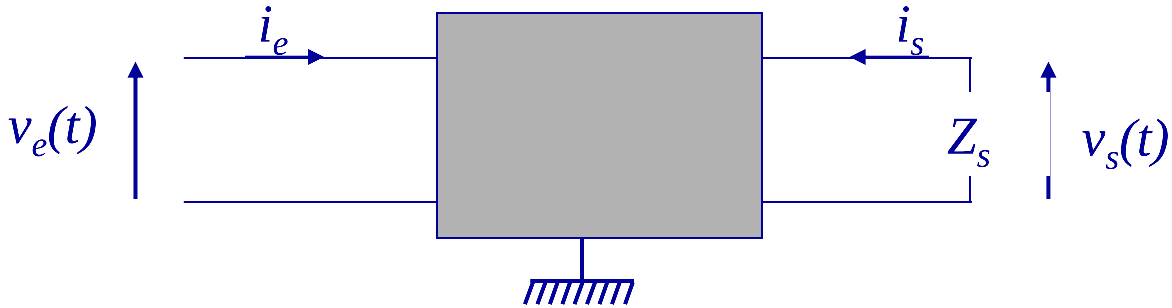
$$S_{C_1}^{\omega_N} = -\frac{1}{2} \qquad \frac{\delta C_1}{C_1} = 20\% \Rightarrow \frac{\delta \omega_N}{\omega_N} = -10\%$$



V.7 Synthèse avancée des Filtres actifs

Traité sur le poly de cours mais pas en cours

V.7 Synthèse avancée des Filtres Actifs



$v_e = k\, v_s$

$i_s = -\, k'\, i_e$

$$\Rightarrow \frac{v_e}{i_e} = \frac{k\, v_s}{i_s/(-k')} = -k\, k' \frac{v_s}{i_s} \Rightarrow \boxed{Z_e = K\, Z_s}$$

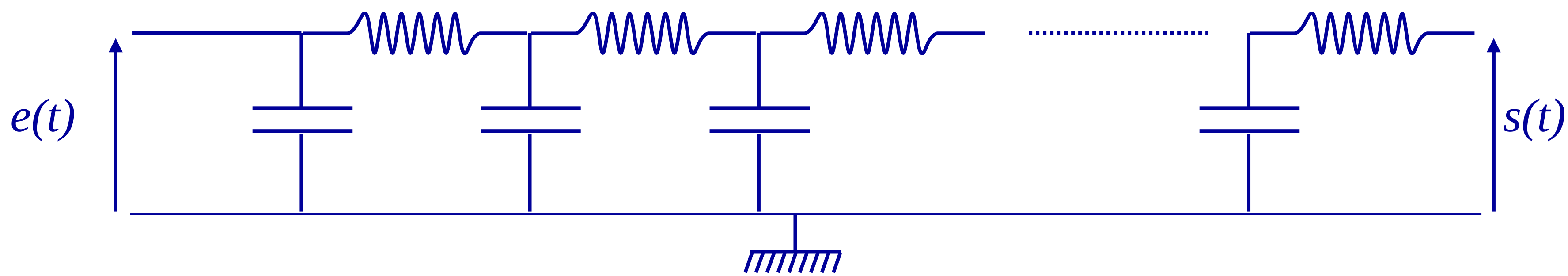
Si K est négatif on parle de Negative Impedance Converter (NIC)

Si K est positif on parle de Positive Impedance Converter (PIC)

Si K est complexe on parle de Generalised Impedance Converter (GIC)

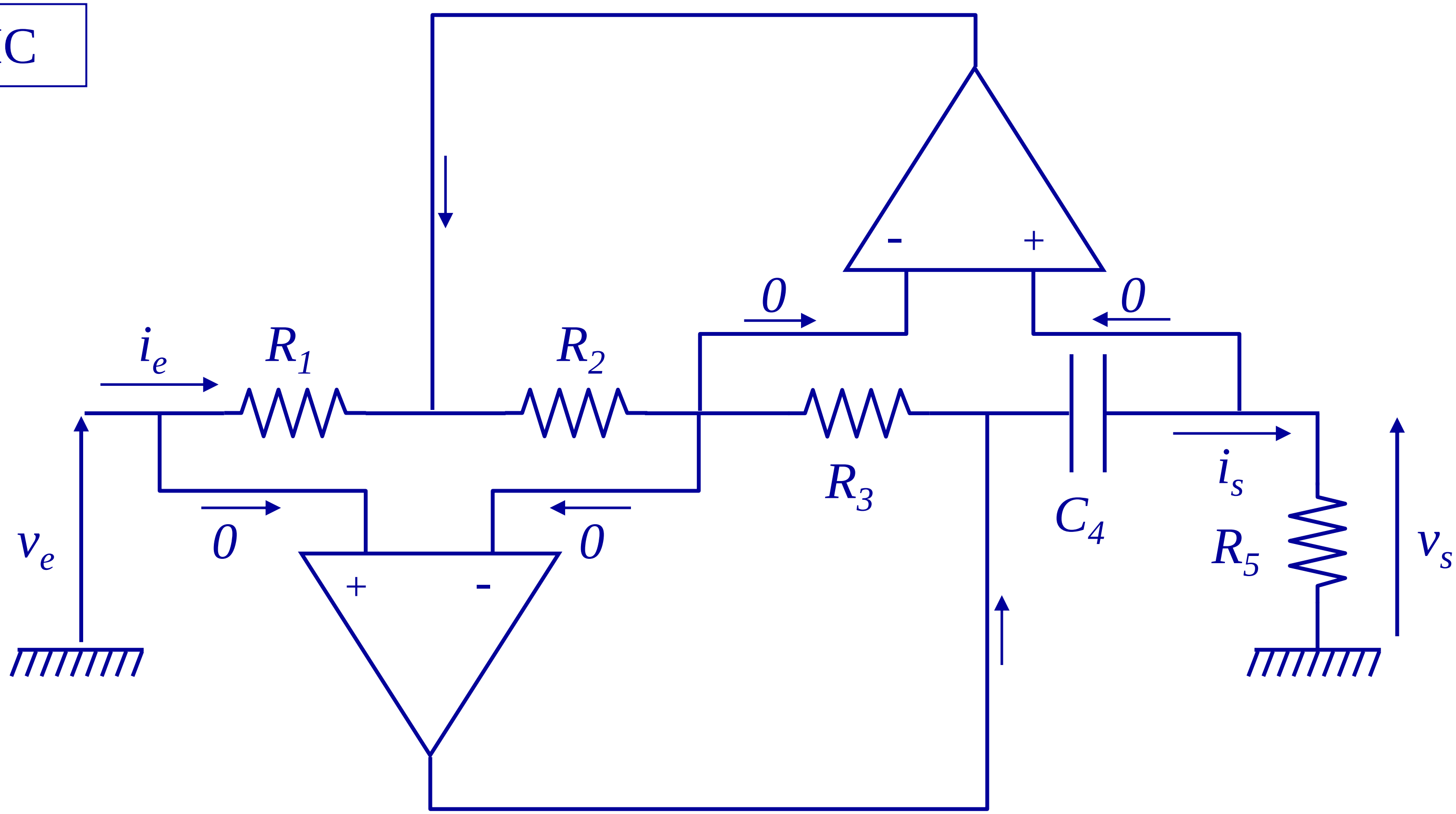
V.7 Synthèse avancée des Filtres Actifs

On part d'une structure de filtre passif en échelle



et on simule les inductances par des circuits actifs <u>sans utiliser de self</u>

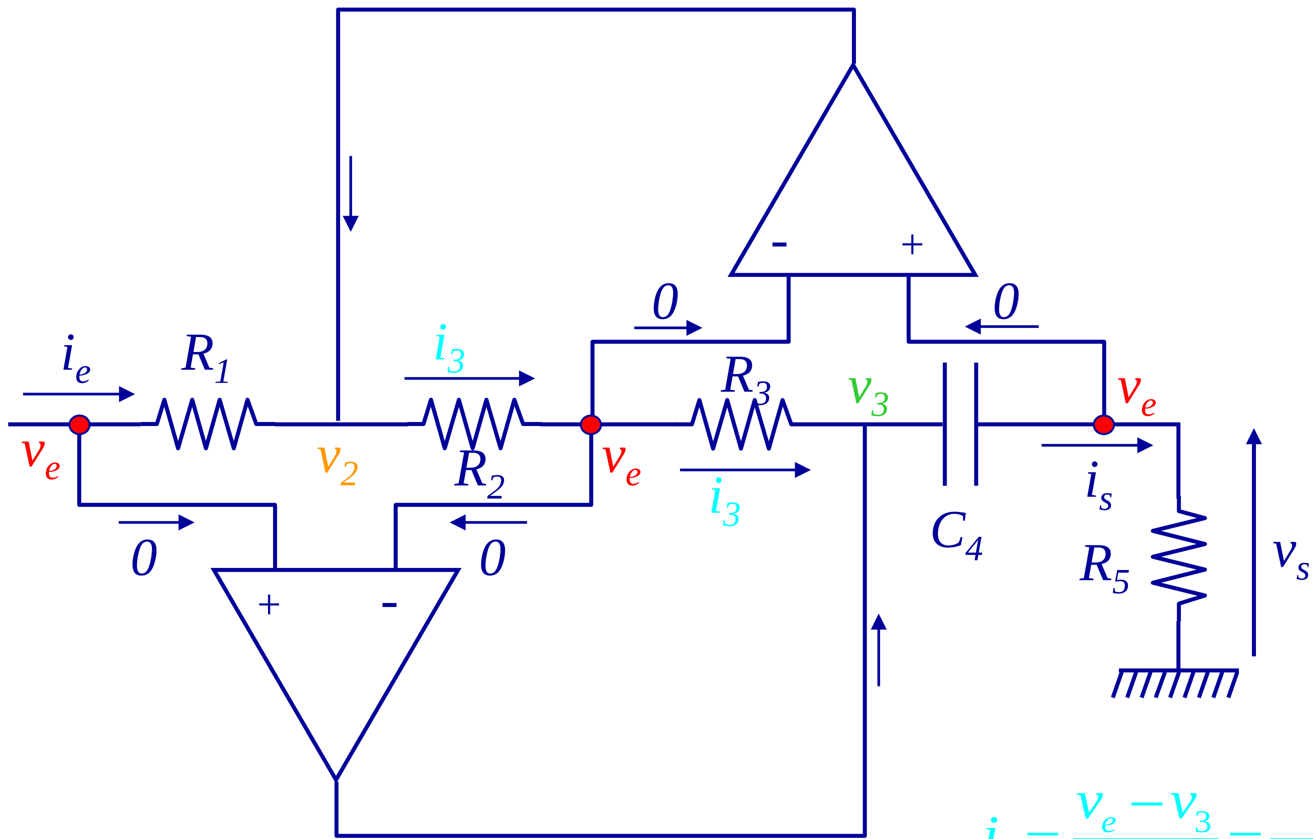
GIC



$$Z_e = \frac{v_e}{i_e} = \frac{R_1\, R_3\, R_5\, C_4}{R_2}\, p = L\, p$$

équivalent à une self en parallèle (mise à la masse)

V.7 Synthèse avancée des Filtres Actifs



$$i_s = \frac{v_s}{R_5}$$

or $v_s = v_e$

$$\frac{v_3 - v_e}{Z_{C_4}} = (v_3 - v_e) C_4\, p = \frac{v_e}{R_5}$$

$$v_3 = v_e \left(\frac{1}{R_5\, C_4\, p} + 1 \right)$$

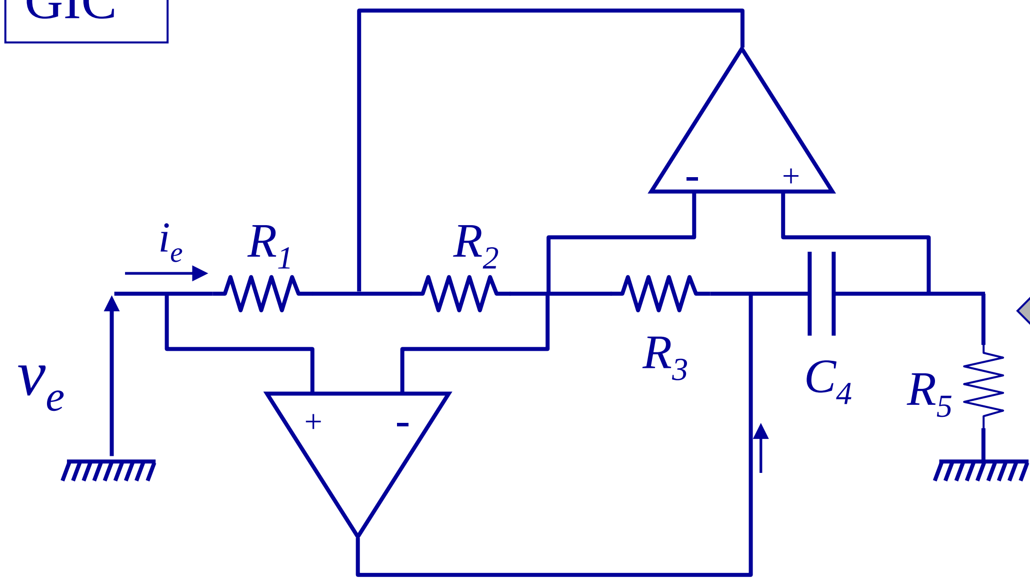
$$i_3 = \frac{v_e - v_3}{R_3} = \frac{-v_e}{R_3\, R_5\, C_4\, p}$$

$$i_3 = \frac{v_2 - v_e}{R_2} = \frac{-v_e}{R_3\, R_5\, C_4\, p} \quad \Rightarrow \quad v_2 = v_e \left(-\frac{R_2}{R_3\, R_5\, C_4\, p} + 1 \right)$$

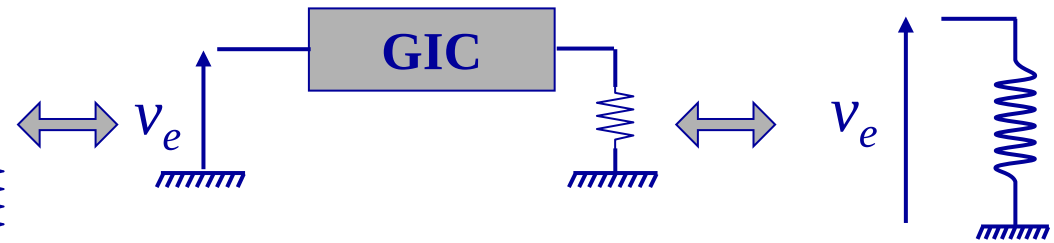
$$i_e = \frac{v_e - v_2}{R_1} = v_e \left(\frac{R_2}{R_1\, R_3\, R_5\, C_4\, p} \right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{Z_e = \frac{v_e}{i_e} = \frac{R_1\, R_3\, R_5\, C_4\, p}{R_2}}$$

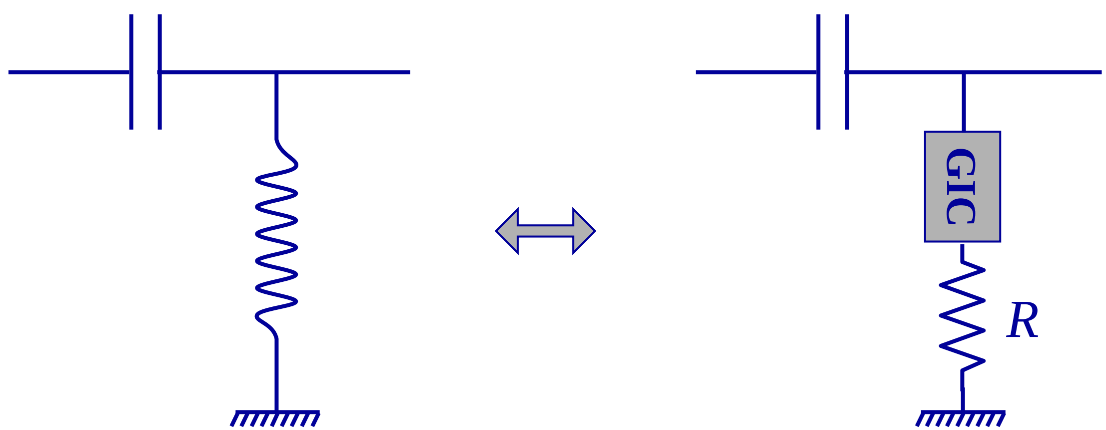
V.7 Synthèse avancée des Filtres Actifs

GIC



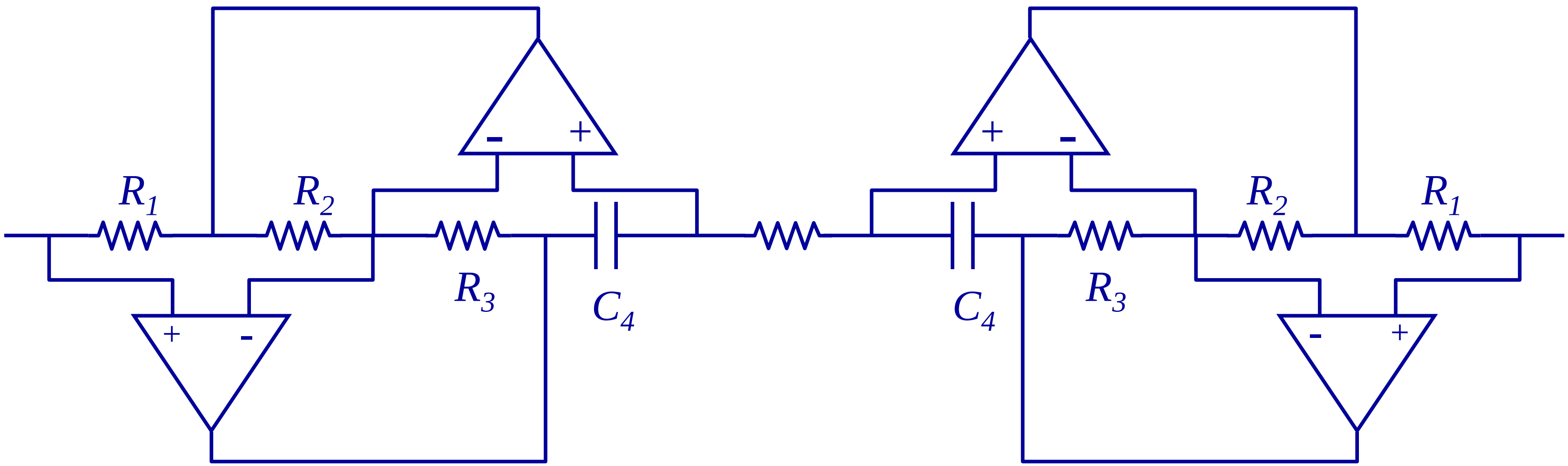
GIC = Generalised Impedance Converter





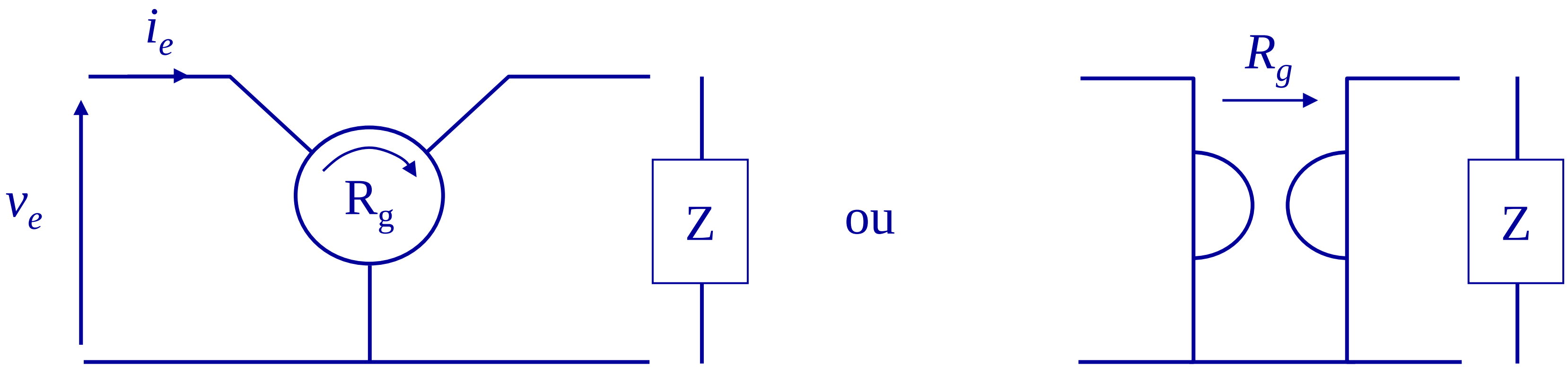
V.7 Synthèse avancée des Filtres Actifs

Pour simuler une inductance en série, il faut 2 GIC



V.7 Synthèse avancée des Filtres Actifs

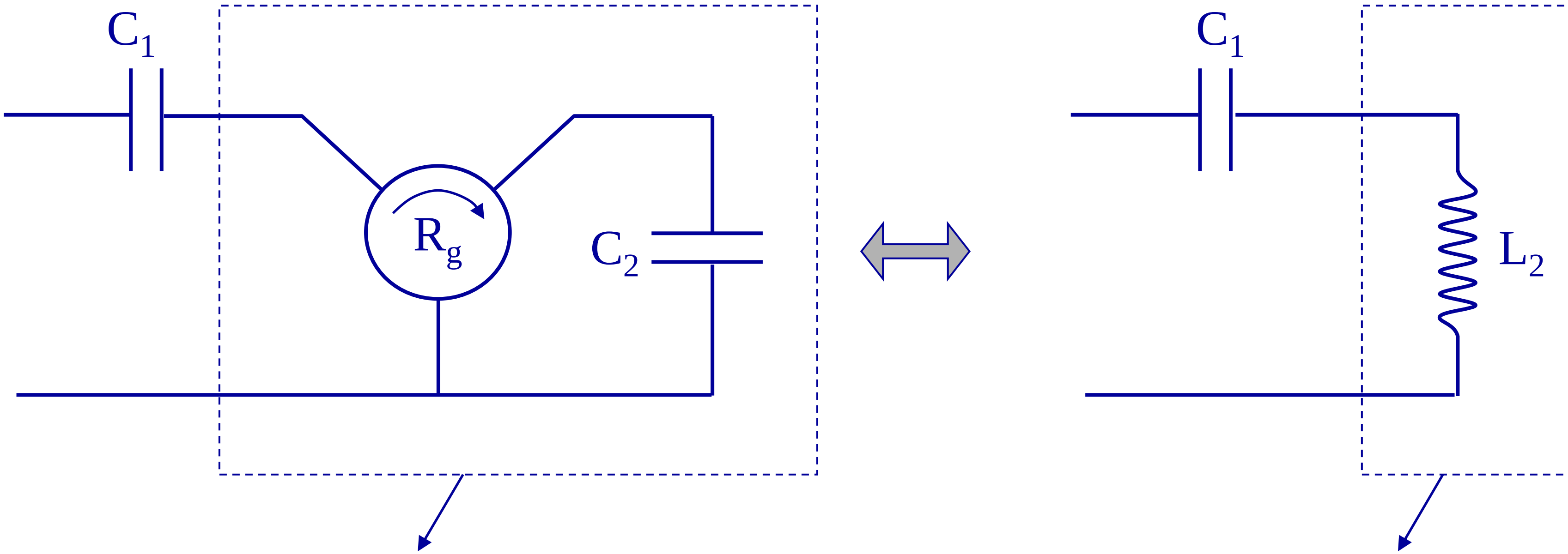
Gyrateur



$$\boxed{Z_e = \frac{v_e}{i_e} = \frac{R_g^{\ 2}}{Z}}$$

V.7 Synthèse avancée des Filtres Actifs

Utilisation du Gyrateur

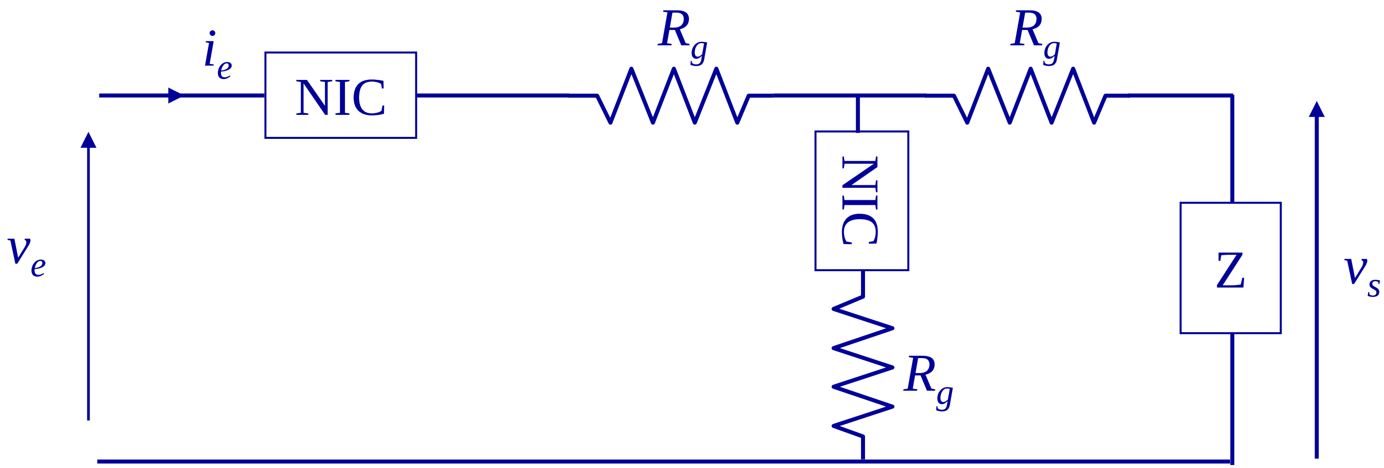


$$\frac{R_g^{\ 2}}{Z_c} = R_g^{\ 2}\, C_2\; p = L_2\; p$$

$$L_2 = R_g^{\ 2}\, C_2$$

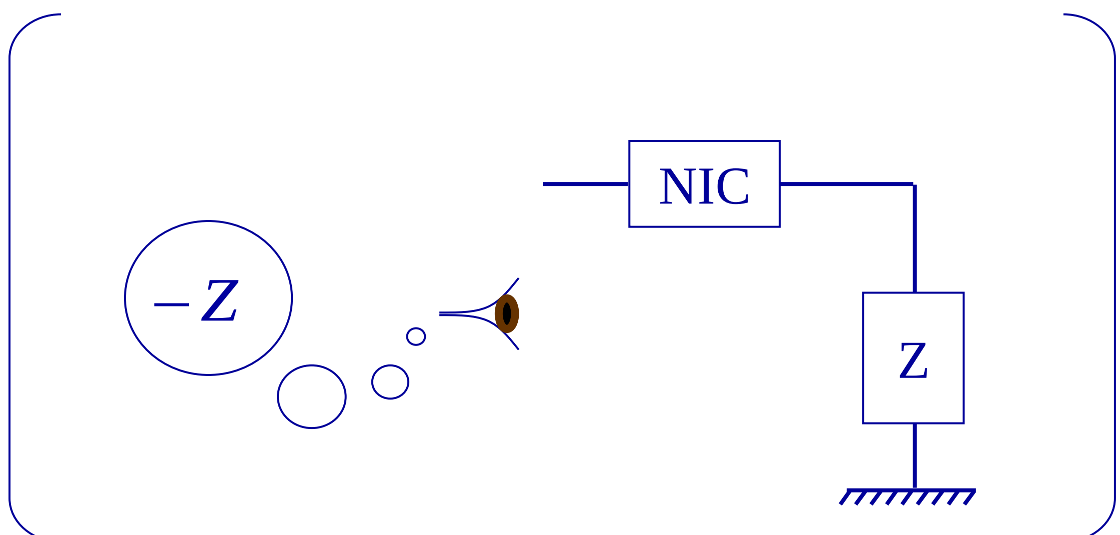
V.7 Synthèse avancée des Filtres Actifs

Structure d'un Gyrateur ?

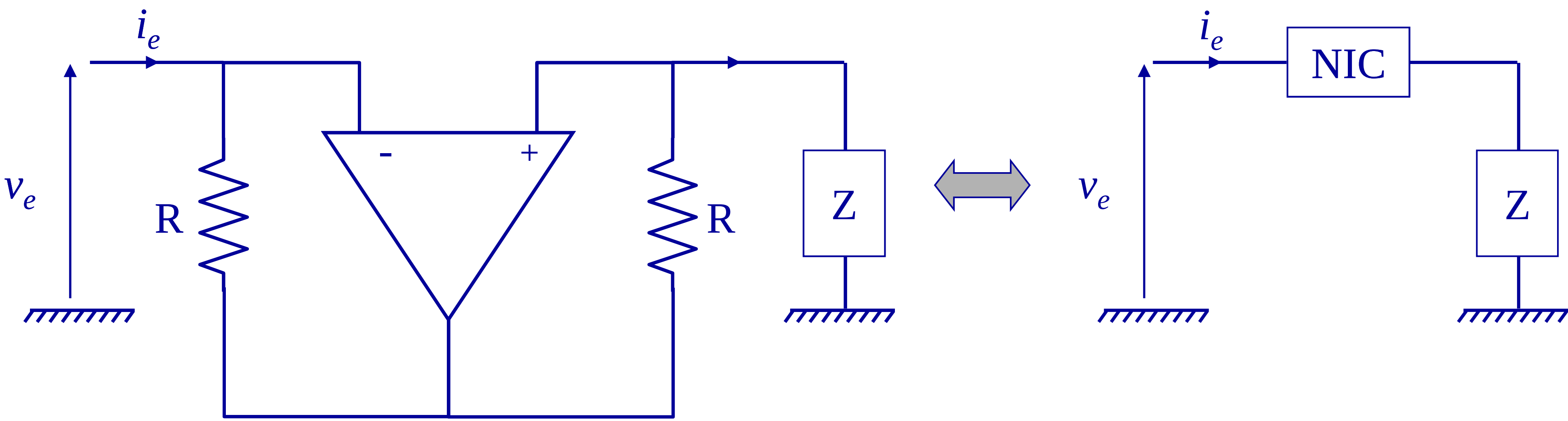


$$Z_e = \frac{v_e}{i_e} = \frac{R_g{}^2}{Z}$$

où

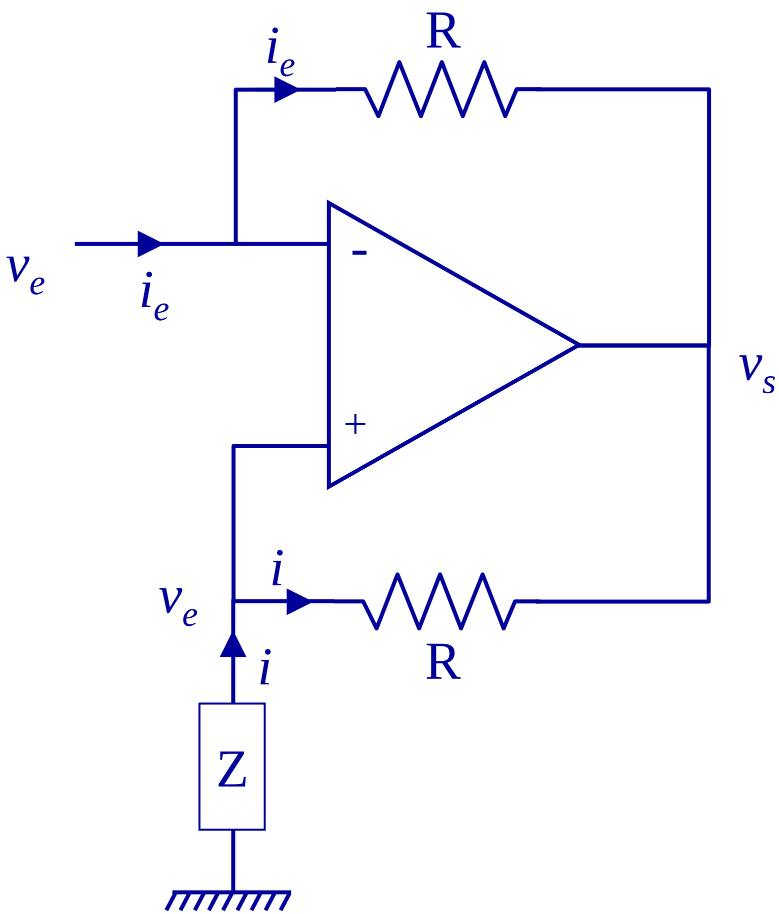


Structure d'un NIC ?



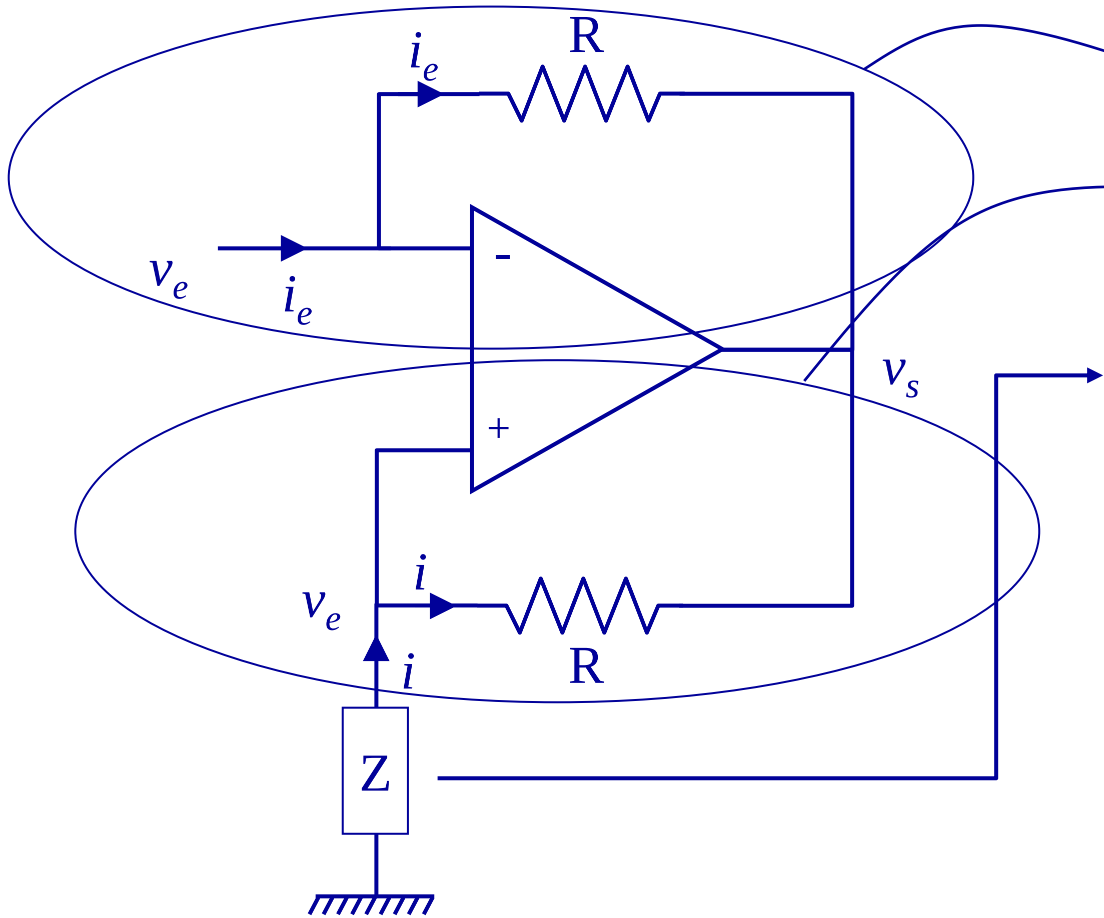
$$Z_e = \frac{v_e}{i_e} = -Z$$

Calcul du NIC



V.7 Synthèse avancée des Filtres Actifs

Calcul du NIC



$$v_e - v_s = R\, i_e$$

$$v_e - v_s = R\, i$$

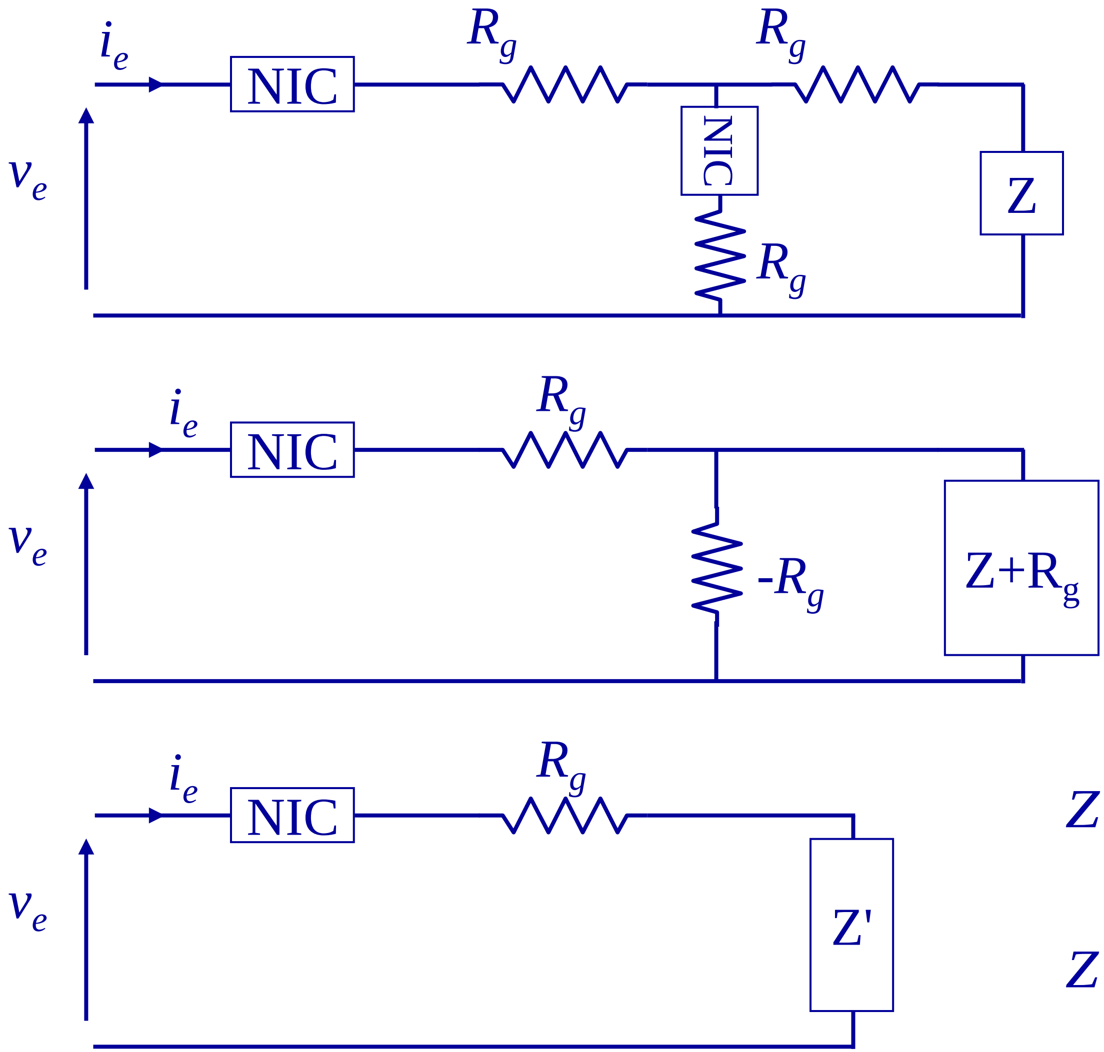
$$i_e = i$$

donc $\quad v_e = -Z\, i_e$

Par Def : $\quad v_e = Z_e\, i_e$

D'où $\quad \boxed{Z_e = -Z}$

Calcul du Gyrateur (1/2)

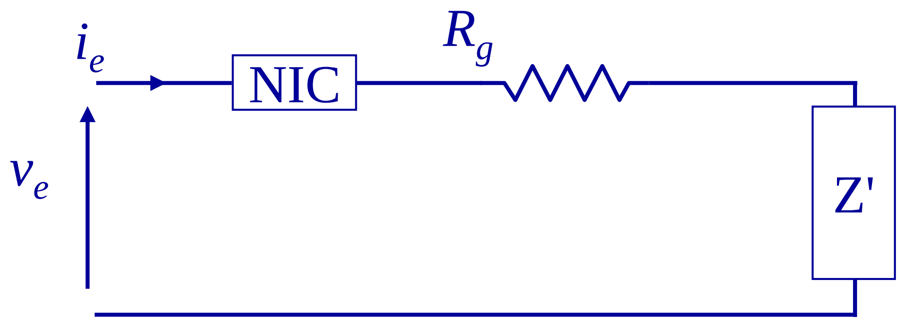


$$Z' = \left(Z + R_g\right) // \left(-R_g\right)$$

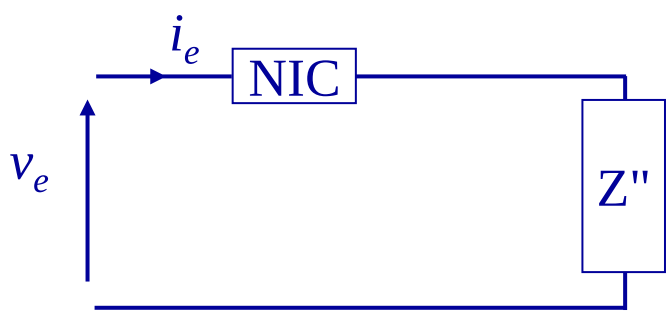
$$Z' = \frac{\left(Z + R_g\right)\left(-R_g\right)}{Z}$$

V.7 Synthèse avancée des Filtres Actifs

Calcul du Gyrateur (2/2)

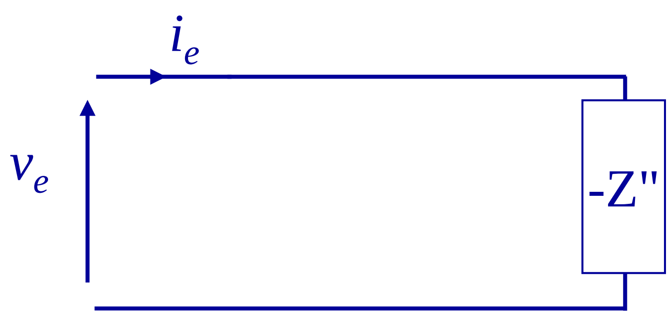


$$Z' = \frac{(Z + R_g)(-R_g)}{Z}$$



$$Z'' = \frac{(Z + R_g)(-R_g)}{Z} + R_g$$

$$Z'' = \frac{-R_g^2}{Z}$$



$$Z_e = -Z'' = \frac{R_g^2}{Z}$$

Bibliographie sur le filtrage analogique

Analyse et synthèse des filtres actifs analogiques, Gérard Mangiante, Ed. Lavoisier

(Bibliothèque Physique Enseignement 612.382 MAN)

Filtres actifs, P. Bildstein, Ed. de la radio (épuisé)

Mathématiques Générales, Jacques Velu, Ed. Dunod (équations différentielles)

(Bibliothèque Maths-Info Enseignement 03.5 VEL 03E

Les Mathématiques en Licence, 1ere année Tome 2, E. Azoulay, J. Avignant, G. Auliac, Ed. EdiScience (équations différentielles)

(Bibliothèque Maths-Info Enseignement 03.5 AZO 2(1).03Q

Traitement Analogique du signal – Le filtrage analogique, Sylvain Larribe

http://sylvain.larribe.free.fr/CNAM/2004-2005/CNAM_2005_Filtrage.pdf

VI Autres systèmes de traitement du signal analogique

Fonctions élémentaires

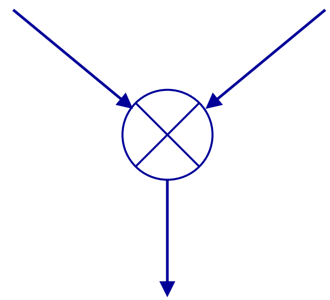
- Multiplieur ou Mélangeur
- Déphaseur
- Oscillateurs – PLL - Synthétiseurs
- Additionneur
- Diviseur
- Modulations
- Amplificateurs – faible bruit (LNA) – puissance (PA)

VI.1 Autres systèmes - Mélangeur

Mélangeur parfait ou Multiplieur

$$s_a = a\cos(2\pi f_a t + \varphi_a)$$

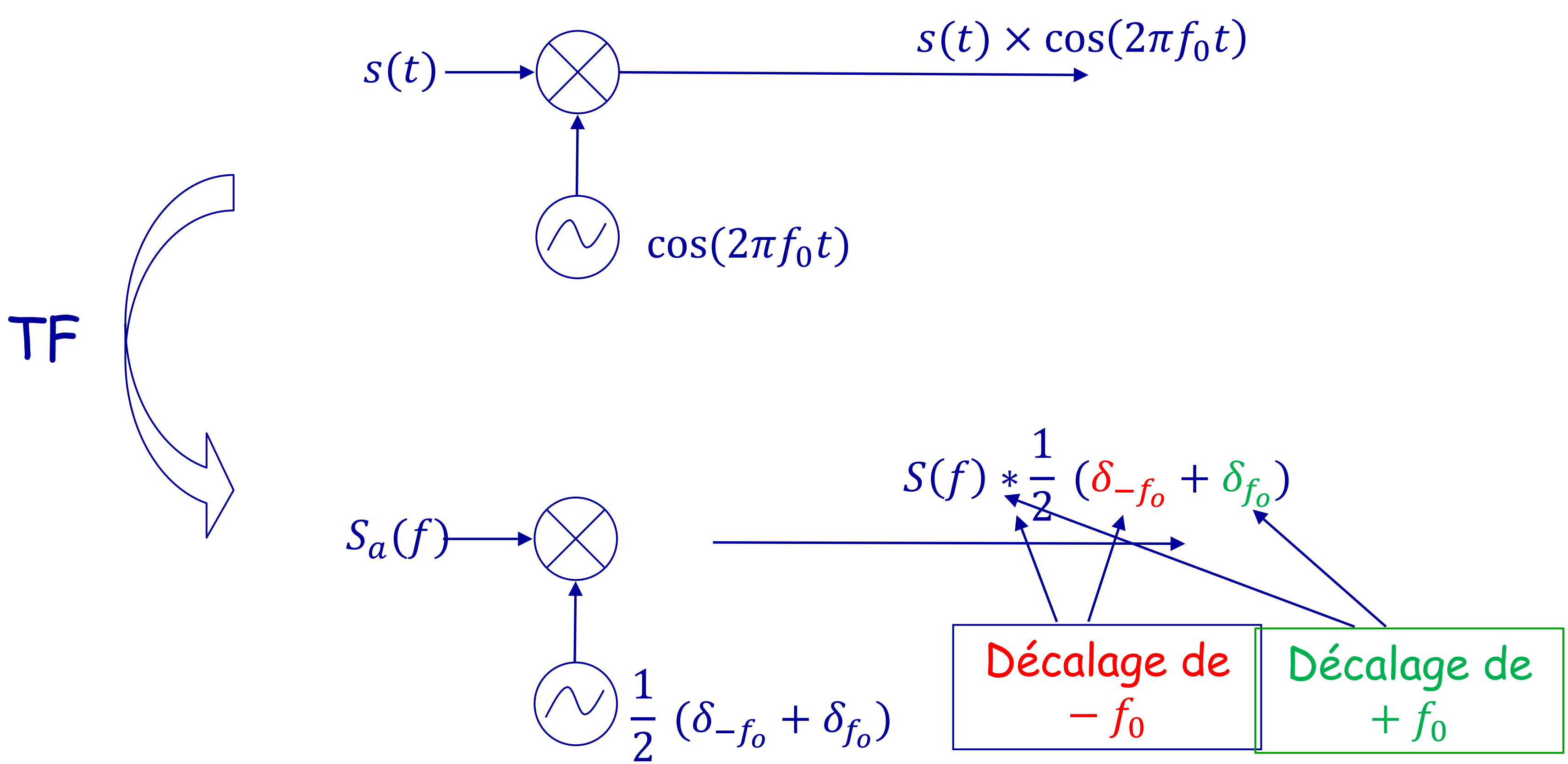
$$s_b = b\cos(2\pi f_b t + \varphi_b)$$



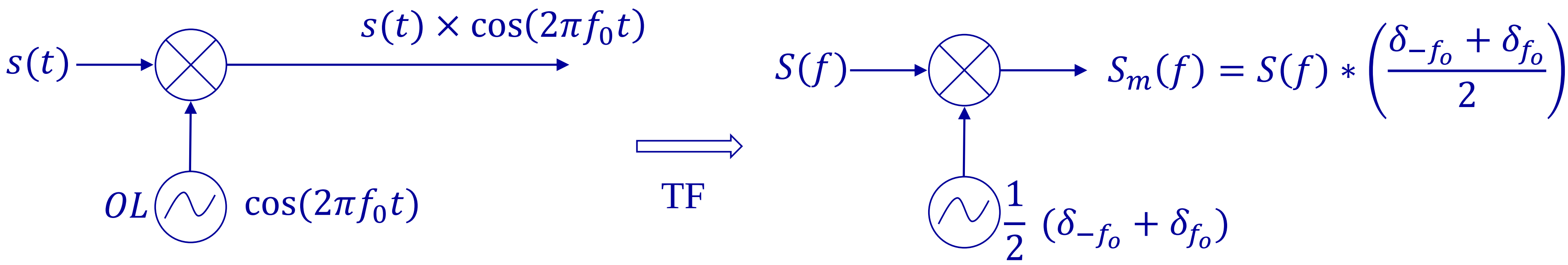
$$s_a \times s_b = \frac{ab}{2}\left[\cos(2\pi(f_a + f_b)\,t + \varphi_a + \varphi_b) + \cos(2\pi(f_a - f_b)\,t + \varphi_a - \varphi_b)\right]$$

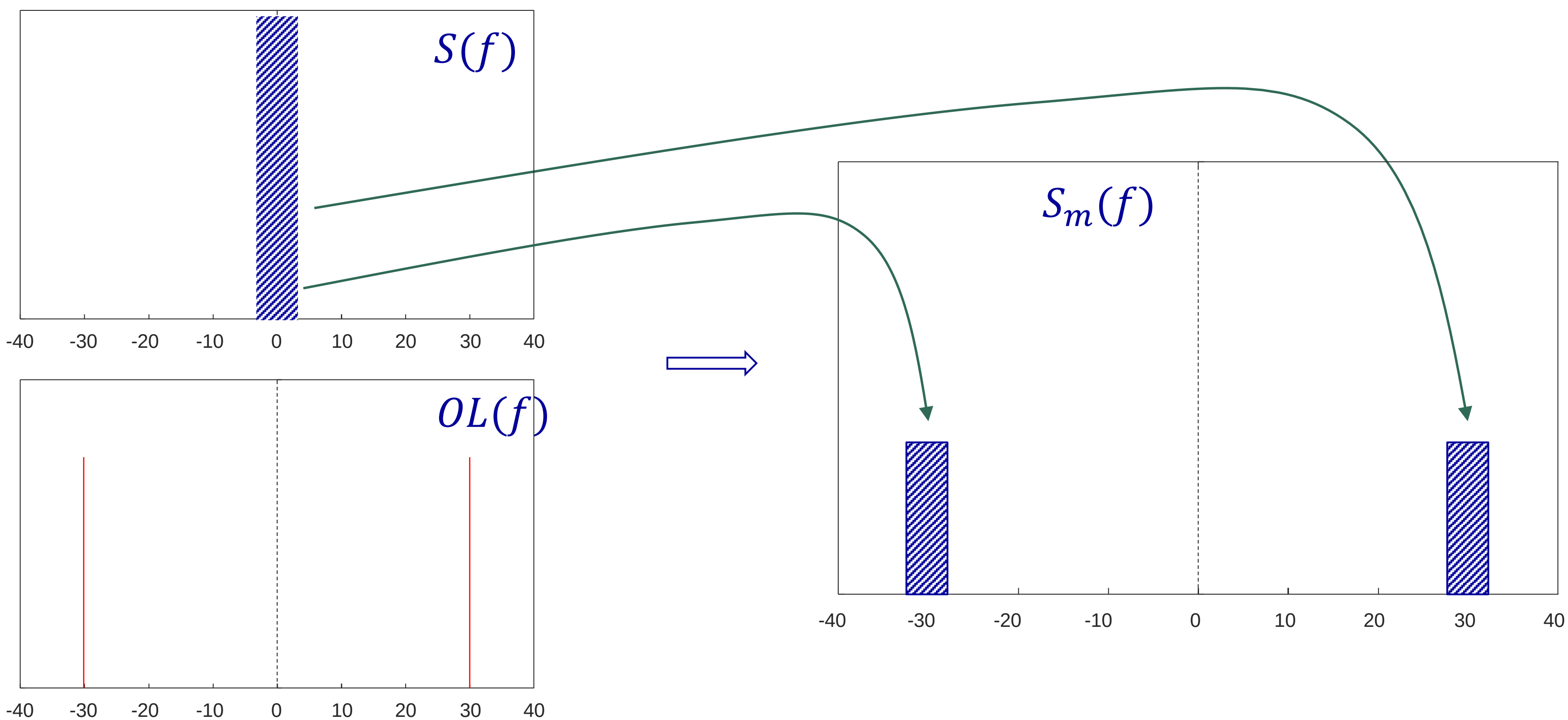
VI.1 Autres systèmes - Mélangeur

Mélangeur parfait ou Multiplieur → transposition de fréquence

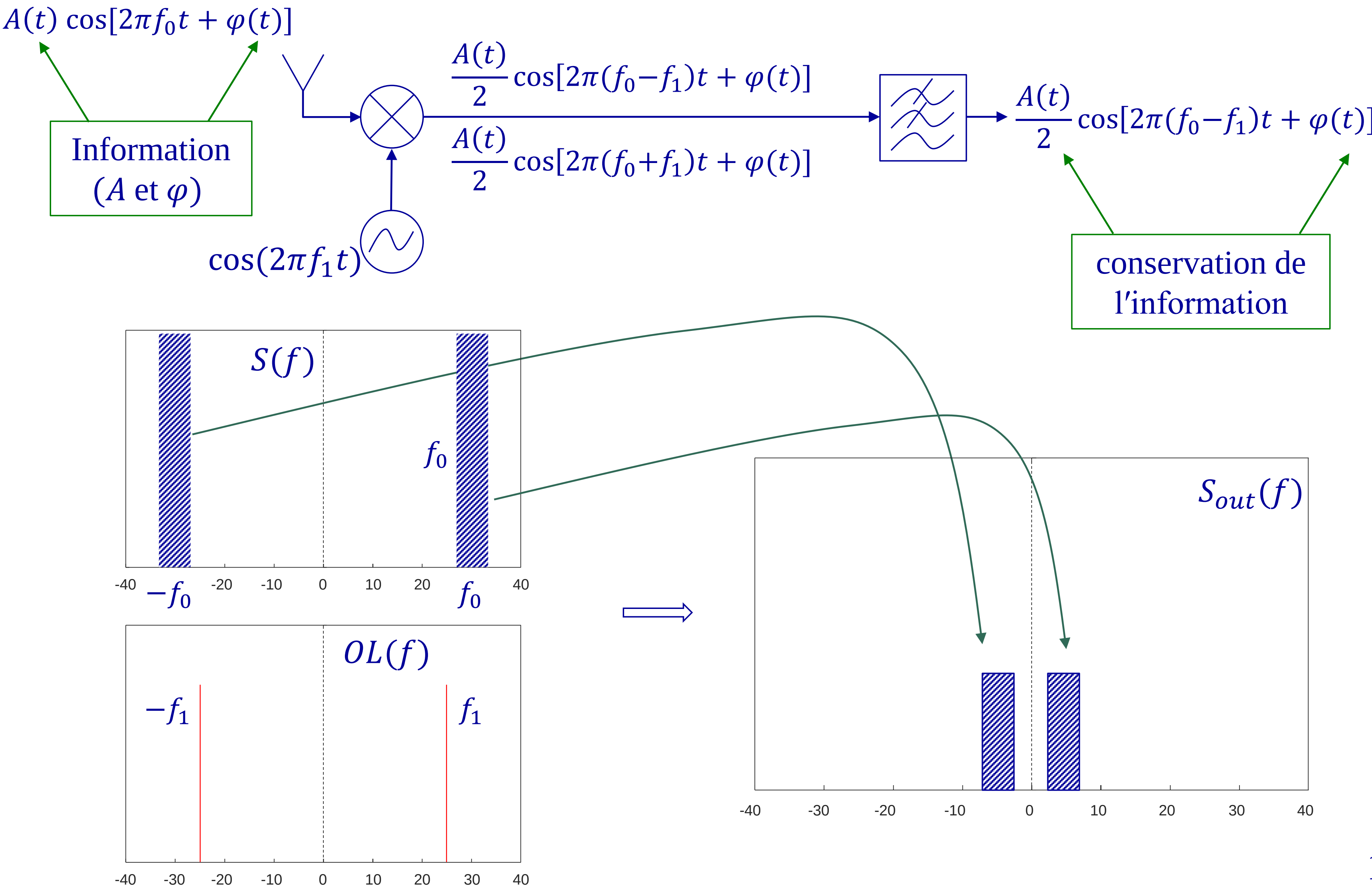


VI.1 Autres systèmes - Mélangeur - transposition de fréquence

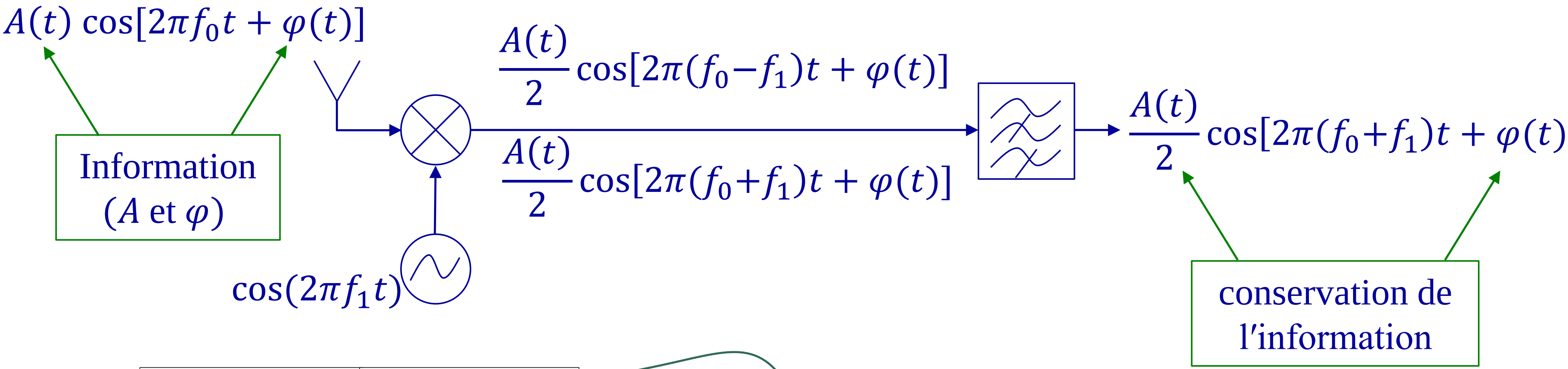


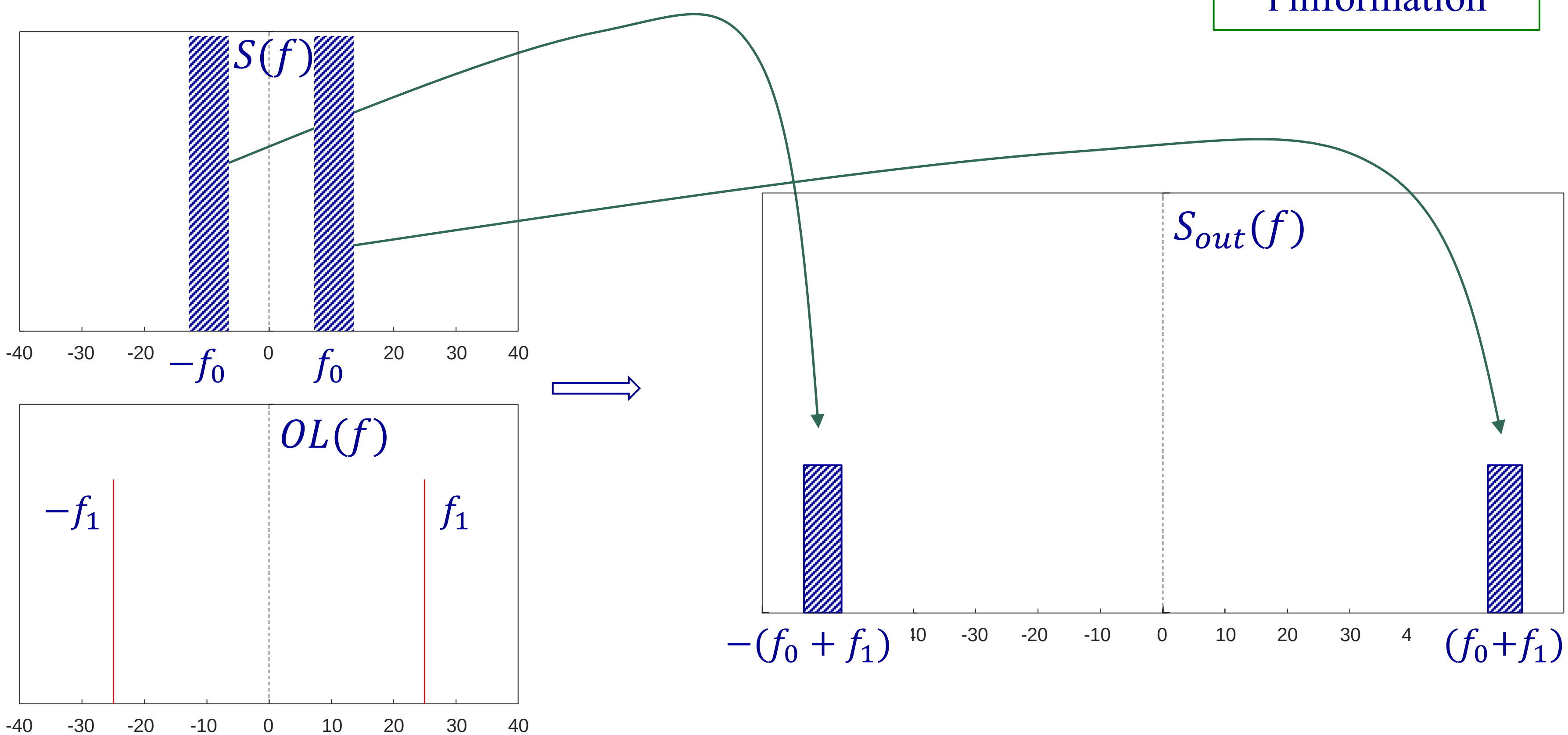


VI.1 Autres systèmes - Mélangeur - RF down converter



VI.1 Autres systèmes - Mélangeur - RF Up converter

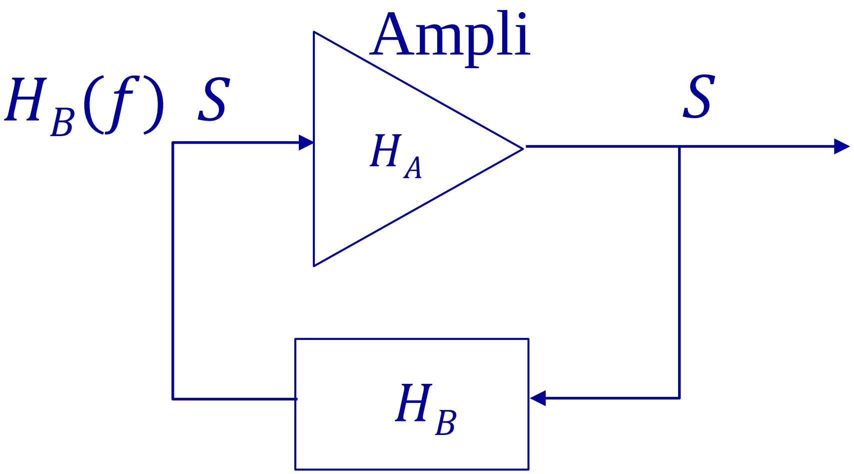




Mélangeurs réels

Oscillateurs - PLL

VI.2 Autres systèmes - Oscillateur - PLL



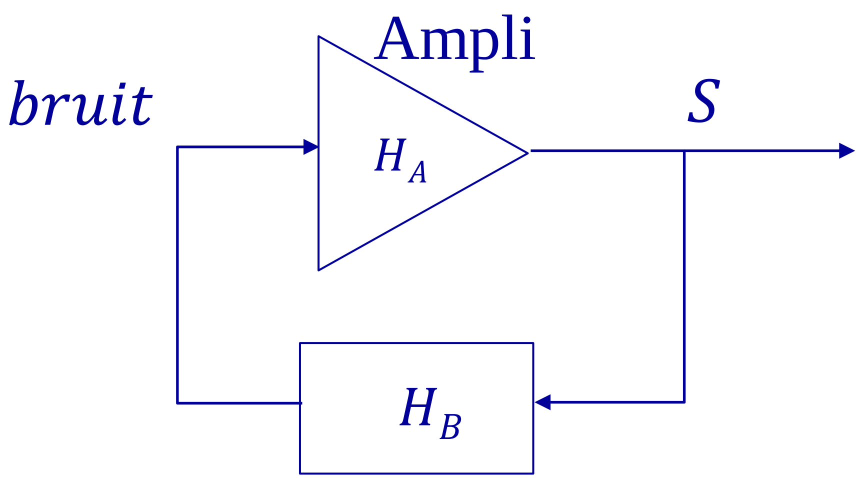
$$S = HA(f)\ HB(f)\ S$$

➔ Le circuit oscille à la fréquence f telle que $H_A(f)\,.\,H_B(f) = 1$

f est telle que

$$|H_A(f)|\,.\,|H_B(f)| = 1 \qquad \text{et} \qquad \arg[H_B(f)] = -\arg[H_A(f)]$$

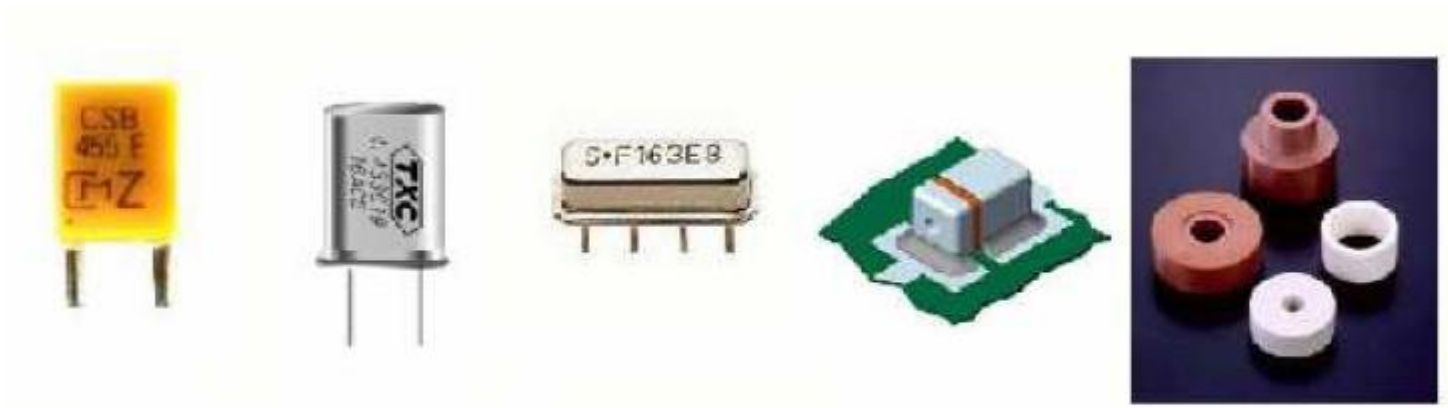
Oscillateurs



➔ Le circuit oscille à la fréquence f telle que $H_A(f) \,.\, H_B(f) = 1$

Oscillateurs

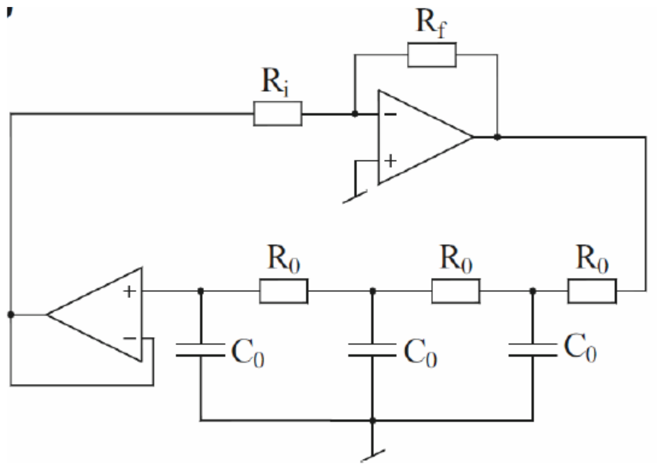
H_B est constitué d'un circuit résonant



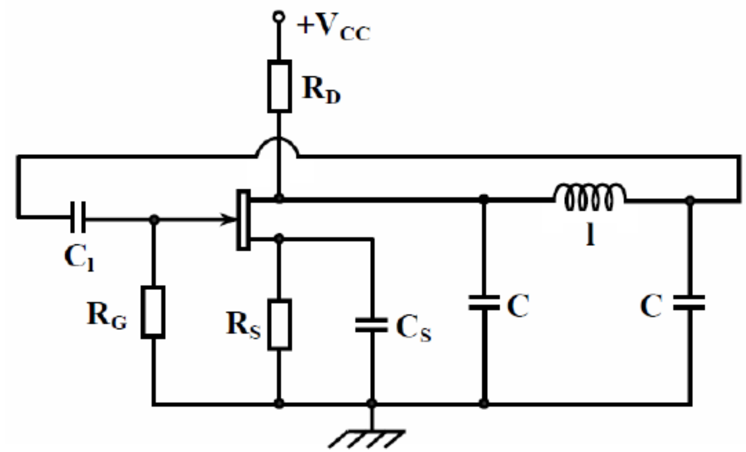
Céramique quartz onde de surface diélectrique

VI.2 Autres systèmes - Oscillateur - PLL

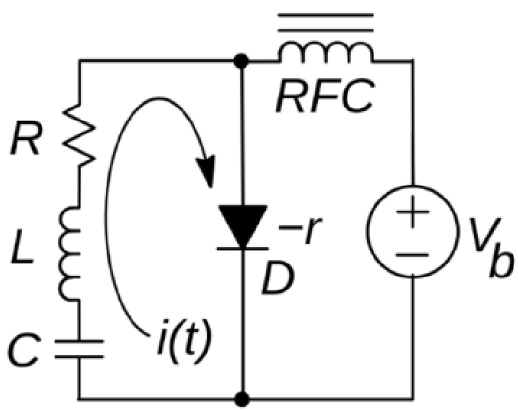
Oscillateurs



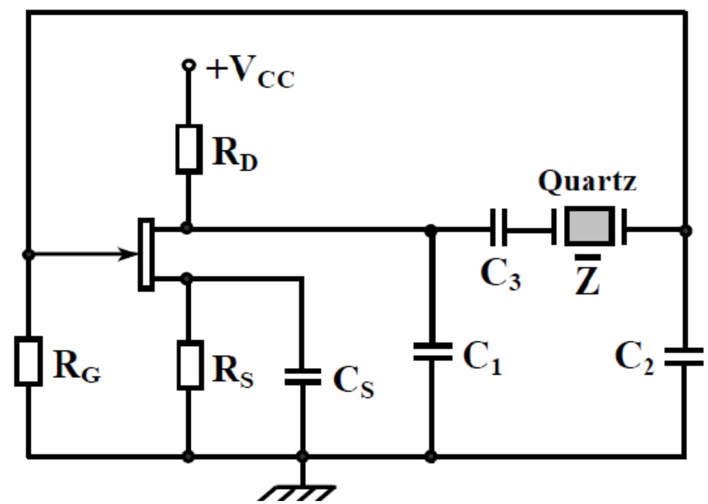
À AOP et cellule de déphasage (3RC)



Oscillateur Collpits



Oscillateur à diode Gunn (R négative)

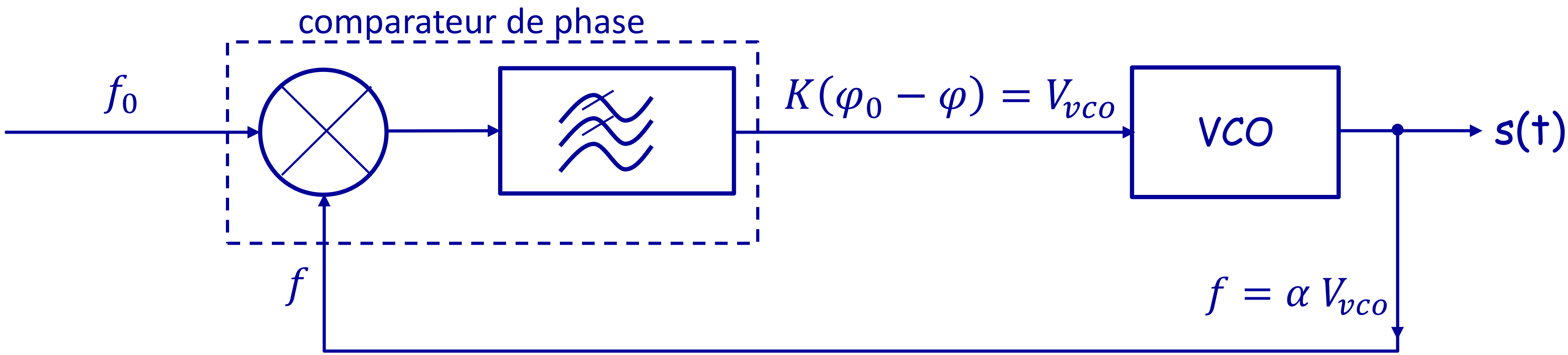


Oscillateur stabilisé à quartz

Les fréquences d'oscillation de ces dispositifs sont fixes ou faiblement variables autour d'une fréquence centrale

➔ Phase-Locked Loop (PLL)

VI.2 Autres systèmes - Oscillateur - PLL

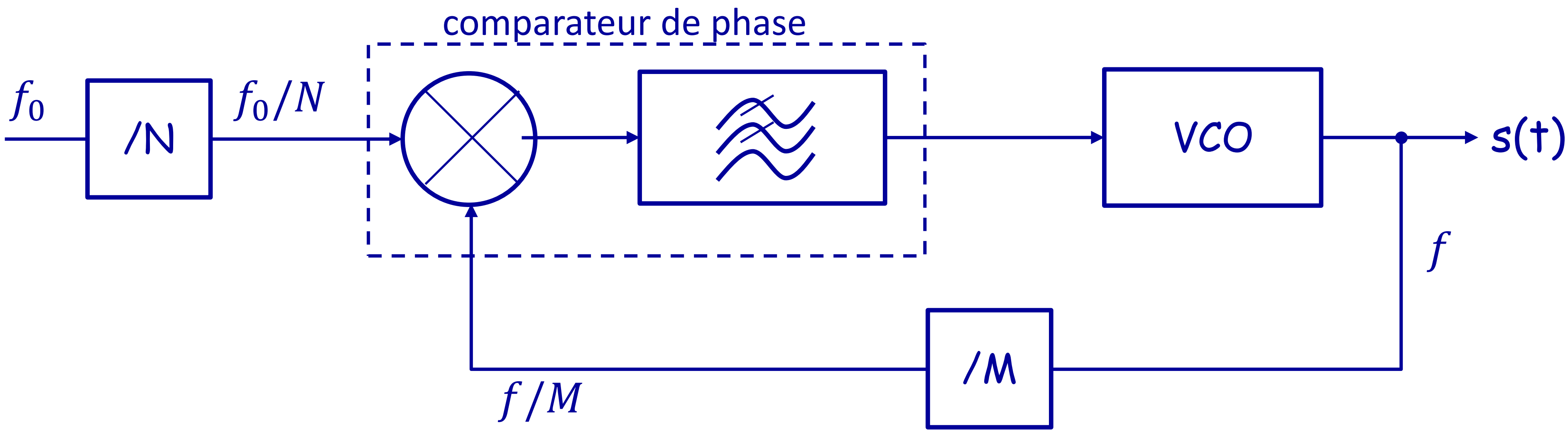


Si $f = f_0 \Longrightarrow \Delta\varphi = cste \Longrightarrow V_{vco} = cste \Longrightarrow f \; reste \; cste = f_0$ Boucle verrouillée

Si $f > f_0 \Longrightarrow \Delta\varphi \downarrow \Longrightarrow V_{vco} \downarrow \Longrightarrow f \downarrow \Longrightarrow f = f_0 \Longrightarrow$ verrouillée

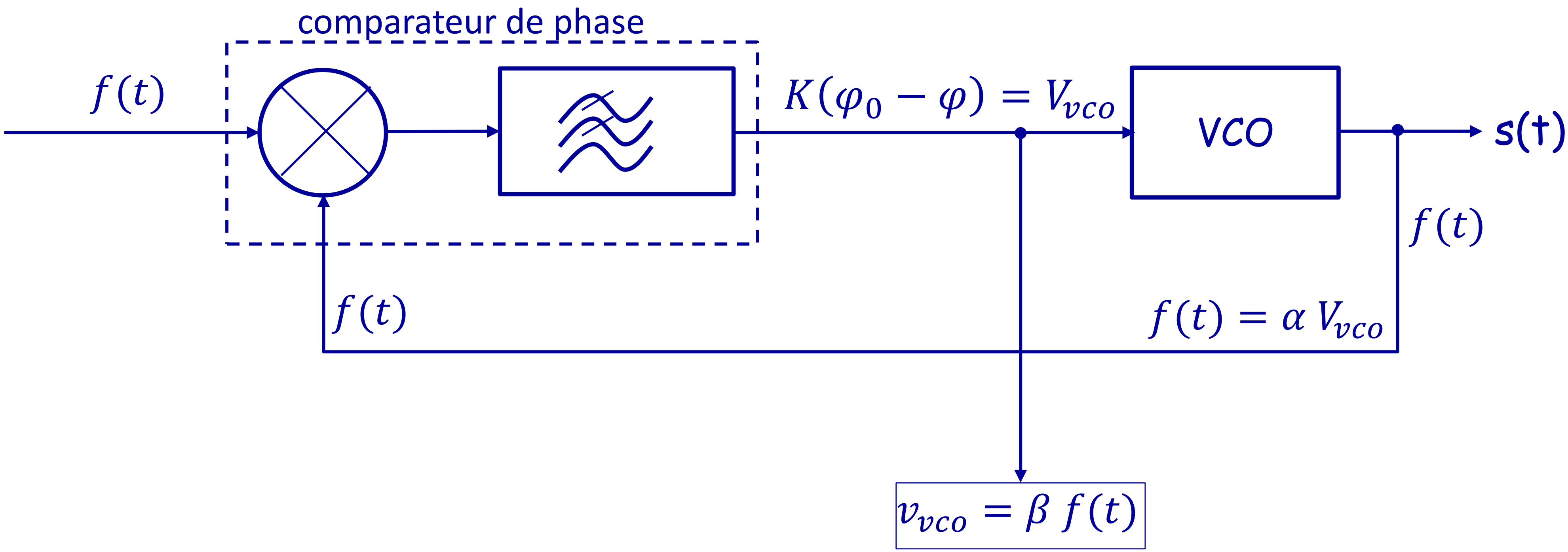
Si $f < f_0 \Longrightarrow \Delta\varphi \uparrow \Longrightarrow V_{vco} \uparrow \Longrightarrow f \uparrow \Longrightarrow f = f_0 \Longrightarrow$ verrouillée

Application : synthétiseur



Boucle verrouillée $\Longrightarrow$ $\dfrac{f}{M} = \dfrac{f_0}{N}$ $\Longrightarrow$ $f = f_0 \dfrac{M}{N}$

Application : démodulation FM

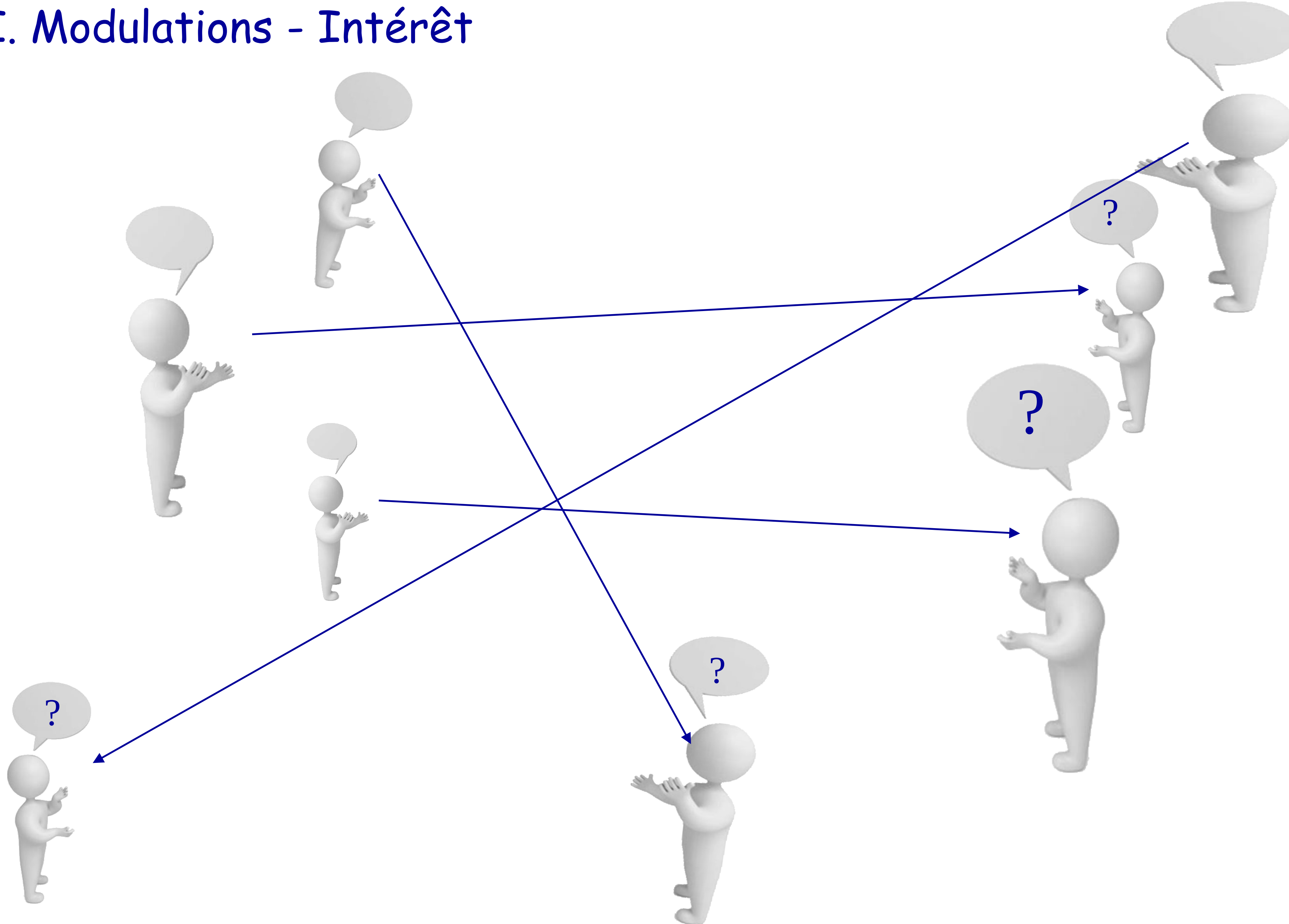


Déphaseurs

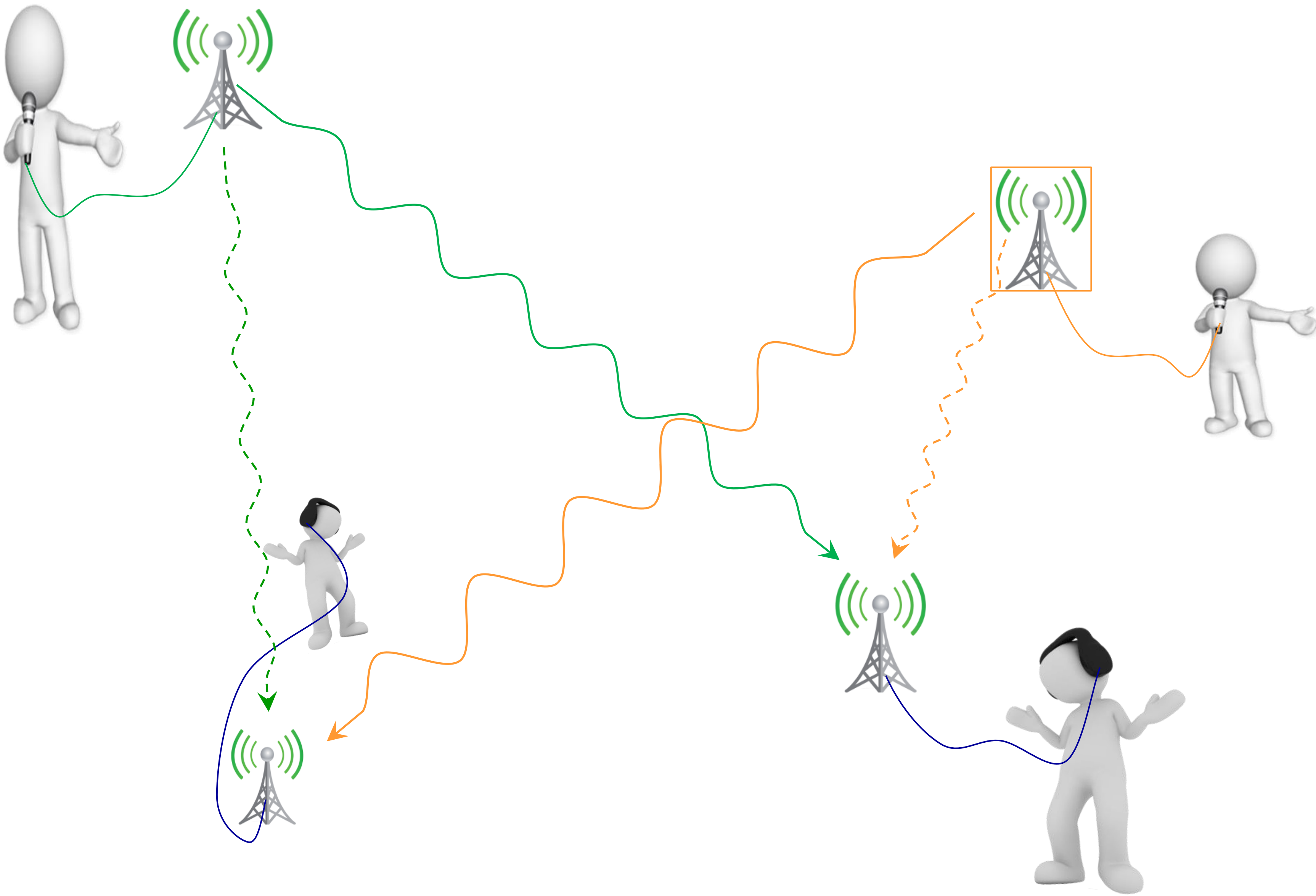
VII. Modulations

Intérêt de la modulation

VII. Modulations - Intérêt



VII. Modulations - Intérêt

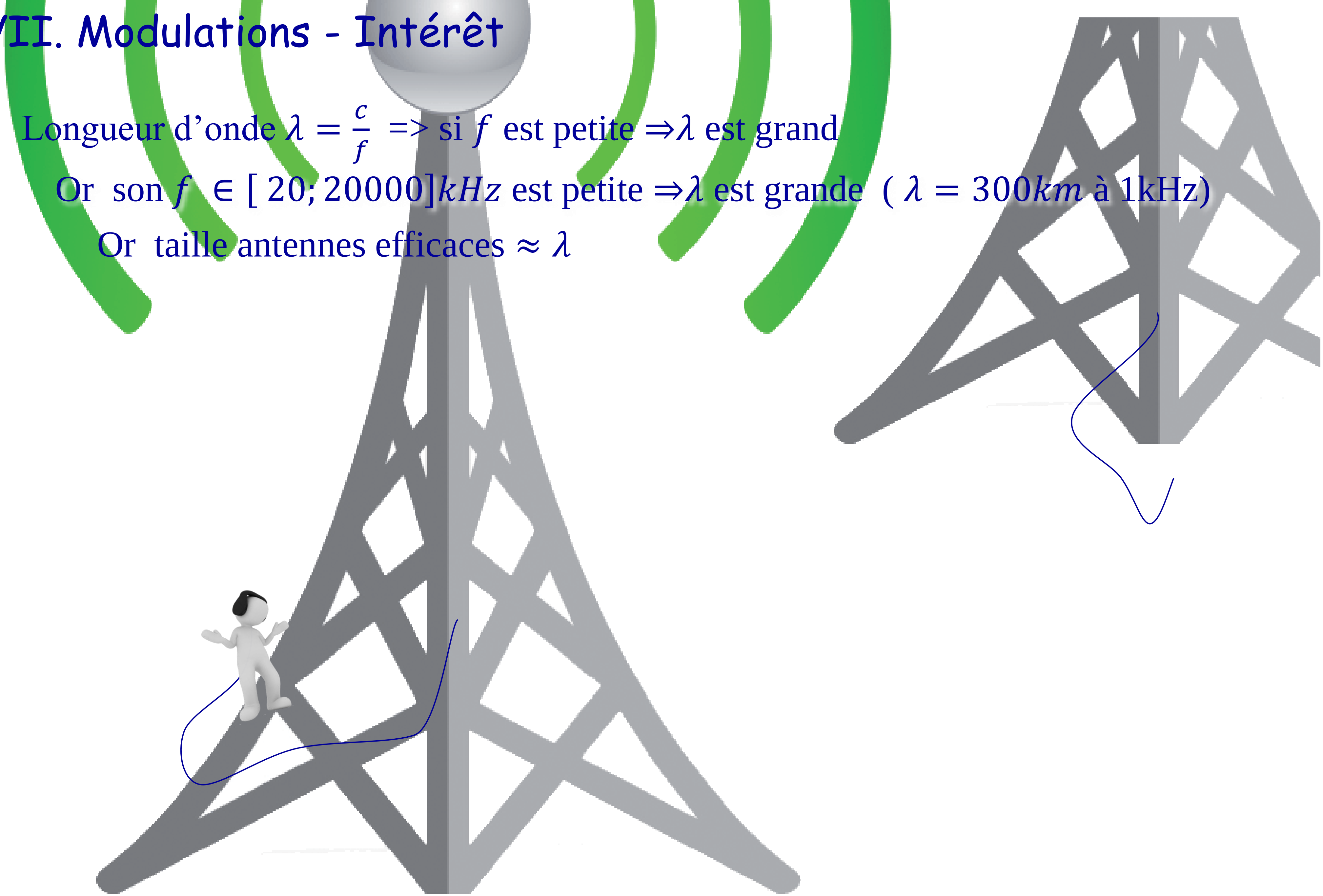


VII. Modulations - Intérêt

Longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{f}$ => si f est petite $\Rightarrow \lambda$ est grand

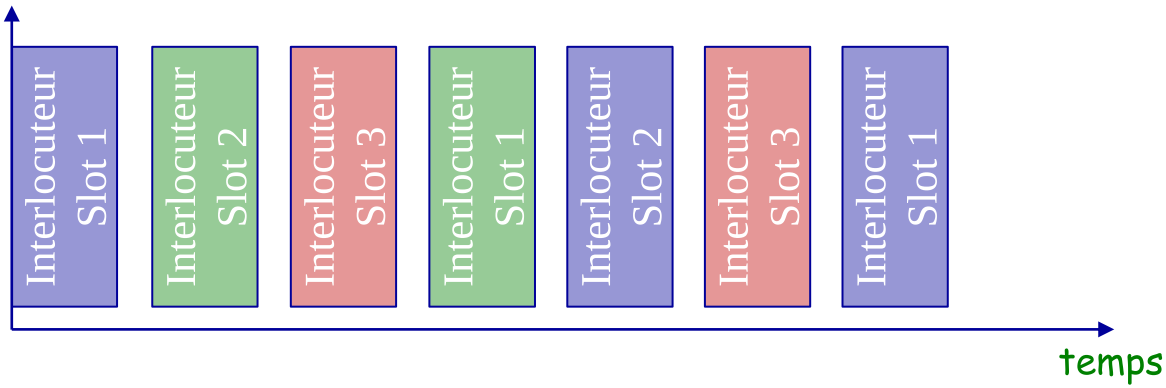
Or son $f \in [20; 20000] kHz$ est petite $\Rightarrow \lambda$ est grande ($\lambda = 300 km$ à 1kHz)

Or taille antennes efficaces $\approx \lambda$

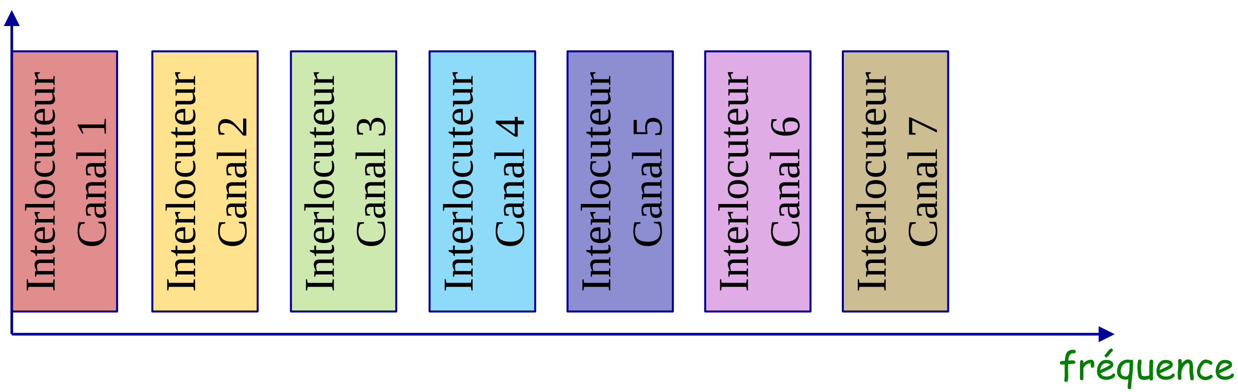


VII. Modulation - comment se partager l'espace ?

- En « parlant » chacun son tour → Multiplexage temporel



- En se divisant l'espace des fréquences → Multiplexage fréquentiel



VII. Modulation

Modulation

↓

transposition à des fréquences plus élevées

information autour d'une fréquence	Longueurs d'onde plus faibles
↓	↓
Plusieurs canaux fréquentiel	Taille des antennes plus petites
Pour se partager l'espace	

VII. Modulation – Qu'est ce que c'est ?

Transposition du spectre de l'information $\boldsymbol{s(t)}$ de la bande de base (BB) autour de $f = 0$ vers des fréquences plus élevées f_0

\+ « codage » de l'information dans l'amplitude ou dans la phase

Exemple 1 | amplitude = s(t) | Signal modulé $s_m(t)$= $\mathrm{s}(t)\cos[2\pi f_0 t]$

→ Modulation d'amplitude (AM) car information dans l'amplitude du signal modulé

Exemple 2 | $f(t) = f_0 + k\,s(t)$, $\theta(t) = \int_0^t 2\pi\, f(t)\, dt$ | Signal modulé $s_m(t)$= $\cos[2\pi f_0 t + 2\pi\, k \int_0^t s(t)dt]$

→ Modulation de fréquence (FM) car information dans la fréquence du signal modulé

Exemple 3 | $\theta(t) = m\,s(t)$ | Signal modulé $s_m(t)$= $\cos[2\pi f_0 t + m\,s(t)]$

→ Modulation de phase (PM) car information dans la phase du signal modulé

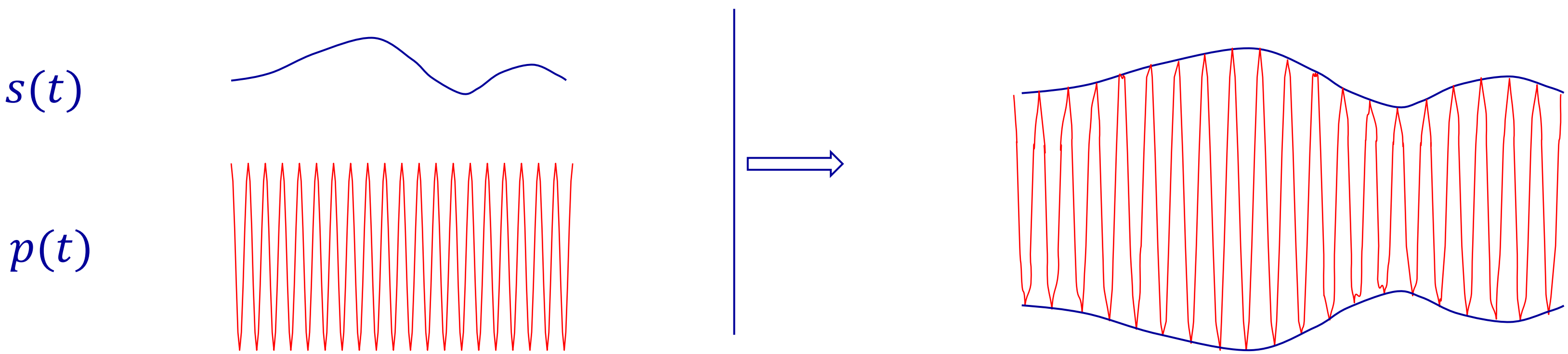
Modulation d’amplitude (AM)

VII. Modulation AM

information $s(t)$ (signal modulant)
Porteuse $p(t) = \mathrm{A}\cos(2\pi f_0 t)$

$\Longrightarrow$ Signal modulé $s_m(t) = \mathrm{A}\left(1 + m\, s(t)\right)\cos(2\pi f_0 t)$

Exemple d'une information de forme quelconque



VII. Modulation AM

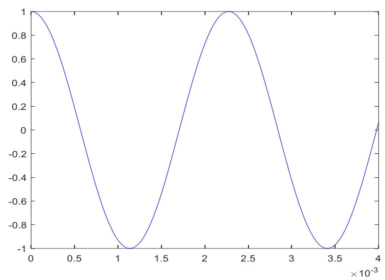
Exemple d'information sinusoïdale (note de musique LA (440Hz))

information $s(t) = B\cos(2\pi\, 440\, t)$

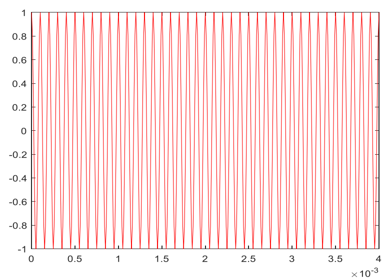
porteuse $p(t) = \mathrm{A}\cos(2\pi f_0 t)$

$\Longrightarrow$ Signal modulé $s_m(t)$= $\mathrm{A}\left(1 + m\, s(t)\right)\cos(2\pi f_0 t)$

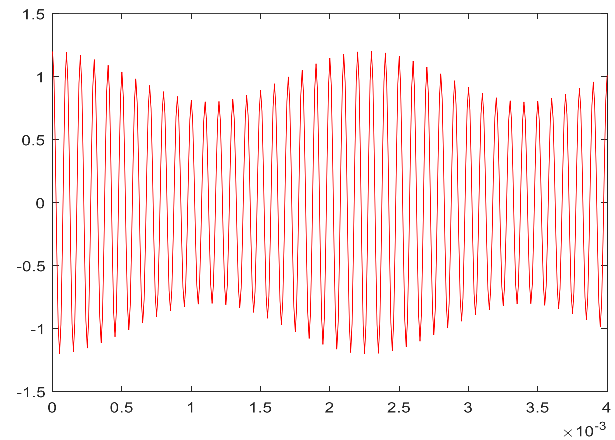
$s(t)$



$p(t)$



$\Longrightarrow$



VII. Modulation AM

Exemple d'une information double sinusoidale (2kHz et 3kHz)

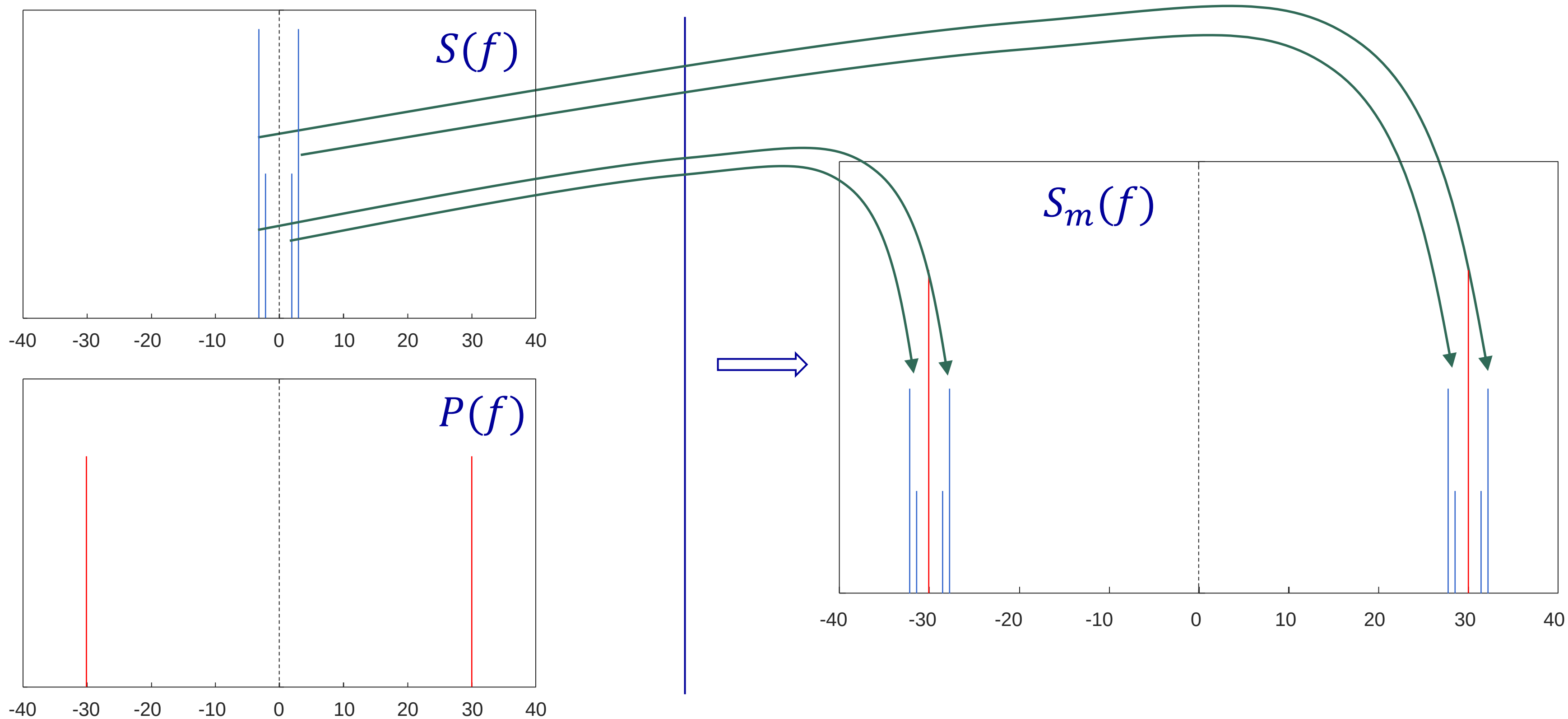
Information $s(t) = \cos(2\pi\, 2000\, t) + 2\cos(2\pi\, 3000\, t)$

porteuse $p(t) = \mathrm{A}\cos(2\pi f_0 t)$

$\Longrightarrow$

$s_m(t) = \mathrm{A}\left(1 + m\, s(t)\right)\cos(2\pi f_0 t)$

$S_m(f) = \frac{\mathrm{A}}{2}\left(1 + m\, S(f)\right) * (\delta_{f_0} + \delta_{-f_0})$



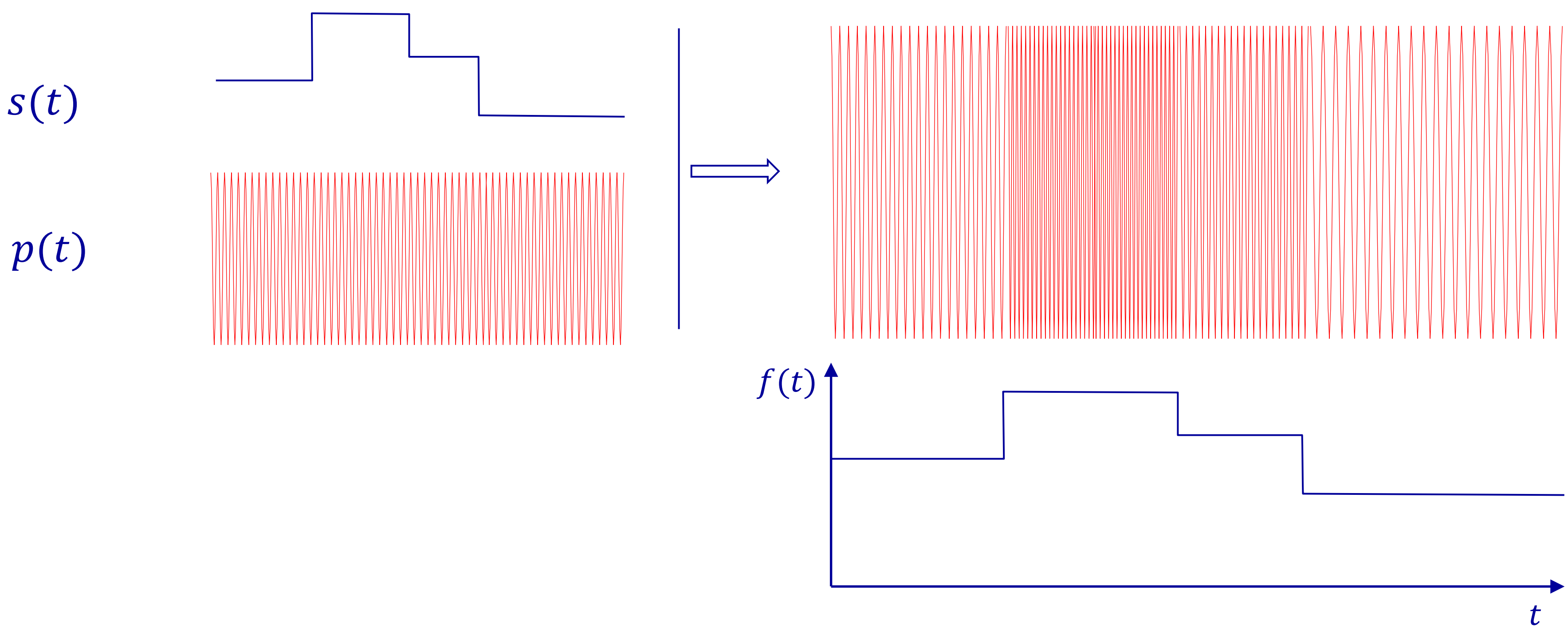
Modulation de fréquence (FM)

VII. Modulation FM

information $s(t)$ (signal modulant) $\Longrightarrow$ $f(t) = f_0 + k\, s(t)$; Or $\omega(t) = \dfrac{d\theta}{dt}$ $\Longrightarrow$ $\theta(t) = \displaystyle\int_0^t \omega(t)dt$

$\Longrightarrow$ Signal modulé $s_m(t) = \cos[2\pi f_0 t + 2\pi\, k \int_0^t s(t)dt]$

Exemple d'une information de forme quelconque

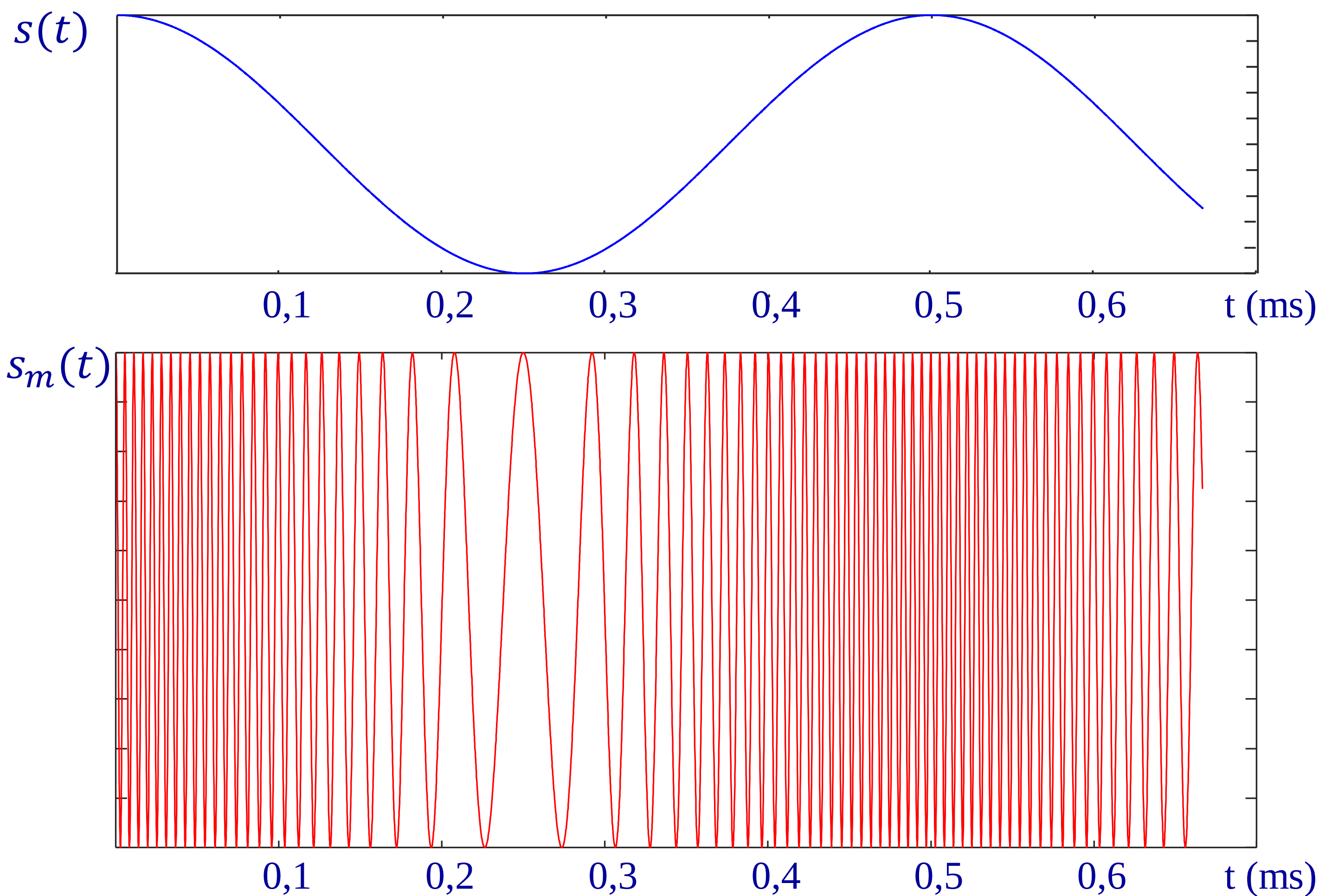


VII. Modulation FM

Exemple d'information sinusoïdale (par ex une note : LA → 440Hz)

information $s(t) = \cos(2\pi\ 440\ t) \Longrightarrow f(t) = f_0 + k\ s(t) \Longrightarrow \theta(t) = \int_0^t \omega(t)dt$

$\Longrightarrow$ Signal modulé $s_m(t) = \cos[2\pi f_0 t + 2\pi\ k \int_0^t s(t)dt]$



$(m = 0{,}8)$

VII. Modulation FM

$$s_m(t) = \cos[\omega_0 t + 2\pi\, k \int_0^t s(t)dt] \quad \text{où} \quad s(t) = \cos(\omega_m t) \quad \text{où} \quad \omega_m = 2\,\pi\,440$$

$$s_m(t) = \cos[\omega_0 t + m\sin(\omega_m t)] = \mathrm{Re}\left[\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,[\omega_0 t + m\sin(\omega_m t)]}\right] = \mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,[m\sin(\omega_m t)]}]$$

où $m = 2\pi k/\omega_m$

$or\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,[m\sin(\omega_m t)]} = \sum_{-\infty}^{+\infty} J_n(m)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,n\omega_m t}$ Où $J_n(m)$ est la fonction de Bessel d'ordre n

$$s_m(t) = \mathrm{Re}\left[\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}\sum_{-\infty}^{+\infty} J_n(m)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,n\omega_m t}\right]$$

$$s_m(t) = \mathrm{Re}\left[\sum_{-\infty}^{+\infty} J_n(m)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,[\omega_0 + n\omega_m]t}\right]$$

$$s_m(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} J_n(m)\cos[(\omega_0 + n\omega_m)t]$$

or $J_{-n} = (-1)^n\, J_n$

$$s_m(t) = J_0(m)\cos(\omega_0 t)\sum_{1}^{+\infty} J_n(m)\ [\cos[\omega_0 + n\omega_m]t + (-1)^n\cos[\omega_0 - n\omega_m]t]$$

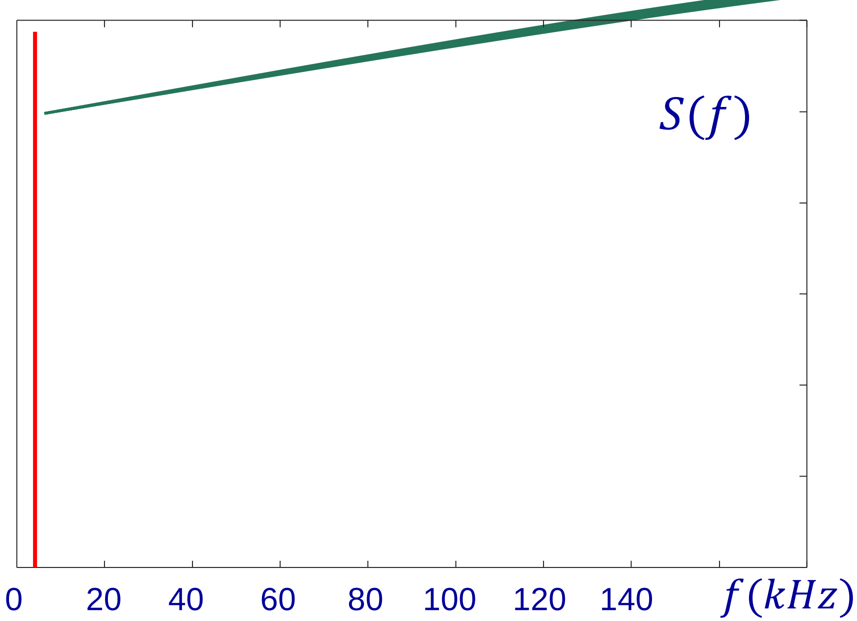
VII. Modulation FM

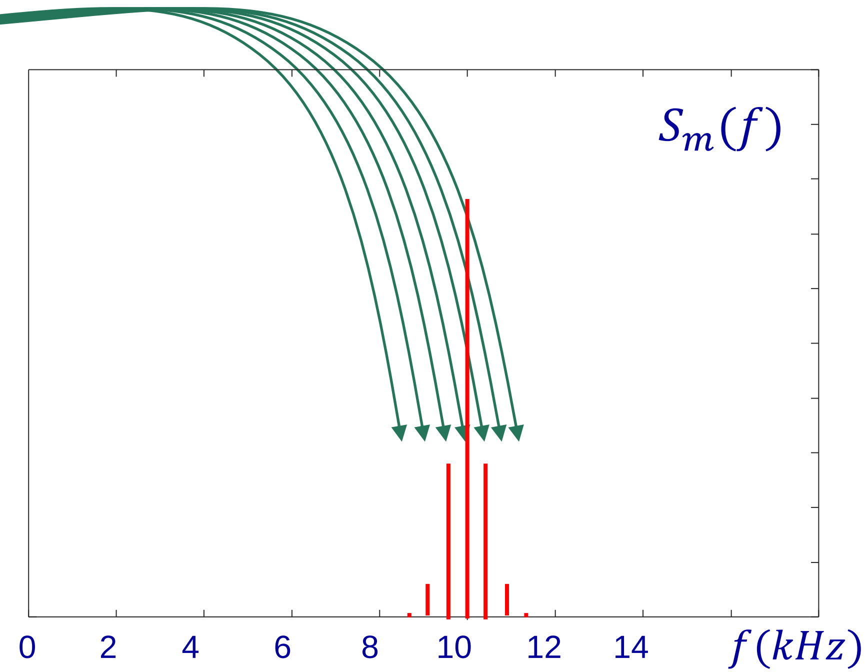
fonction de Bessel d'ordre n $J_n(m)$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m											
0	1,000										
0,1	0,998	0,050	0,001								
0,2	0,990	0,100	0,005								
0,3	0,978	0,148	0,011	0,001							
0,4	0,960	0,196	0,020	0,001							
0,5	0,939	0,242	0,031	0,003							
0,6	0,912	0,287	0,044	0,004							
0,7	0,881	0,329	0,059	0,007	0,001						
0,8	0,846	0,369	0,076	0,010	0,001						
0,9	0,808	0,406	0,095	0,014	0,002						
1	0,765	0,440	0,115	0,020	0,003						
1,5	0,512	0,558	0,232	0,061	0,012	0,002					
2	0,224	0,577	0,353	0,129	0,034	0,007	0,001				
3	-0,260	0,339	0,486	0,309	0,132	0,043	0,011	0,003	0,001		
4	-0,397	-0,066	0,364	0,430	0,281	0,132	0,049	0,015	0,004	0,001	
5	-0,178	-0,328	0,047	0,365	0,391	0,261	0,131	0,053	0,018	0,006	0,002

VII. Modulation FM

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m											
0,8	0,846	0,369	0,076	0,010	0,001						





information à $440Hz$ $(m = 0{,}8)$

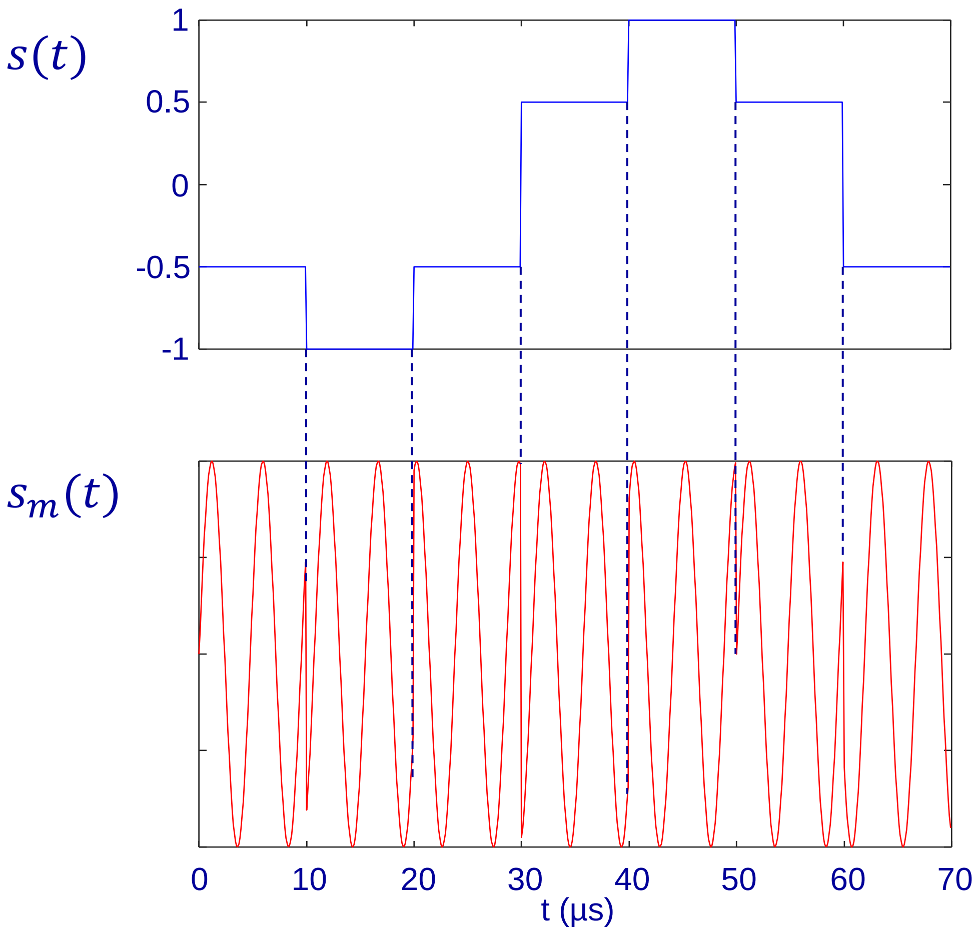
signal modulé autour de $f_0 = 10kHz$
➔ spectre ∈ [9 ; 11] kHz

Modulation de Phase (PM)

VII. Modulation PM

information $s(t)$ (signal modulant)
Porteuse $p(t) = \mathrm{A}\cos(2\pi f_0 t)$

$\Longrightarrow$ Signal modulé $s_m(t)$= $\mathrm{A}\cos(2\pi f_0 t + m\, s(t))$



information numérique

4 états (-1 ; -0,5 ; 0,5 ; 1)

Modulation IQ

VII. Modulations IQ

$$s_m(t) = A_m(t)\cos(2\pi f_0 t + \phi(t))$$

$$s_m(t) = A_m(t)\ \cos\phi(t)\quad \cos(2\pi f_0 t) - \quad A_m(t)\ \ sin\ \phi(t)\quad \sin(2\pi f_0 t)$$

$$s_m(t) = \underbrace{A_m(t)\ \cos\big(\phi(t)\big)}\quad \cos(2\pi f_0 t) + \underbrace{A_m(t)\ \ sin(\phi(t))}\quad \cos\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

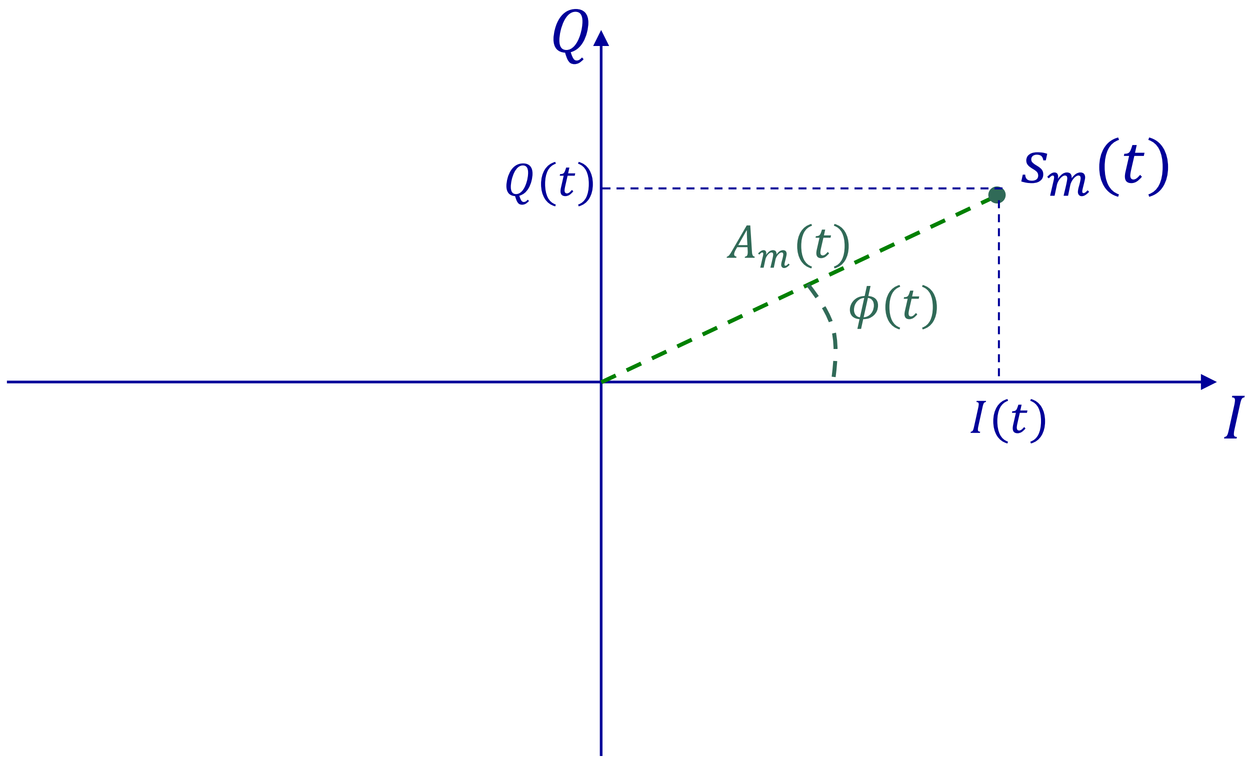
$$s_m(t) = \qquad I(t) \quad \times \quad \cos(2\pi f_0 t) + \qquad Q(t) \quad \times \quad \cos\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Porteuse à f_0 Porteuse en quadrature à f_0

VII. Modulations IQ

$$s_m(t) = A_m(t)\cos\big(\phi(t)\big) \quad \cos(2\pi f_0 t) - A_m(t)\, sin(\phi(t)) \quad \cos\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$s_m(t) = \qquad I(t) \qquad \cos(2\pi f_0 t) + \qquad Q(t) \qquad \cos\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

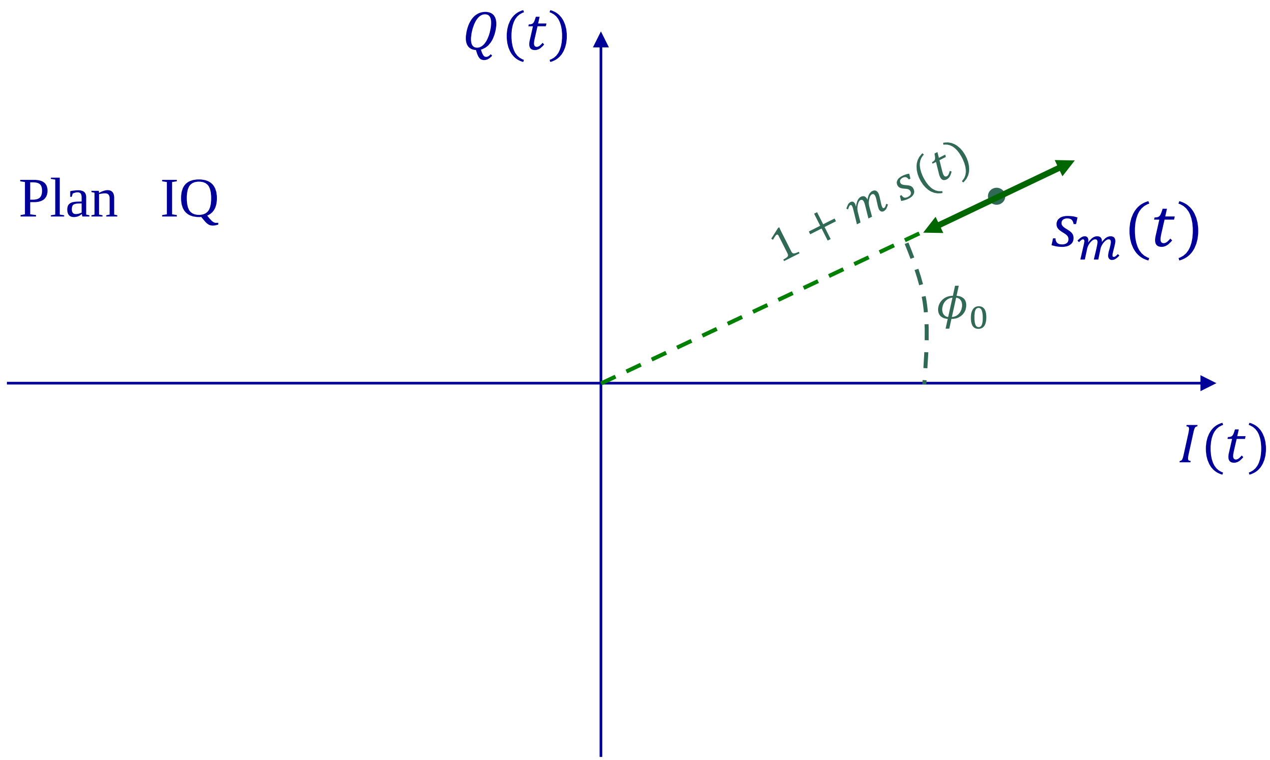


Plan IQ

modulation d'amplitude

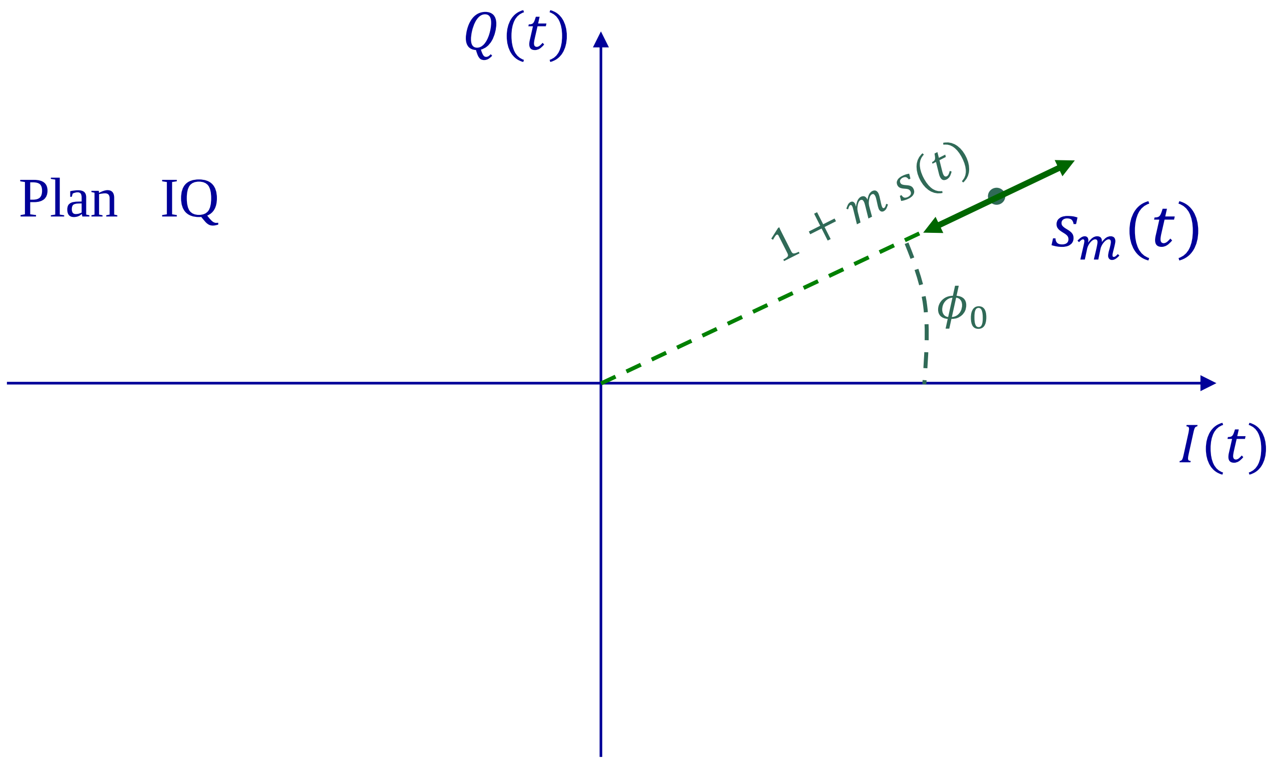
$s_m(t) = \big(1 + m\, s(t)\big)\cos(2\pi f_0 t + \phi_0)$ Seule l'amplitude varie

$$s_m(t) = \underbrace{\big(1 + m\, s(t)\big)\cos(\phi_0)}_{I(t)} \cos(2\pi f_0 t) + \underbrace{\big(1 + m\, s(t)\big)\sin(\phi_0)}_{Q(t)} \cos\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$$



modulation d'amplitude

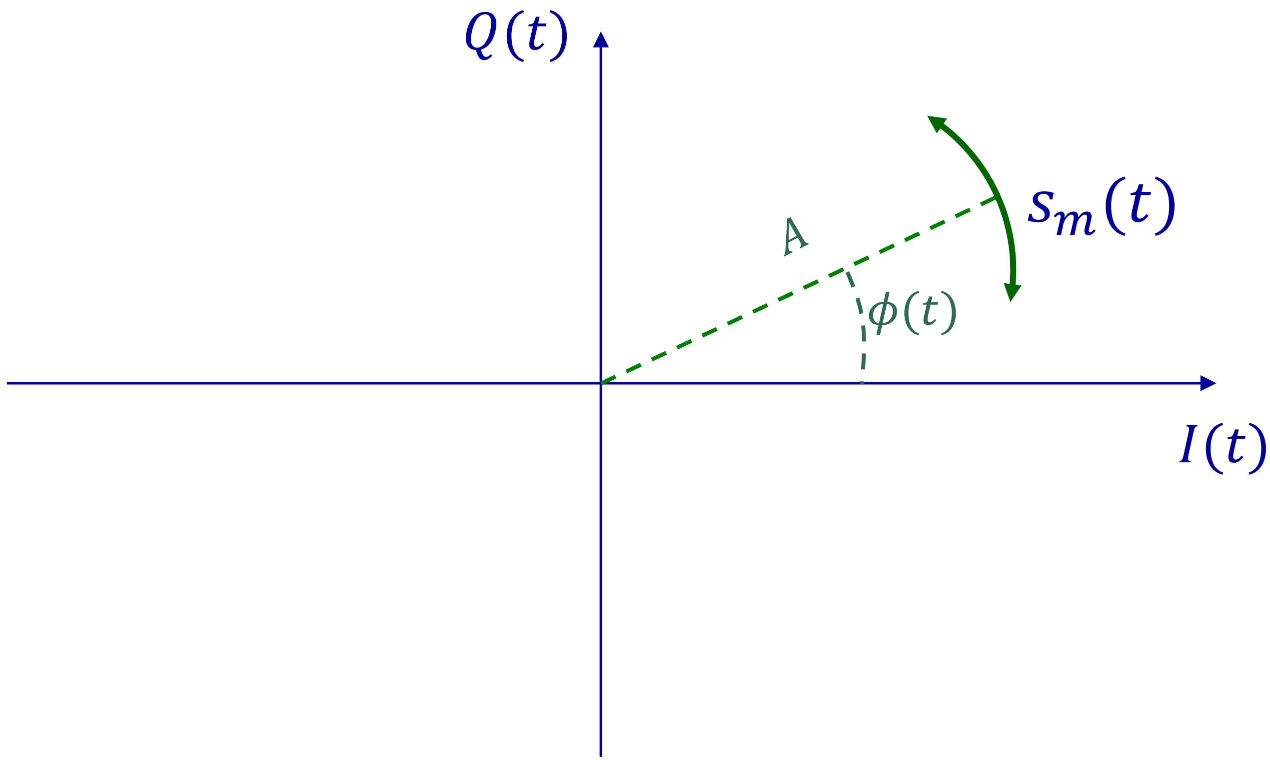
$s_m(t) = A_m(t)\ \cos(2\pi f_0 t + \phi_0)$ l'amplitude varie et la phase est fixe



modulation de fréquence

$$s_m(t) = A\cos[2\pi f_0 t + 2\pi\, m \int_0^t s(t)dt] = A\cos[\,2\pi f_0 t + \phi(t)]$$

$$s_m(t) = \underbrace{A\cos(\phi(t))}_{I(t)} \cos(2\pi f_0 t) + \underbrace{A\ \sin(\phi(t))}_{Q(t)} \cos\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$$



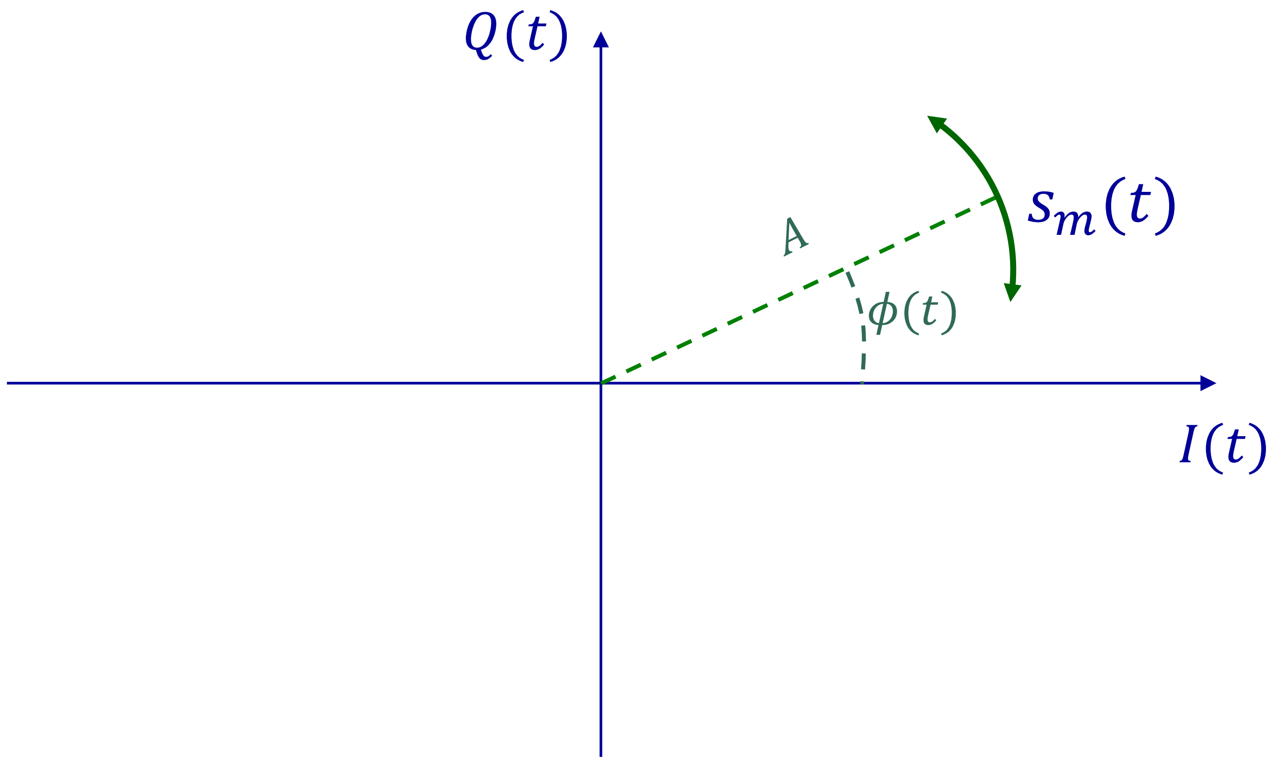
VII. Modulations IQ

modulation de fréquence

$$s_m(t) = A_0 \cos\left[2\pi f_0 t + 2\pi\, m \int_0^t s(t)dt\right]$$

$$= A_0 \cos[\, 2\pi f_0 t + \phi(t)]$$

l'amplitude est fixe et la phase varie



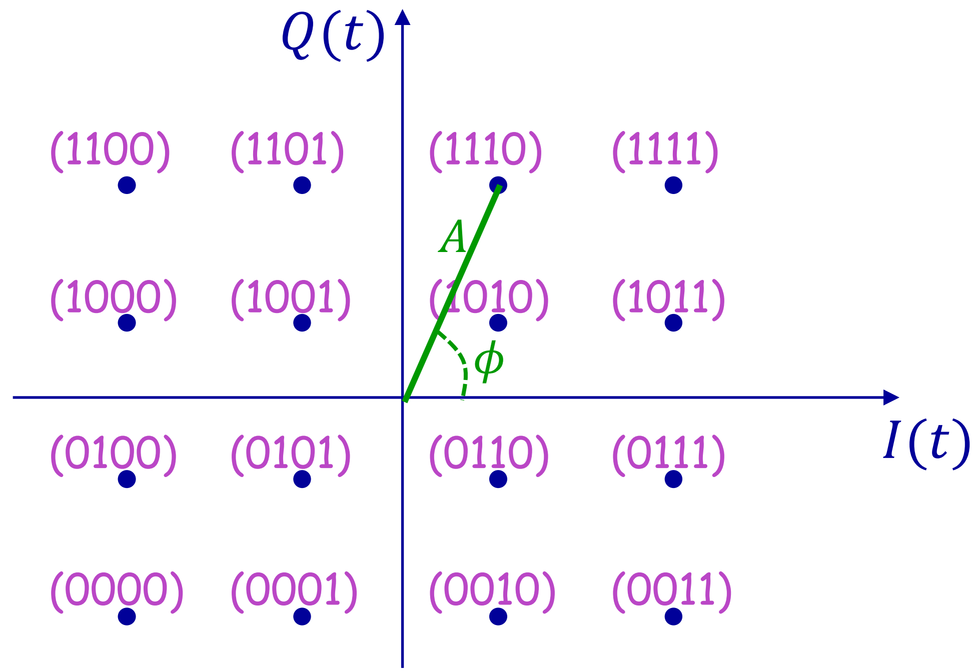
VII. Modulations IQ

modulation numérique

$$s_m(t) = \underbrace{\mathrm{A(t)}\cos(\phi(t))}_{I(t)} \cos(2\pi f_0 t) + \underbrace{A(t)\ \sin(\phi(t))}_{Q(t)} \cos\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Par exemple : modulation 16QAM → I et Q ont 4 valeurs possibles → 16 états

→ 2^4 états → chaque état ≡ 4 bits



VII. Modulations IQ

modulation numérique

$$s_m(t) = \underbrace{A(t)\cos(\phi(t))}_{I(t)} \cos(2\pi f_0 t) + \underbrace{A(t)\ \sin(\phi(t))}_{Q(t)} \cos\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

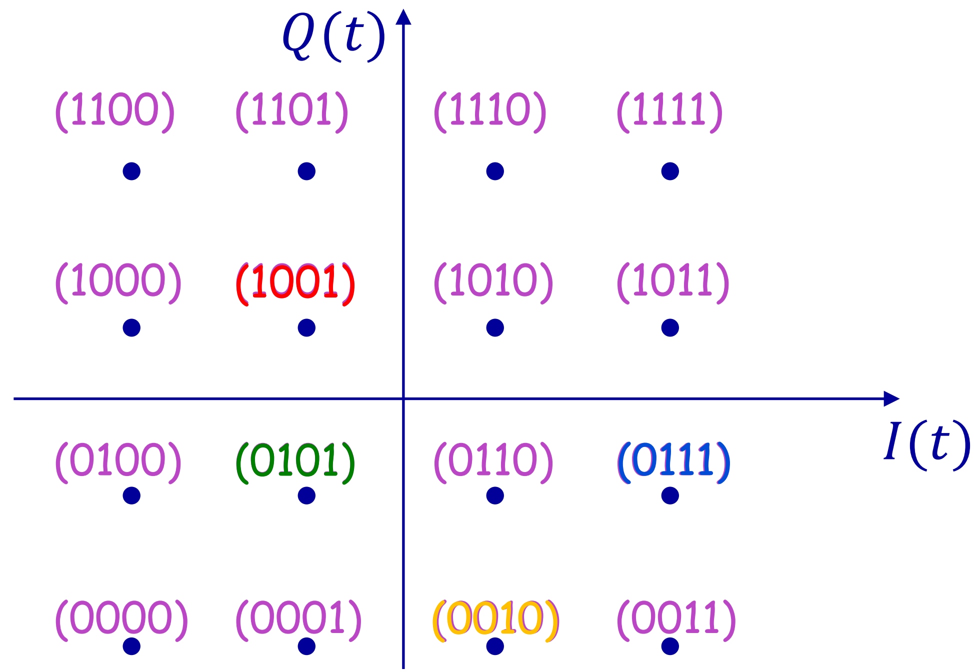
Par exemple : modulation 16QAM → I et Q ont 4 valeurs possibles → 16 états

→ 2^4 états → chaque état ≡ 4 bits

Par exemple

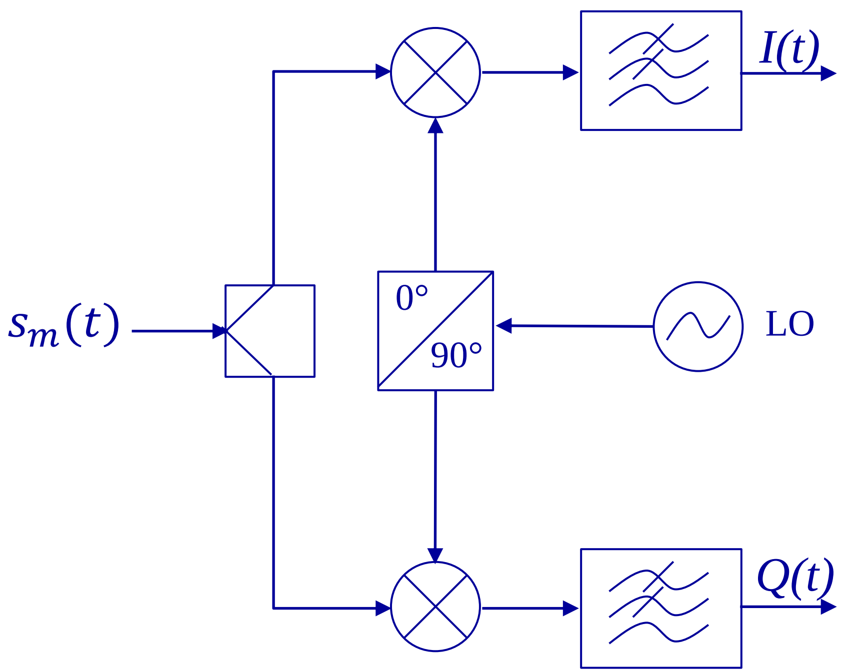
0101100101110010

info =	0101	1001	0111	0010
I/Q =	-1/-1	-1/+1	+3/-1	+1/-3
A/ϕ =	1,4/ 225°	1,4/ 135°	4,2/ 342°	3,3/ 288°

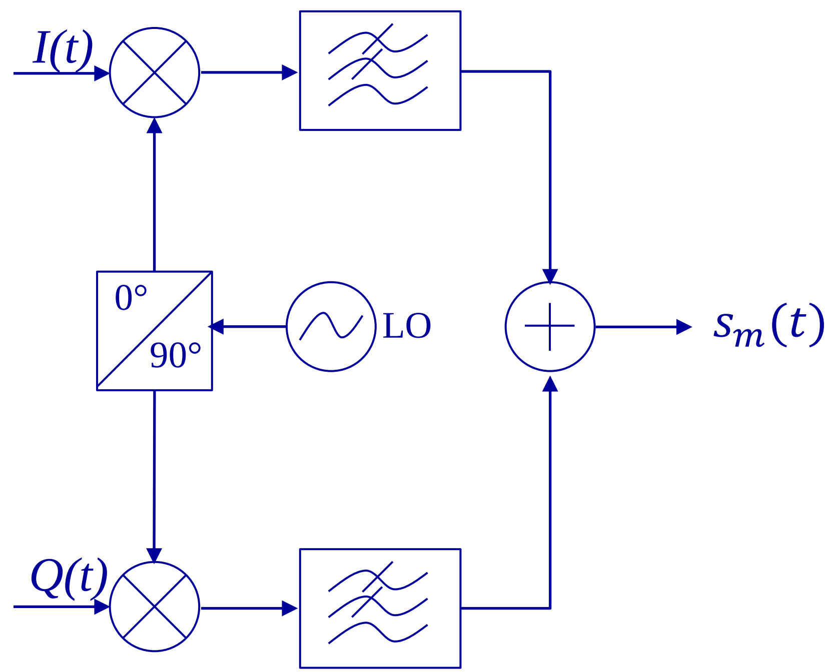


Intérêt de la décomposition IQ

$$s_m(t) = \underbrace{A(t)\cos(\phi(t))}_{I(t)} \cos(2\pi f_0 t) + \underbrace{A(t)\ \sin(\phi(t))}_{Q(t)} \cos\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$$



Démodulateur IQ

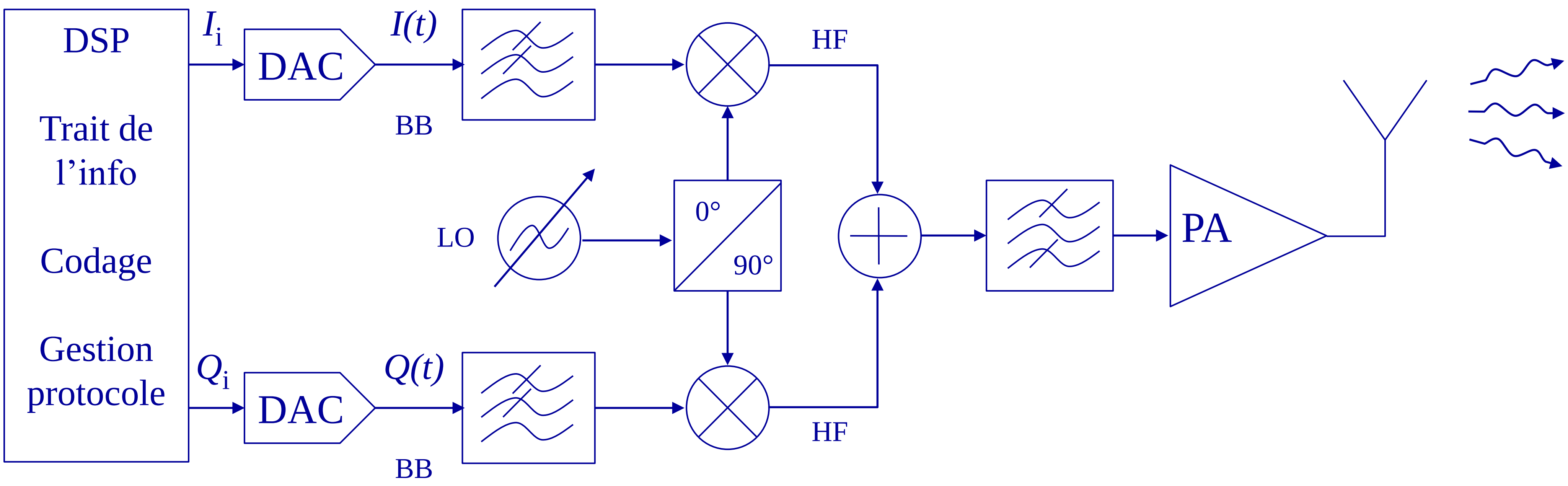


Modulateur IQ

VIII. Architecture d'un émetteur/ récepteur

VIII. Architecture d'un émetteur/ récepteur

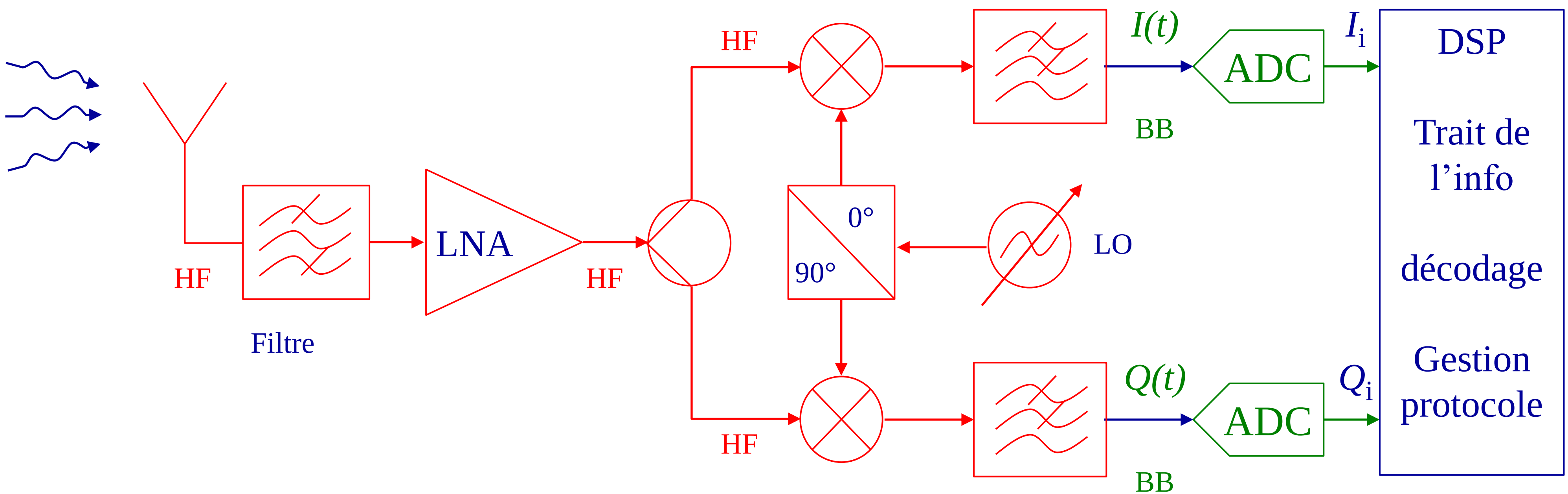
Emetteur



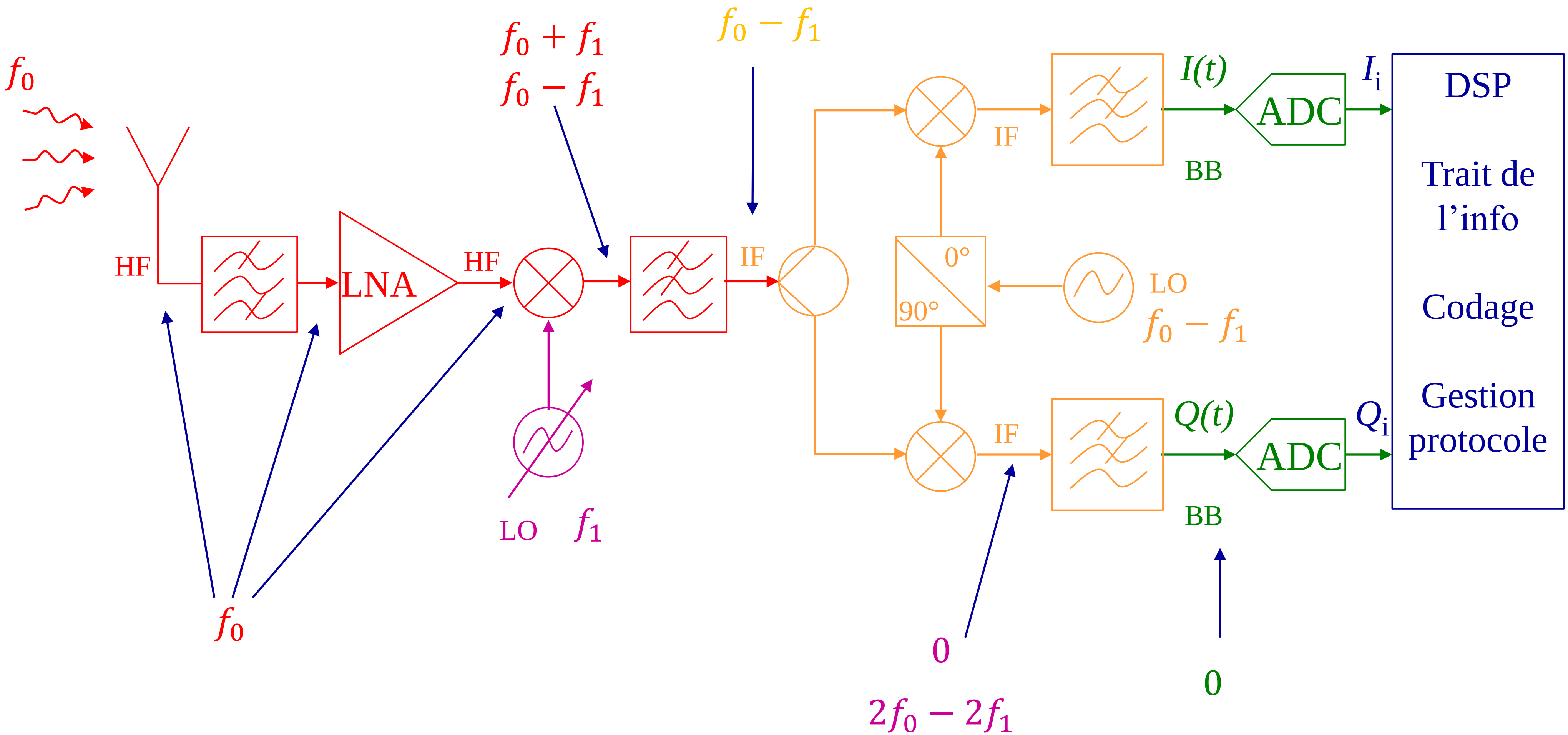
Emetteur homodyne

VIII. Architecture d'un émetteur/ récepteur

Récepteur homodyne



Récepteur hétérodyne



VIII. Architecture d'un émetteur/ récepteur

ANALOG DEVICES

Integrated Dual RF Transmitters and Observation Receiver

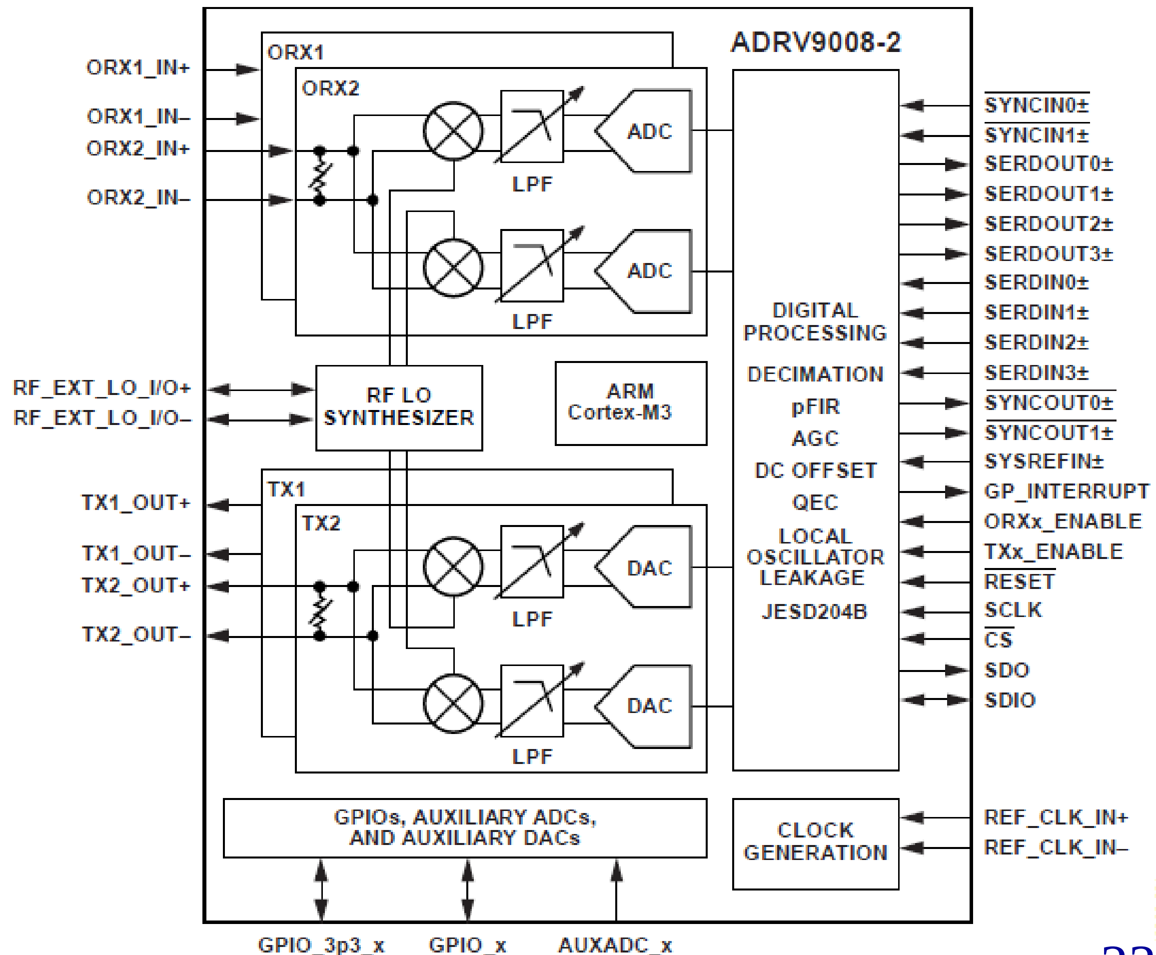
Data Sheet **ADRV9008-2**

FEATURES

- Dual transmitters
- Dual input shared observation receiver
- Maximum tunable transmitter synthesis bandwidth: 450 MHz
- Maximum observation receiver bandwidth: 450 MHz
- Fully integrated fractional-N RF synthesizers
- Fully integrated clock synthesizer
- Multichip phase synchronization for RF LO and baseband clocks
- JESD204B datapath interface
- Tuning range (center frequency): 75 MHz to 6000 MHz

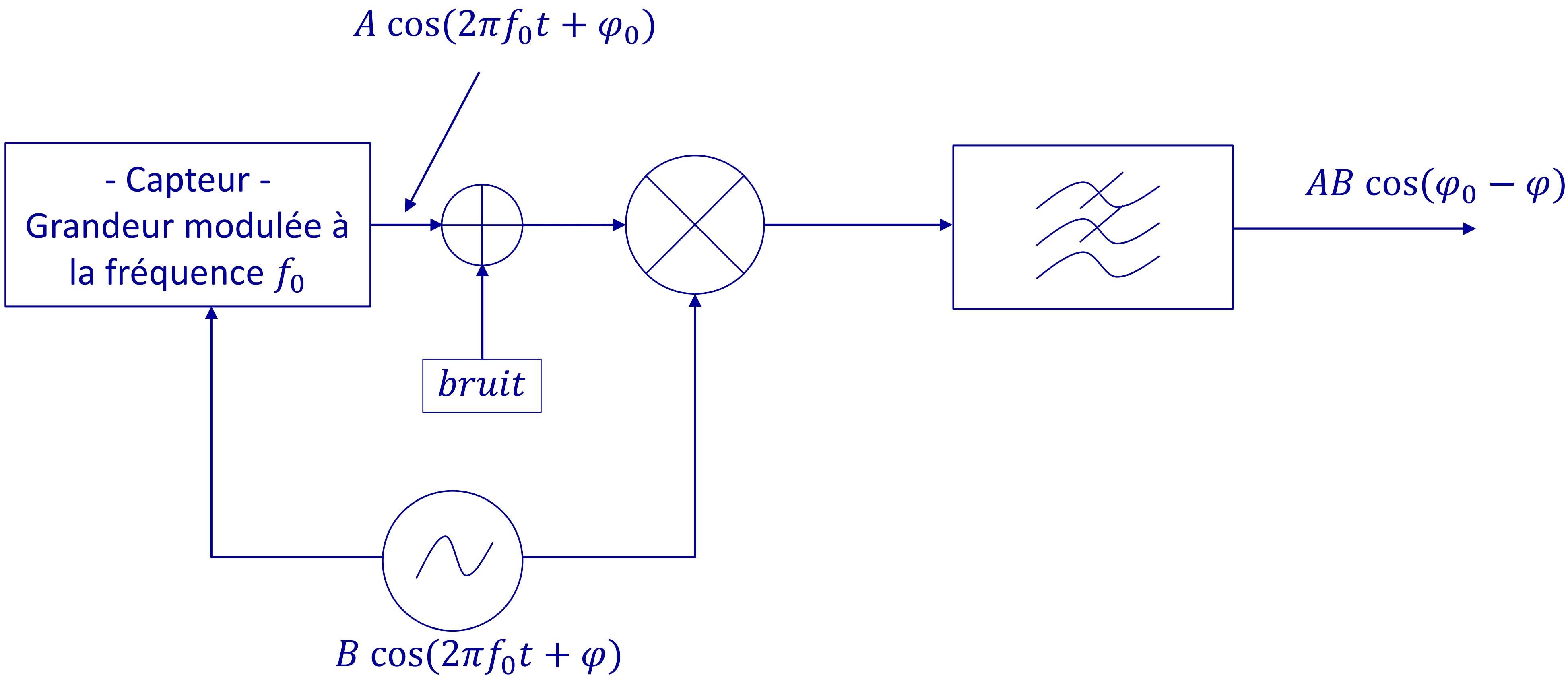
APPLICATIONS

- 2G/3G/4G/5G macrocell base stations
- Active antenna systems
- Massive multiple input, multiple output (MIMO)
- Phased array radars
- Electronic warfare
- Military communications
- Portable test equipment



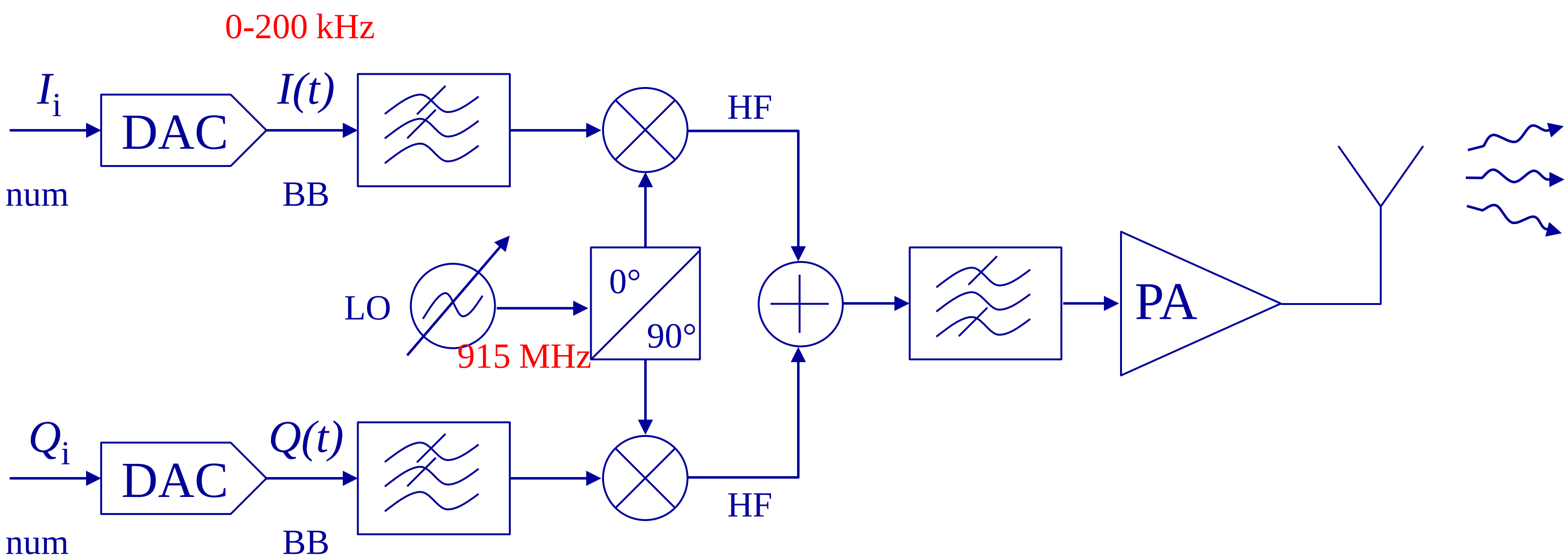
IX. Détecteur synchrone

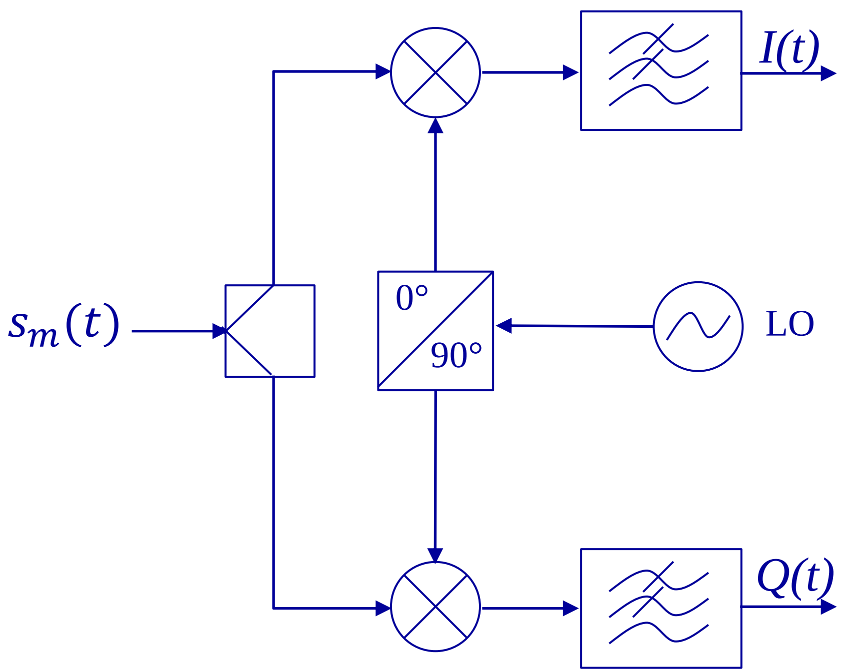
IX. Détecteur synchrone



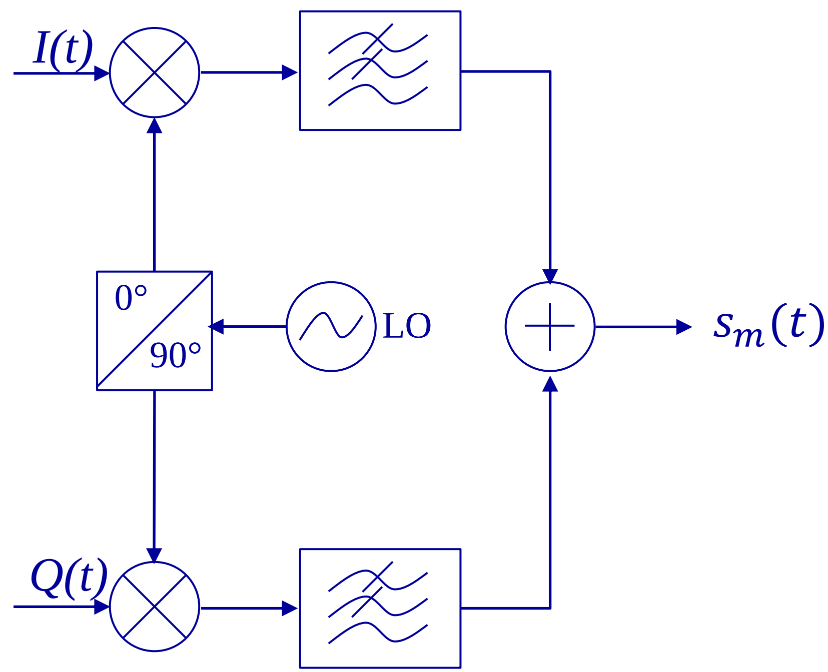
Fin TSA

Architecture d’un émetteur homodyne en télécommunication





Démodulateur IQ



Modulateur IQ